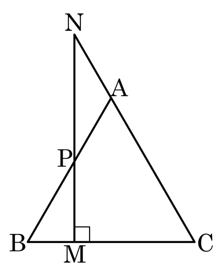
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

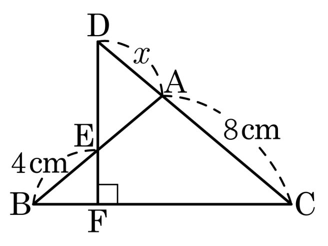


① $\overline{AP} = \overline{BP}$
② $\overline{AP} = \overline{AN}$
③ $\angle BAC = 2\angle ANP$
④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$
⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

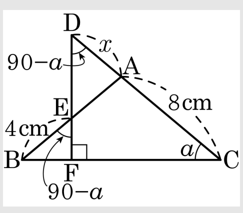
$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$
$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)
$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로
$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$
$\angle ANP = 90° - \angle x$
$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$
$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

2. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이고 $\angle \mathrm{DFC} = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



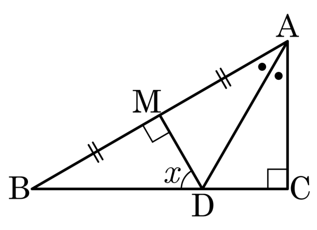
① 3 cm　② 4 cm　③ 5 cm　④ 6 cm　⑤ 7 cm

해설



$\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\angle \mathrm{ABC} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{ACB} = a$ 이다.
따라서 $\triangle \mathrm{BEF}$ 에서 $\angle \mathrm{BEF} = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle \mathrm{DCF}$ 에서 $\angle \mathrm{CDF} = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle \mathrm{BEF} = \angle \mathrm{CDF}$, $\angle \mathrm{BEF} = \angle \mathrm{AED}$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle \mathrm{CDF} = \angle \mathrm{AED}$ 이므로 $\triangle \mathrm{AED}$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = x(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 4 + x = 8 = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠
$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $3x = 180°$
$\therefore \angle x = 60°$

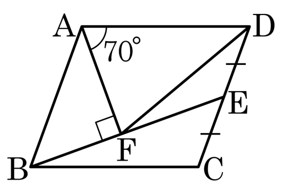
4. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

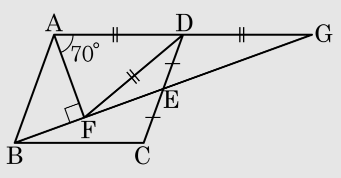
5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle\mathrm{DAF} = 70°$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{DFE} = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

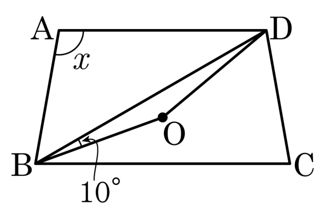
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{GDE}$(ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$,
$\triangle\mathrm{AFG}$ 는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{DF}}$
$\therefore \angle\mathrm{DFE} = 90° - \angle\mathrm{DFA} = 90° - \angle\mathrm{DAF} = 20°$

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABD 와 $\triangle$BDC 의 외심이다. $\angle$OBD $= 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

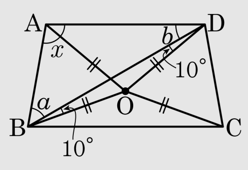


▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 100°

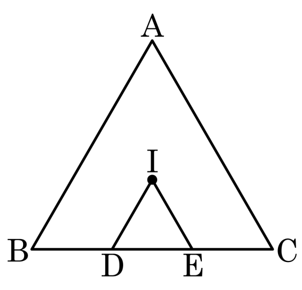
해설

점 O 는 $\triangle$BDC 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$
$\triangle$ODB 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OBD $= 10°$
$\therefore$ $\angle$DOB $= 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle$ABD 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle$ABD $=$ a, $\angle$ADB $= b$ 라 하면
$\triangle$ABO 는 이등변삼각형이므로 $\angle$OAB $= a + 10°$
$\triangle$ADO 도 이등변삼각형이므로 $\angle$OAD $= b + 10°$
따라서 사각형 OBAD 의 합은 $360°$ 이므로
$\angle$OBA $+$ $\angle$BAD $+$ $\angle$ADO $+$ $\angle$DOB
$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$
$= 2a + 2b + 200°$
$= 360°$
$\therefore$ $a + b = 80°$
$\therefore$ $\angle$A $= a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

