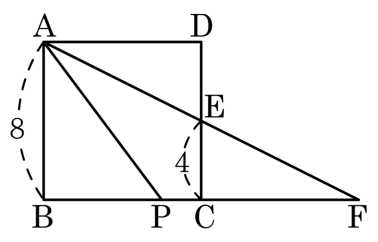
1. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle$PAD 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



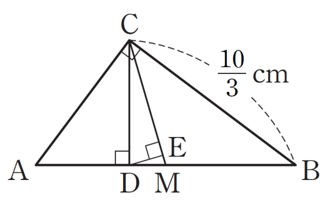
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle$ECF $\backsim$ $\triangle$ABF 이므로
$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$
$\therefore \overline{CF} = 8$
$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)
$\triangle$APF 는 이등변삼각형
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$
$\triangle$ABP 에서
$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$
$\therefore x = 10$

2.



오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^{\circ}$이고 $\overline{BC} = \frac{10}{3}$ cm인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 중점을 M, 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이고 $\overline{AD} : \overline{BD} = 9 : 16$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{48}{25}$

해설

$\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \frac{10}{3} = \frac{25}{6}$ $\quad \therefore \overline{AC} = \frac{5}{2}$ (cm)

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{625}{36}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{25}{6}$ (cm)

이때 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{6} = \frac{25}{12}$ (cm)

$\overline{AD} : \overline{BD} = 9 : 16$이므로

$\overline{AD} = \frac{9}{25}\overline{AB} = \frac{9}{25} \times \frac{25}{6} = \frac{3}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{DM} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{25}{12} - \frac{3}{2} = \frac{7}{12}$ (cm)

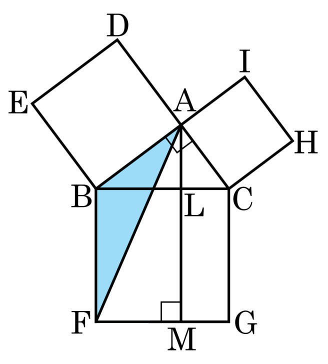
$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$이므로

$\frac{5}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{25}{6} \times \overline{CD}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 2$ (cm)

$\triangle CDM$에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CE} \times \overline{CM}$이므로

$2^2 = \overline{CE} \times \frac{25}{12}$ $\quad \therefore \overline{CE} = \frac{48}{25}$ (cm)

3. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동

② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.

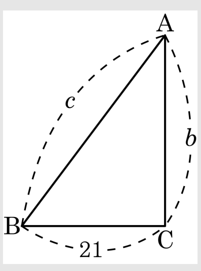
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

4. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b, c는 자연수이다.)

$c^2 = 21^2 + b^2$, $c^2 - b^2 = 21^2$

$(c-b)(c+b) = 3^2 \times 7^2$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면 b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c+b > c-b$ 인 경우를 순서쌍 $(c+b,\ c-b)$ 로 나타내어 보면

$$(c+b,\ c-b) = (7^2,\ 3^2),\ (7^2 \times 3,\ 3),\ (7 \times 3^2,\ 7),\ (7^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

$c+b = 7 \times 3^2$, $c-b = 7$ 이다.

$\therefore\ c = 35,\ b = 28$ ($b > 21$ 에 만족한다.)

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294$ 이다.

5. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

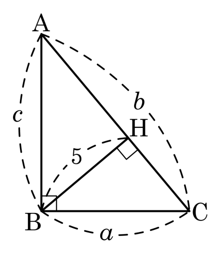
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6, 7, 10)$

$\therefore$ (확률) $= \frac{1}{10}$

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH} = 5\,cm$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?

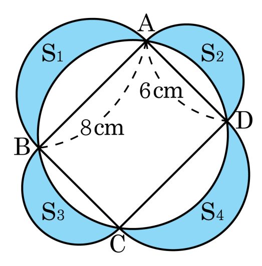


① $25\,cm^2$ ② $\frac{25}{2}\,cm^2$ ③ $\frac{25}{3}\,cm^2$
④ $5\,cm^2$ ⑤ $10\,cm^2$

해설

$(a+c) = 10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \frac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\,cm^2)$

7. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



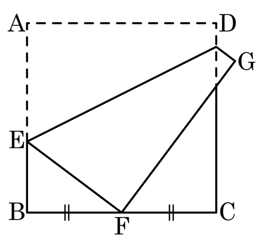
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 48 cm^2

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
S_1+S_2는 $\triangle ABD$의 넓이와 같고, S_3+S_4는 $\triangle BCD$의 넓이와 같다.
그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
$8\times 6=48(cm^2)$

8. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



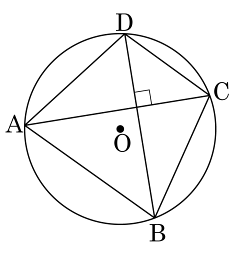
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.
$\triangle$EBF 에서
$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$
$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$
$20x = 75$
$\therefore\ x = \frac{15}{4}$
$\therefore\ \triangle\mathrm{EBF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$

9. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} =$ 4cm, $\overline{CD} = 3$cm 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

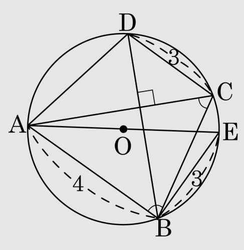


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ cm^2

해설

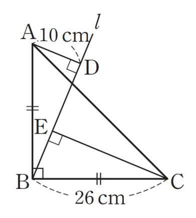
점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로
$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$
$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$
$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$
따라서 반지름이 $\frac{5}{2}$cm 이므로
원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

10.

오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에서 점 B를 지나는 직선 l 위에 두 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{AD}=10$ cm, $\overline{BC}=26$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14cm

해설

△ABD와 △BCE에서

$\overline{AB}=\overline{BC}=26$ cm, $\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$

$\angle ABD=90^\circ-\angle EBC=\angle BCE$

∴ △ABD ≡ △BCE (RHA 합동)

∴ $\overline{BE}=\overline{AD}=10$ (cm)

△ABD에서 $\overline{BD}^2=26^2-10^2=576$

∴ $\overline{BD}=24$ (cm)

∴ $\overline{DE}=\overline{BD}-\overline{BE}=24-10=14$ (cm)

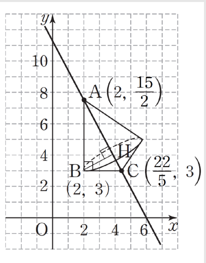
11.

좌표평면 위의 세 점 $A\left(2,\ \frac{15}{2}\right)$, $B(2,\ 3)$, $C\left(\frac{22}{5},\ 3\right)$에 대하여 $\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{648}{85}\pi$

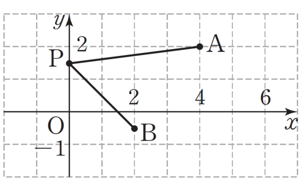
해설



$\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은
오른쪽 그림과 같다.
$\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\frac{15}{2}-3=\frac{9}{2}$,
$\overline{BC}=\frac{22}{5}-2=\frac{12}{5}$이므로
$\overline{AC}^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{2601}{100}$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\frac{51}{10}$
점 B에서 직선 AC에 내린 수선이 발을 H라 하면
$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로 $\frac{9}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{51}{10}\times\overline{BH}$
$\therefore\ \overline{BH}=\frac{36}{17}$
$\therefore$ (부피)
$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{CH}$
$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AC}$
$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\frac{51}{10}=\frac{648}{85}\pi$

12.

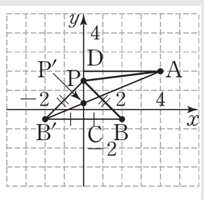
다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(4,\ 2)$, $B\left(2,\ -\dfrac{1}{2}\right)$과 y축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때, $\overline{AP}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설



오른쪽 그림과 같이 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점을 B'이라 하면 $B'\left(-2,\ -\dfrac{1}{2}\right)$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$

$\overline{AB'}^2=(2+4)^2+\left(\dfrac{1}{2}+2\right)^2=\dfrac{169}{4}$

$\therefore\ \overline{AB'}=\dfrac{13}{2}$

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때의 점 P의 위치를 P'이라하면 $\triangle B'CP'$과 $\triangle ADP'$에서

$\angle B'P'C=\angle AP'D$ (맞꼭지각),

$\angle B'CP'=\angle ADP'=90^\circ$

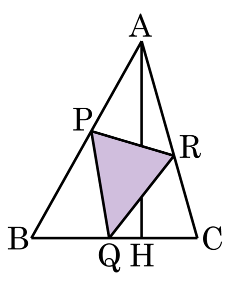
$\therefore\ \triangle B'CP' \backsim \triangle ADP'$ (AA 닮음)

$\overline{B'P'}:\overline{AP'}=\overline{B'C}:\overline{AD}=2:4=1:2$이므로

$\overline{AP'}=\dfrac{2}{3}\overline{AB'}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{13}{2}=\dfrac{13}{3}$

따라서 구하는 $\overline{AP}$의 길이는 $\dfrac{13}{3}$이다.

