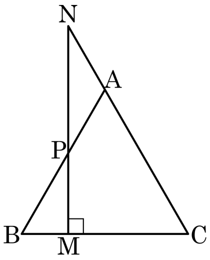
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AP} = \overline{BP}$

② $\overline{AP} = \overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$

④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

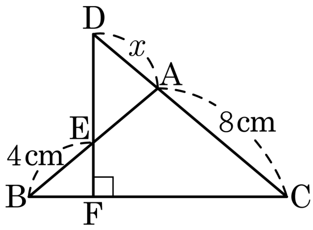
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

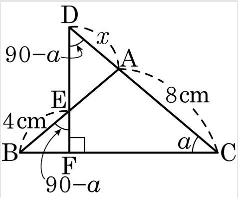
$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$일 때, x 의 길이는?



① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



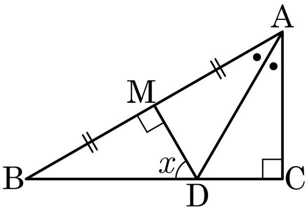
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.

따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90 - a$ 이다.

즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.

따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 4 + x = 8 = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠

$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3x = 180°$

$\therefore \angle x = 60°$

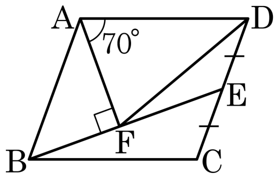
4. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

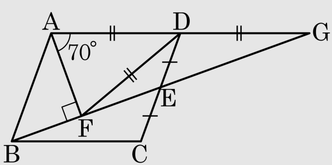
5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면

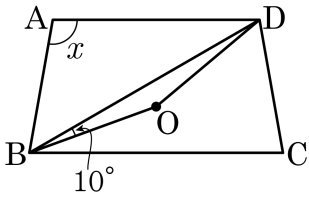
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,

$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.

직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$

$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

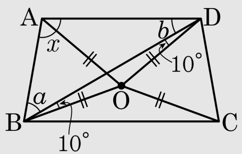
▷ 정답 : 100°

해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10°$

$\therefore\ \angle DOB = 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10°$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 $360°$ 이므로

$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$

$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$

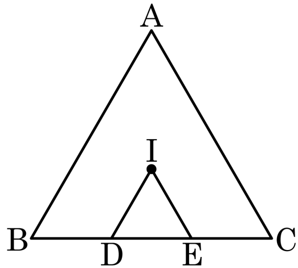
$= 2a + 2b + 200°$

$= 360°$

$\therefore\ a + b = 80°$

$\therefore\ \angle A = a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

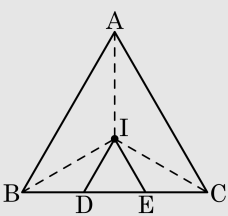
7. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle$DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : $\underline{60}$ °

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$

따라서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DI}$, $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EI}$

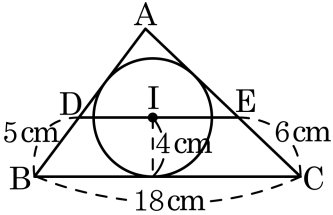
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로

$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

8. 점 I 는 △ABC 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $58\,\underline{\text{cm}^2}$

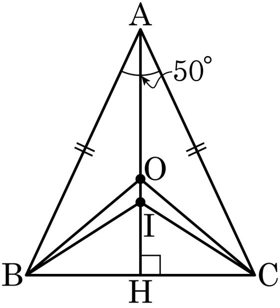
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$

따라서 $\overline{DE}=5+6=11(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11+18)\times4\times\dfrac{1}{2}=58(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle OBI$ 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답 : $\dfrac{15}{2}$ °

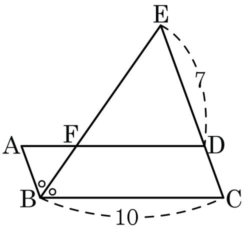
해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 50° = 100°$. $\angle OBC = 40°$.

$\angle BIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle BAC = 115°$, $\angle IBH = \dfrac{65}{2}°$.