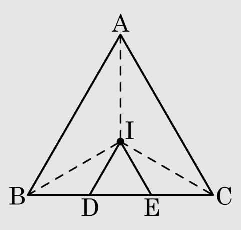
7. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, ∠DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}^{\circ}$

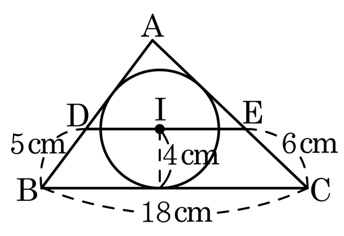
▷ 정답 : $\underline{60^{\circ}}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^{\circ}$
따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$
$\angle DIB = \angle ABI = 30^{\circ}$ (엇각)
$\angle EIC = \angle ACI = 30^{\circ}$ (엇각)
또, $\angle BIC = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle A = 120^{\circ}$ 이므로
$\angle DIE = 120^{\circ} - (30^{\circ} + 30^{\circ}) = 60^{\circ}$ 이다.

8. 점 I 는 △ABC 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 58 $\underline{\text{cm}^2}$

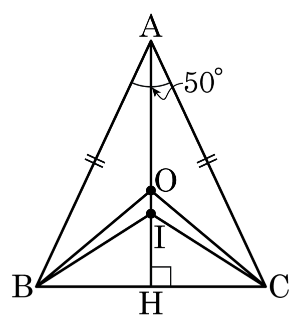
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: $\frac{15}{2}$ °

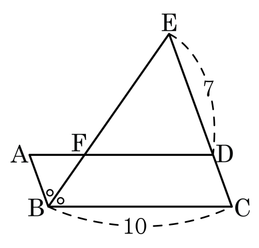
해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 50° = 100°$. $\angle OBC = 40°$.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 115°$, $\angle IBH = \frac{65}{2}°$.

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = \frac{15}{2}°$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



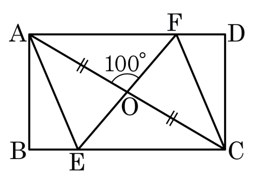
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD},\ \overline{CD} = 3$ 이다.

11. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$	㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$
㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$	㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$
㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$	㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

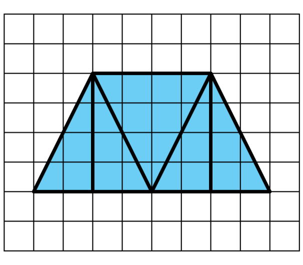
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$ 는 성립할 필요 없다.

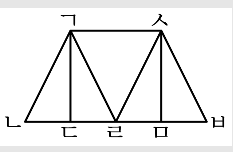
12. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

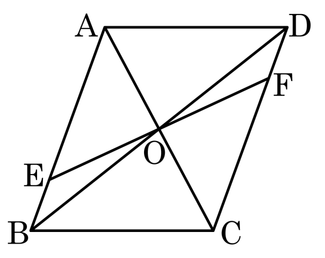
해설

위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은
□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

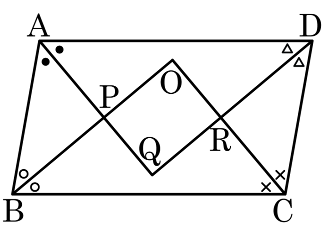
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 3 : 1 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3} \triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

14. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?