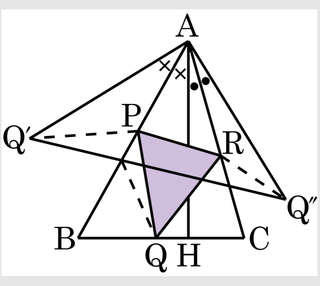
13. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $90\underline{°}$

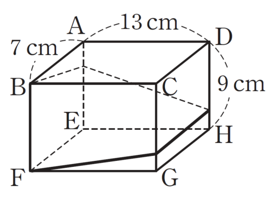
해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면
$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$
$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$
그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.
따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.

14.

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 F에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{AE}$를 지나 점 B에 이르는 최단 거리를 구하시오.

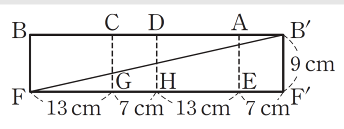


▶ 답 :

▷ 정답 : 41cm

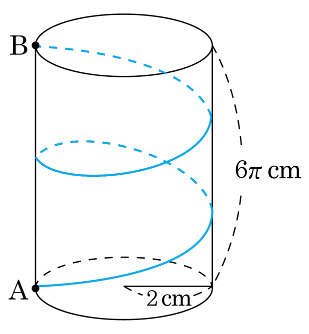
해설

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{FB'}$의 길이이므로 $\overline{FB'}^2 = 40^2 + 9^2 = 1681$



$\therefore\ \overline{FB'} = 41\,(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B 에 이르는 최단거리를 구하여라.

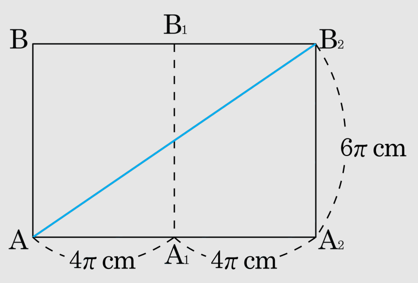


▶ 답 :

▷ 정답 : $10\pi\,\mathrm{cm}$

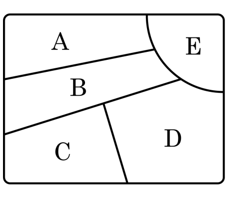
해설

다음 전개도에서 $\overline{\mathrm{AA_1}}$ 는 원주이므로
$\overline{\mathrm{AA_1}} = 2\pi \times 2 = 4\pi(\mathrm{cm})$



따라서 최단거리 $\overline{\mathrm{AB_2}}$ 는
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{\mathrm{AB_2}} = \sqrt{(6\pi)^2 + (8\pi)^2} = 10\pi(\mathrm{cm})$

16. 다음 그림과 같은 A, B, C, D, E 의 각 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 보라의 5 가지 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 두 번 이상 사용할 수는 있으나 이웃한 면은 반드시 다른 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 540 가지

해설

같은 색으로 칠할 수 있는 쌍은 A – C , A – D , C – E 세 가지이다. 저 쌍들을 하나의 칸으로 생각하여 4 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있고, A – D , C – E 를 각각 한 칸으로 생각하여 3 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있다.
5 가지 색을 모두 사용하는 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(가지)
4 가지 색을 사용하는 경우 :
$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 3 = 360$(가지)
3가지 색을 사용하는 경우 :
$5 \times 4 \times 3 = 60$(가지)
따라서 $120 + 360 + 60 = 540$(가지)

해설

(1) A 와 D 가 같은 색인 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$(가지)
B 와 D 가 다른 색인 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 3 = 360$(가지)
$\therefore 180 + 360 = 540$
(2) C, D, A, B, E 순으로 색칠을 한다고 하면
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$(가지)

17. 아이스크림 가게에 초코, 바닐라, 딸기의 세 종류의 아이스크림이 있다. 아이스크림 5 개를 주문하는 방법의 수를 모두 구하여라. (단, 주문하는 순서는 생각하지 않는다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 21 가지

해설

아이스크림을 5 개 사는 방법은 다음과 같다.