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = \dfrac{15}{2}°$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



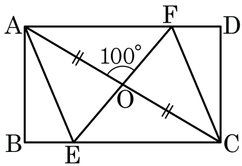
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} // \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

11. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle \mathrm{FAO} = \angle \mathrm{EAO}$	㉡ $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}}$
㉢ $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CE}}$	㉣ $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AO}}$
㉤ $\triangle \mathrm{FAO} \equiv \triangle \mathrm{ECO}$	㉥ $\angle \mathrm{FOC} = \angle \mathrm{EOA}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle \mathrm{AFO}$ 와 $\triangle \mathrm{OEC}$ 에서, $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$, $\angle \mathrm{AOF} = \angle \mathrm{EOC}$, $\angle \mathrm{OAF} = \angle \mathrm{OCE}$ 이므로 ASA 합동이다.

그러므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$ 이다.

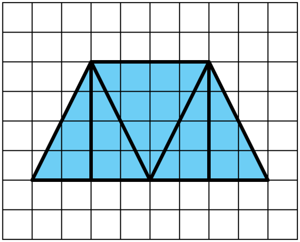
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle \mathrm{FAO} = \angle \mathrm{EAO}$ 는 아니다.

㉡. $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이지만 항상 $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 는 아니다.

㉣. 평행사변형에서 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AO}}$는 성립할 필요 없다.

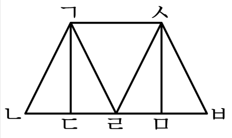
12. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

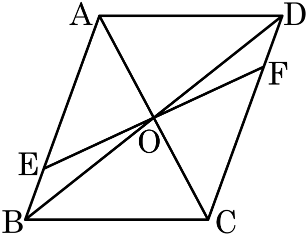
위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은

□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EB}} = 3 : 1$ 이고 $\triangle\mathrm{AEO}$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6　② 18　③ 24　④ 48　⑤ 96

해설

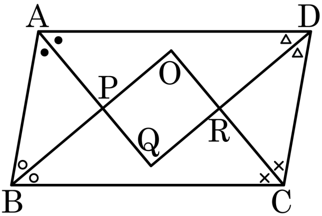
$\triangle\mathrm{AOE}$ 와 $\triangle\mathrm{BEO}$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle\mathrm{AOE} : \triangle\mathrm{BEO} = 3 : 1$

$\therefore \triangle\mathrm{BEO} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{AEO} = 6$

$\triangle\mathrm{AOB} = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square\mathrm{ABCD} = 4 \times \triangle\mathrm{AOB} = 24 \times 4 = 96$ 이다.

14. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?

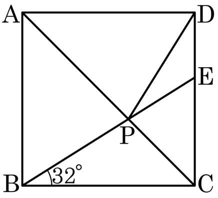


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$
$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180-90)° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

15. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 32°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

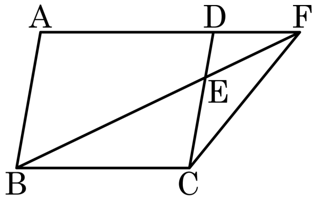
▷ 정답 : 77 °

해설

$\triangle DPC \equiv \triangle BPC$(SAS합동) 이므로 $\angle PDC = 32°$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle APD &= 32° + 45° \\ &= 77°\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 2$일 때, $\triangle ADE + \triangle FEC$의 값은 평행사변형 ABCD의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{5}$ 배
④ $\frac{1}{7}$ 배 ⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle ADE : \triangle BCE = 1 : 2$

$$\triangle ADE = \triangle ACD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$\triangle BCE = 2\triangle ADE = \frac{1}{3}\square ABCD$$

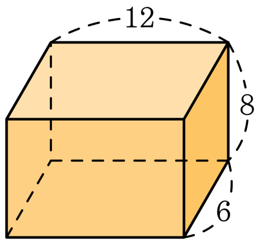
$\overline{AF} // \overline{BC}$ 이므로 $\triangle FBC = \triangle DBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$$\triangle FEC = \triangle FBC - \triangle BCE = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \square ABCD$$

$$= \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$\therefore\ \triangle ADE + \triangle FEC = \frac{1}{3}\square ABCD$$

17. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 <u>없는</u> 것은?