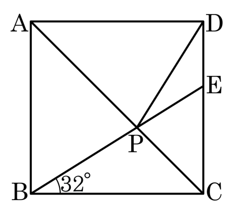


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$
$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

15. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 32°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿＿＿＿＿＿ °

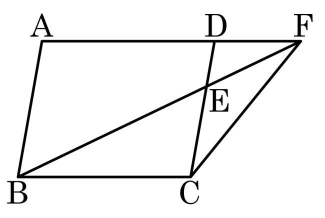
▷ 정답: 77 °

해설

$\triangle DPC \equiv \triangle BPC$(SAS합동) 이므로 $\angle PDC = 32°$ 이다.

$\angle APD = 32° + 45°$
$= 77°$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 1 : 2$일 때, $\triangle\mathrm{ADE} + \triangle\mathrm{FEC}$의 값은 평행사변형 ABCD의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배　② $\frac{1}{3}$ 배　③ $\frac{1}{5}$ 배
④ $\frac{1}{7}$ 배　⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle\mathrm{ADE}$와 $\triangle\mathrm{BCE}$는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle\mathrm{ADE} : \triangle\mathrm{BCE} = 1 : 2$

$\triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{ACD} \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{BCE} = 2\triangle\mathrm{ADE} = \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD}$

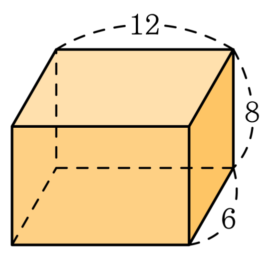
$\overline{\mathrm{AF}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\triangle\mathrm{FBC} = \triangle\mathrm{DBC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

$\triangle\mathrm{FEC} = \triangle\mathrm{FBC} - \triangle\mathrm{BCE} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \square\mathrm{ABCD}$

$= \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ADE} + \triangle\mathrm{FEC} = \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD}$

17. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 없는 것은?



① 2　　② 3　　③ $\frac{8}{3}$　　④ $\frac{10}{3}$　　⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3:4:6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3:4:6 = x:y:4 \Rightarrow 2:\frac{8}{3}:4$

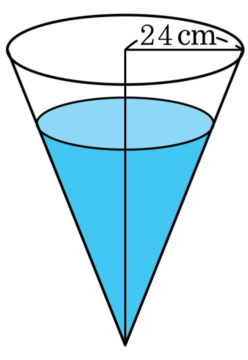
2) $3:4:6 = x:4:y \Rightarrow 3:4:6$

3) $3:4:6 = 4:x:y \Rightarrow 4:\frac{16}{3}:8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



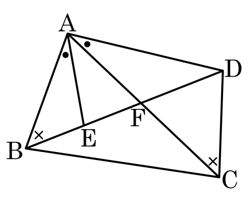
▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로 수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면 $4 : 3 = 24 : x$, $x = 18$
따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

19. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

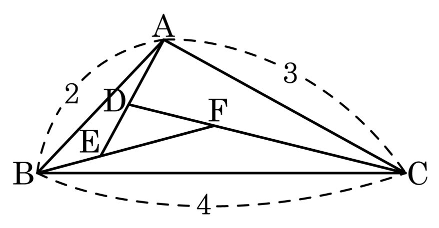
㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=3$이고, $\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$ 일 때, $\overline{DE}:\overline{EF}$는?

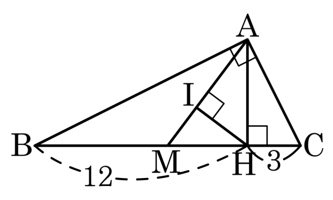


① 2 : 3 ② 3 : 2 ③ 4 : 3 ④ 3 : 4 ⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC=x,\ \angle FCB=y,\ \angle EBA=z$ 라 하면,
$\angle EDF=x+\angle ACD=x+\angle BAE=\angle A$
$\angle DFE=y+\angle CBF=y+\angle ACD=\angle C$
$\angle FED=z+\angle BAE=z+\angle CBF=\angle B$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\overline{DE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

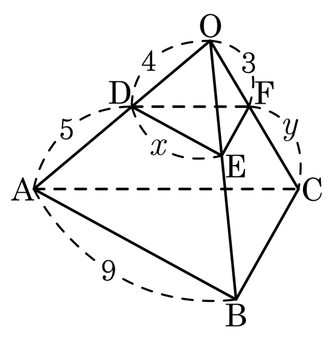
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore \ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

22. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle$DEF 를 포함하는 평면과 $\triangle$ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+4y$ 의 값은?