(1) 한 종류의 아이스크림을 5 개씩 사는 방법 : 3 가지

(2) 두 종류의 아이스크림을 5 개 사는 방법
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) 의 4 가지
두 종류의 아이스크림을 선택하는 방법 (초코, 바닐라),(바닐라, 딸기)(초코, 딸기) 의 3 가지
$\therefore\ 4 \times 3 = 12$ (가지)

(3) 세 종류의 아이스크림을 5 개 사는 방법
(1, 1, 3) 의 3 가지, (1, 2, 2) 의 3 가지
$\therefore$ 6 가지

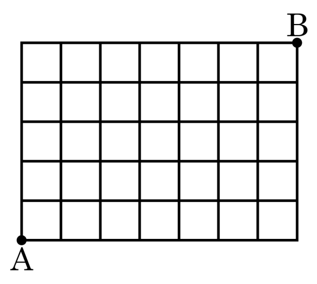
따라서 아이스크림 5 개를 주문하는 방법의 수는 $3+12+6=21$ (가지) 이다.

18. 다음 중 경우의 수가 24인 것을 모두 골라라.

① 원 위에 5개의 점이 있을 때, 이 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수
② 10원짜리 동전 1개, 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 던질 때 나타나는 경우의 수
③ A, B, C, D 네 명이 일렬로 사진을 찍는 경우의 수
④ 0, 1, 2, 3, 4의 5개의 숫자로 두 자리의 자연수를 만드는 경우의 수
⑤ A, B, C, D 네 명의 학생 중 회장 한 명, 부회장 한 명을 뽑는 경우의 수

해설
① 10가지 ④ 16가지 ⑤ 12가지

19. 다음 그림과 같이 정사각형 35 개를 붙여 만든 큰 직사각형이 있다. 정사각형의 모서리만 따라서 이동할 수 있을 때, 꼭짓점 A 에서 B 까지 가는 최단 경로의 개수를 구하여라.



▶ 답: 가지

▷ 정답: 792 가지

해설

A 에서 B 까지 →, ↑의 방향으로 각각 7 번, 5 번의 선택이 필요하다.
이는 12 개 중 같은 것이 7 개, 5 개씩 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로

구하는 경우의 수는 $\frac{12!}{7!5!} = 792$ (가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

20. 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 눈의 합이 3 이상 나올 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주사위 눈의 최소의 수가 1 이므로, 세 주사위의 눈의 합은 항상 3 이상이다.

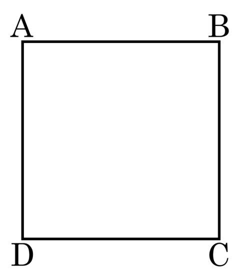
21. 주사위를 세 번 던질 때, 마지막에 나온 눈의 수가 처음 두 번까지 나온 눈의 수의 합과 같을 확률을 구하면?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{72}$

해설

(모든 경우의 수) $= 6 \times 6 \times 6 = 216$ (가지)
마지막에 나온 눈의 수가 처음 두 번까지 나온 눈의 수의 합과 같은 경우
(112), (123), (134), (145), (156), (213), (224), (235), (246), (314), (325), (336), (415), (426), (516) 의 총 15 가지
따라서 $\frac{15}{216} = \frac{5}{72}$

22. 정사각형 ABCD 에서 점 P 는 점 A 에서 출발하여 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 A – B – C – D – A 방향으로 움직이고, 점 Q 는 점 B에서 출발하여 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 B – A – D – C – B 의 방향으로 움직인다. 주사위를 한 번 던졌을 때, 점 P 와 Q 가 같은 위치에 올 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

점 P 의 주사위의 눈이 x, 점 Q 의 주사위의 눈이 y 라 하면 점 P 와 Q 가 같은 위치에 올 경우 $(x,\ y)$ 의 순서쌍은

$(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(3,\ 6)$, $(4,\ 1)$, $(4,\ 5)$, $(5,\ 4)$, $(6,\ 3)$ 의 8 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ 이다.

23. 석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서서 사진을 찍으려고 한다. 이들 4 명이 늘어설 때 석영이와 혜민이가 서로 이웃할 확률은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서는 경우는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이다.
석영이와 혜민이가 서로 이웃하므로 한 사람으로 생각하면 3 명이 일렬로 서는 방법은 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 가 된다. 이때, 석영이와 혜민이가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $6 \times 2 = 12$ (가지) 이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ 이다.

24. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 5장의 카드로 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수가 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

0이 포함된 5장의 카드로 만들 수 있는 네 자리의 정수는
$4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$(가지)

짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4가 되어야 하므로

i) 일의 자리 숫자가 0인 경우

$4 \times 3 \times 2 = 24$(가지)이므로 확률은 $\frac{24}{96}$

ii) 일의 자리 숫자가 2인 경우

$3 \times 3 \times 2 = 18$(가지)이므로 확률은 $\frac{18}{96}$

iii) 일의 자리 숫자가 4인 경우

$3 \times 3 \times 2 = 18$(가지)이므로 확률은 $\frac{18}{96}$

따라서 구하고자 하는 확률은

$\frac{24}{96} + \frac{18}{96} + \frac{18}{96} = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$

25. A 공장에서 생산된 제품이 불량품일 확률은 15% 이고, B 공장에서 생산된 제품이 불량품일 확률은 20% 이다. 두 공장의 제품을 한 개씩 묶어 한 세트를 만들 때, 적어도 하나는 불량품이 아닐 확률은 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답: ______________ %

▷ 정답: 97 %

해설

$1 - 0.15 \times 0.2 = 0.97$

$\therefore$ 97%

26. 두 개의 주머니에 각각 자연수가 적혀 있는 카드들이 들어 있다. 각 주머니에서 카드를 한 장씩 뽑았을 때, 쓰여진 숫자가 홀수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$ 이다. 이때 뽑은 두 숫자의 합이 짝수일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{21}$

해설

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{7} + \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{3}{7}\right)$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{7}$$
$$= \frac{3}{21} + \frac{8}{21} = \frac{11}{21}$$

27. 어떤 자격증시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a, 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{60}$

해설

A, B가 합격할 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{20}$

B, C가 합격할 확률은 $\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{15}$

C, A가 합격할 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 두 사람이 합격할 확률은

$\frac{1}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}=\frac{13}{60}$이므로 $a=\frac{13}{60}$

모두 불합격할 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{10}$

따라서 적어도 한 사람이 합격할 확률은

$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$이므로 $b=\frac{7}{10}$

$\therefore\ a=\frac{13}{60},\ b=\frac{7}{10}$

$\therefore\ a+b=\frac{13}{60}+\frac{42}{60}=\frac{55}{60}$

28. 2학년 1반과 3반 대표가 농구 시합을 하였다. 다음 상황을 읽고 3반이 1반을 이길 확률을 구하면?

㉠ 현재 1반이 3반을 65 : 64 로 앞서 있다.
㉡ 경기 종료와 동시에 3반 회장이 3점슛을 넣다가 파울을 얻어 자유투 3개를 얻게 되었다.
㉢ 회장의 자유투 성공률은 60% 이다.
㉣ 자유투 1개를 성공시키면 1점씩 올라간다.
㉤ 연장전은 없으며, 회장이 자유투 3개를 모두 던지고 나면 경기가 종료된다.

① $\frac{18}{125}$ (14.4%)　② $\frac{9}{25}$ (36%)　③ $\frac{54}{125}$ (43.2%)
④ $\frac{3}{5}$ (60%)　⑤ $\frac{81}{125}$ (64.8%)

해설

3반이 1반을 이기기 위해서는 회장이 자유투 3개 중에 2개를 성공시키거나 3개 모두 성공시키면 된다.

(1) 3개 중 2개를 성공시킬 확률

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{18}{125}$$

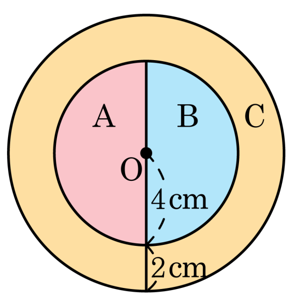
이럴 경우가 (성공, 성공, 실패), (성공, 실패, 성공), (실패, 성공, 성공) 의 3가지가 있으므로, $\frac{18}{125} \times 3 = \frac{54}{125}$

(2) 3개 모두 성공시킬 확률은

$$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{27}{125}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{54}{125} + \frac{27}{125} = \frac{81}{125}$

29. 다음 그림과 같은 과녁에 화살을 두 번 쏜다고 한다. 첫 번째 화살은 A 영역을, 두 번째 화살은 C 영역을 맞힐 확률은? (단, 점 O 는 과녁의 중심이고, 화살은 과녁을 벗어나지 않는다.)



① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{10}{81}$ ③ $\frac{11}{81}$ ④ $\frac{4}{27}$ ⑤ $\frac{13}{81}$

해설

전체 과녁의 넓이는 36π 이고, A 과녁의 넓이가 8π 이므로
첫 번째 화살이 A 과녁에 맞힐 확률은 $\frac{8\pi}{36\pi} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ 이고,
C 과녁의 넓이가 $36\pi - 16\pi = 20\pi$ 이므로
두 번째 화살이 C 과녁을 맞힐 확률은 $\frac{20\pi}{36\pi} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ 이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$ 이다.