① 2 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3:4:6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3:4:6=x:y:4 \;\Rightarrow\; 2:\frac{8}{3}:4$

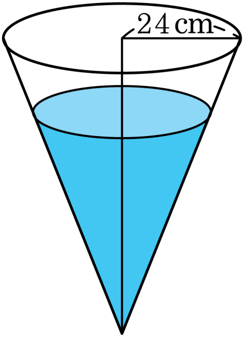
2) $3:4:6=x:4:y \;\Rightarrow\; 3:4:6$

3) $3:4:6=4:x:y \;\Rightarrow\; 4:\frac{16}{3}:8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



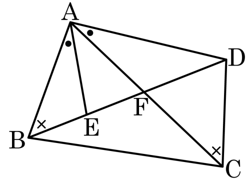
▶ 답 : __________ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로
수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면 $4:3=24:x$, $x=18$
따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

19. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$　　㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$

㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$　　㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$

㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$　　㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥　② ㉡, ㉥　③ ㉢, ㉥　④ ㉣, ㉥　⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥

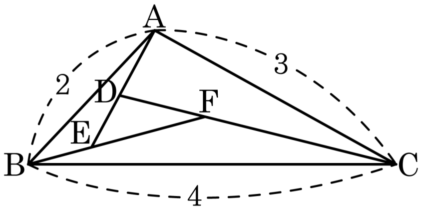
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CA} = 3$이고, $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$는?



① 2 : 3　② 3 : 2　③ 4 : 3　④ 3 : 4　⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC = x$, $\angle FCB = y$, $\angle EBA = z$라 하면,

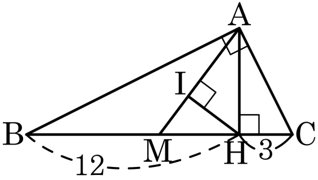
$\angle EDF = x + \angle ACD = x + \angle BAE = \angle A$

$\angle DFE = y + \angle CBF = y + \angle ACD = \angle C$

$\angle FED = z + \angle BAE = z + \angle CBF = \angle B$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 점 M이 $\overline{BC}$의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

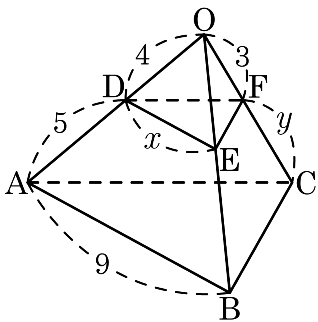
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore\ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

22. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △DEF 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+4y$ 의 값은?



① 4　　② 9　　③ $\dfrac{31}{4}$　　④ 15　　⑤ 19

해설

$\overline{DE} \,//\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ODE \backsim \triangle OAB$

$4 : 9 = x : 9$

$x = 4$

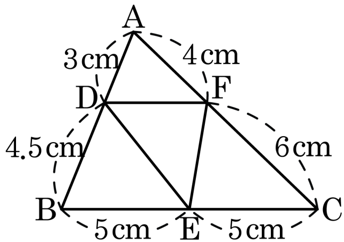
$\overline{DF} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ODF \backsim \triangle OAC$

$4 : 5 = 3 : y$

$y = \dfrac{15}{4}$

$\therefore\ x + 4y = 4 + 4 \times \dfrac{15}{4} = 19$

23. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$

㉡ $\overline{BC} // \overline{DF}$

㉢ $\overline{EF} // \overline{AB}$

㉣ $\angle ADF = \angle ABC$

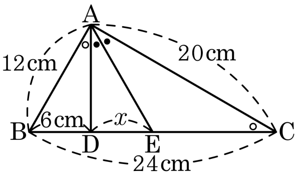
㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

① ㉠, ㉢, ㉤
② ㉡, ㉣, ㉤
③ ㉠, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉣
⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$이다.
이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각) 이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, x 의 값을 구하면?