① 4　② 9　③ $\frac{31}{4}$　④ 15　⑤ 19

해설

$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ODE \backsim \triangle OAB$

$4 : 9 = x : 9$

$x = 4$

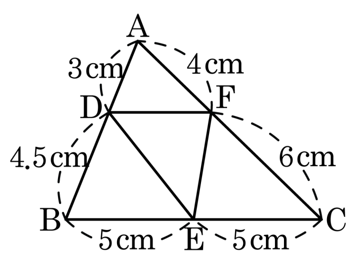
$\overline{DF} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ODF \backsim \triangle OAC$

$4 : 5 = 3 : y$

$y = \frac{15}{4}$

$\therefore\ x + 4y = 4 + 4 \times \frac{15}{4} = 19$

23. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$　　㉡ $\overline{BC} /\!/ \overline{DF}$

㉢ $\overline{EF} /\!/ \overline{AB}$　　㉣ $\angle ADF = \angle ABC$

㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

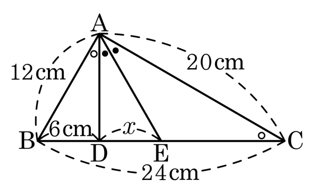
① ㉠, ㉢, ㉤　② ㉡, ㉣, ㉤　③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각)이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

24. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\angle$DAB $=$ $\angle$ACB , $\angle$DAE $=$ $\angle$CAE 일 때, x 의 값을 구하면?

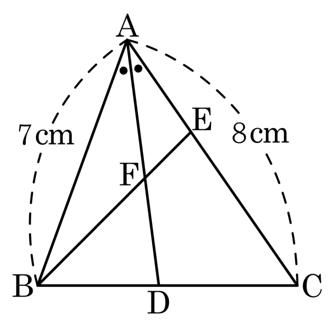


① 6 cm　　② 7 cm
③ 8 cm　　④ 9 cm
⑤ 10 cm

해설

$\angle$B 는 공통, $\angle$BAD $=$ $\angle$BCA $\therefore$ $\triangle$ABD $\backsim$ $\triangle$CBA (AA 닮음)
닮음비로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{CA}}$ 에서 $12 : 24 = \overline{\mathrm{AD}} : 20$
$\therefore \overline{\mathrm{AD}} = 10(\mathrm{cm})$
$\triangle$ADC 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\angle$CAD 의 이등분선이므로 $10 : 20 = x : (18 - x)$
$\therefore x = 6(\mathrm{cm})$

25. 다음 그림에서 넓이가 80cm^2 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle ABF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $21\ \text{cm}^2$

해설

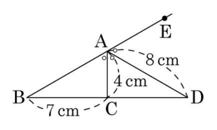
$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AE} = 3\text{cm}$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{AF}$ 이므로

$\overline{BF} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{AE} = 7 : 3$

$$\therefore\ \triangle ABF = \frac{7}{10}\triangle ABE = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle ABC\right) = \frac{21}{80}\triangle ABC = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\text{cm}^2)$$

26. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

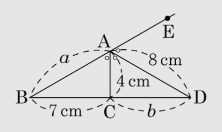


▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 7 cm

해설

그림과 같이 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라고 하면



$\triangle ABD$ 에서 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

$a : 8 = 7 : b$

$\therefore\ ab = 56 \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

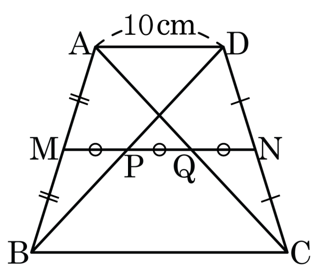
$a : 4 = (7 + b) : b$

$\therefore\ ab = 28 + 4b \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $56 = 28 + 4b$ $\quad \therefore\ b = 7$

따라서 $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



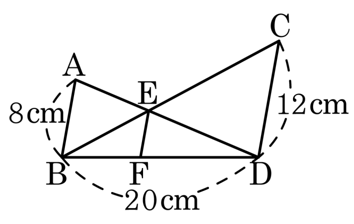
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 20 cm

해설

$\overline{BM} : \overline{BA} = \overline{MP} : \overline{AD}$ 에서 $1 : 2 = \overline{MP} : 10$ 이다.
따라서 $\overline{MP} = 5$ 이다.
$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MQ} = 10\text{cm}$ 이다.
$1 : 2 = 10 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 20$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{CD}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ 이므로

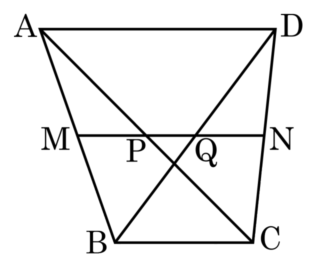
$\overline{BF} : \overline{FD} = 2 : 3$

$\overline{BF} : \overline{BD} = 2 : 5$

$\overline{BF} : 20 = 2 : 5$

$\overline{BF} = 8\text{cm}$

29. 다음 그림과 같은 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{\mathrm{MP}} : \overline{\mathrm{PQ}} = 1 : 1$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{MN}} : \overline{\mathrm{BC}}$ 의 값은?



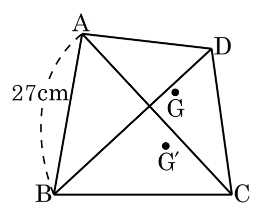
① 4 : 3 : 1　　② 3 : 2 : 1　　③ 4 : 2 : 1

④ 4 : 3 : 2　　⑤ 5 : 3 : 1

해설

$\overline{\mathrm{MP}} = a$ 라고 하면 $\overline{\mathrm{PQ}} = a$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2a$ 이고, $\overline{\mathrm{MQ}} = 2a$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = 4a$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}} = 4a$ 이므로 $\overline{\mathrm{PN}} = 2a$ 이고, $\overline{\mathrm{QN}} = a$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{MN}} : \overline{\mathrm{BC}} = 4a : 3a : 2a = 4 : 3 : 2$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 △ACD , △DBC 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 27\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하면?

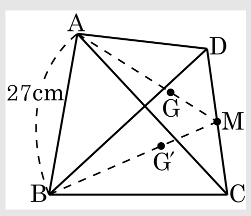


① 9 cm　　② 10 cm　　③ 11 cm

④ 12 cm　　⑤ 13 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면

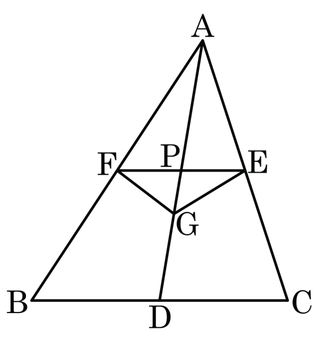


$\overline{GG'} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로

$\overline{GG'} : \overline{AB} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = \frac{1}{3} \times 27 = 9(\,\mathrm{cm})$

31. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. 점 F, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle FGE = 3\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



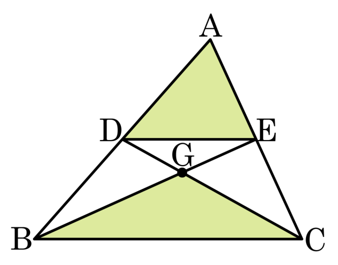
① $24\,\text{cm}^2$　② $36\,\text{cm}^2$　③ $48\,\text{cm}^2$
④ $34\,\text{cm}^2$　⑤ $46\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle FGE = \frac{1}{4}\square AFGE = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \triangle ABC = \frac{1}{12} \times \triangle ABC$

$\triangle ABC = 12 \times \triangle FGE = 12 \times 3 = 36(\text{cm}^2)$

32. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle ADE$와 $\triangle GBC$의 넓이의 비는?



① 1 : 1　② 2 : 3　③ 3 : 2　④ 3 : 4　⑤ 4 : 3

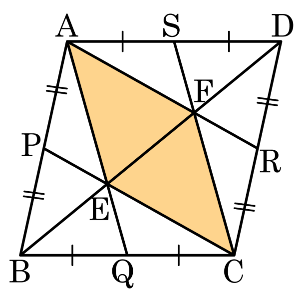
해설

점 G가 무게중심이므로

$\triangle ADE = \frac{1}{4}\triangle ABC$, $\triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ADE : \triangle GBC &= \frac{1}{4}\triangle ABC : \frac{1}{3}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3 : 4\end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 하고 $\triangle\mathrm{EQC} = 5$ 일 때, $\square\mathrm{AECF}$ 의 넓이를 구하면?

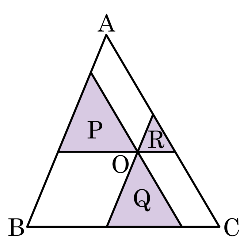


① 18　　② 20　　③ 36　　④ 42　　⑤ 48

해설

점 A 와 점 C , 점 B 와 점 D 를 연결하고 $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 교점을 O 라 하자. 평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$ 이다.
$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AQ}}$, $\overline{\mathrm{BO}}$ 는 중선이므로 점 E 는 무게중심이고, $\triangle\mathrm{ACD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{DO}}$ 는 중선이므로 점 F 는 무게중심이다.
$\triangle\mathrm{EQC} = \frac{1}{6}\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{12}\square\mathrm{ABCD} = 5 \Rightarrow \square\mathrm{ABCD} = 60$,
$\triangle\mathrm{AEC} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} = 10$ 이다.
따라서 $\square\mathrm{AECF} = 10 \times 2 = 20$ 이다.

34. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $9\,cm^2$, $4\,cm^2$, $1\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm^2

▷ 정답: $22\,cm^2$

해설

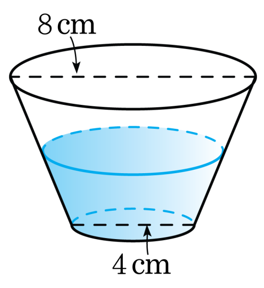
삼각형 P, Q, R 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는

$3:2:1:6$

넓이의 비는 $9:4:1:36$

$\therefore$ 구하는 넓이는 $36-(9+4+1)=22(\,cm^2)$

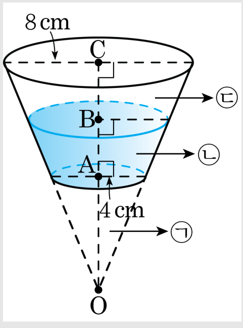
35. 다음 그림과 같이 그릇의 안이 원뿔대 모양인 그릇에 물을 부어서 높이가 절반이 되도록 하였다. 들어갈 수 있는 물의 최대 부피가 448cm^3일 때, 현재 물의 부피는 몇 cm^3 인가?



① 144cm^3 ② 152cm^3 ③ 164cm^3
④ 186cm^3 ⑤ 224cm^3

해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 연장하고, ㉠, ㉡, ㉢은 각각의 부피를 나타낸다고 하면



$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 각각 축으로 하는 원뿔의 닮음비는 $2 : 3 : 4$, 부피 비는 $8 : 27 : 64$ 이므로

㉡ : (㉡ + ㉢)) $= 19 : 56$

현재 물의 부피를 $x\text{cm}^3$ 라 할 때

$x : 448 = 19 : 56$

$\therefore\ x = 152$