① 6 cm ② 7 cm

③ 8 cm ④ 9 cm

⑤ 10 cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAD = \angle BCA$ $\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

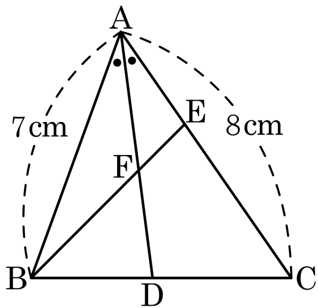
닮음비로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 에서 $12 : 24 = \overline{AD} : 20$

$\therefore \overline{AD} = 10(\text{cm})$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle CAD$ 의 이등분선이므로 $10 : 20 = x : (18 - x)$

$\therefore x = 6(\text{cm})$

25. 다음 그림에서 넓이가 80cm^2 인 $\triangle\text{ABC}$ 에서 $\overline{\text{AD}}$ 는 $\angle\text{A}$ 의 이등분선이다. $\overline{\text{AB}} = 7\text{cm}$, $\overline{\text{AC}} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{\text{AE}} : \overline{\text{EC}} = 3 : 5$, $\overline{\text{AD}}$ 와 $\overline{\text{BE}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle\text{ABF}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $21\ \text{cm}^2$

해설

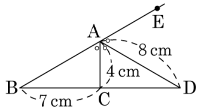
$\overline{\text{AE}} : \overline{\text{EC}} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{\text{AE}} = 3\text{cm}$

$\triangle\text{ABE}$ 에서 $\angle\text{A}$ 의 이등분선이 $\overline{\text{AF}}$ 이므로

$\overline{\text{BF}} : \overline{\text{EF}} = \overline{\text{AB}} : \overline{\text{AE}} = 7 : 3$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\text{ABF} &= \frac{7}{10}\triangle\text{ABE} = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle\text{ABC}\right) \\ &= \frac{21}{80}\triangle\text{ABC} = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

26. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

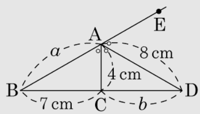


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

그림과 같이 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라고 하면



$\triangle ABD$ 에서 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

$a : 8 = 7 : b$

$\therefore \ ab = 56 \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

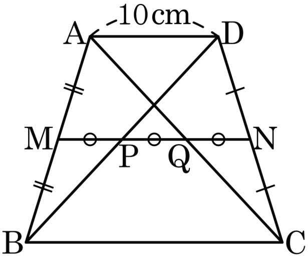
$a : 4 = (7 + b) : b$

$\therefore \ ab = 28 + 4b \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $56 = 28 + 4b$ $\quad \therefore \ b = 7$

따라서 $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

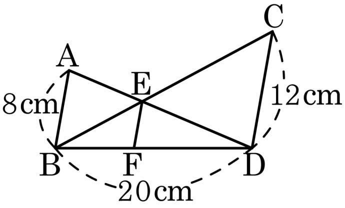
$\overline{BM} : \overline{BA} = \overline{MP} : \overline{AD}$ 에서 $1 : 2 = \overline{MP} : 10$ 이다.

따라서 $\overline{MP} = 5$ 이다.

$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MQ} = 10\text{cm}$ 이다.

$1 : 2 = 10 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 20$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{EF} \,/\!/\, \overline{CD}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ 이므로

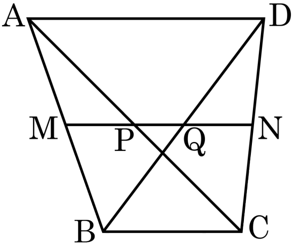
$\overline{BF} : \overline{FD} = 2 : 3$

$\overline{BF} : \overline{BD} = 2 : 5$

$\overline{BF} : 20 = 2 : 5$

$\overline{BF} = 8\text{cm}$

29. 다음 그림과 같은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 1 : 1$ 일 때, $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC}$ 의 값은?



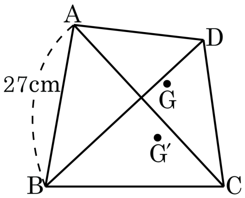
① $4 : 3 : 1$　　② $3 : 2 : 1$　　③ $4 : 2 : 1$

④ $4 : 3 : 2$　　⑤ $5 : 3 : 1$

해설

$\overline{MP} = a$ 라고 하면 $\overline{PQ} = a$, $\overline{BC} = 2a$ 이고, $\overline{MQ} = 2a$ 이므로 $\overline{AD} = 4a$ 이다. $\overline{AD} = 4a$ 이므로 $\overline{PN} = 2a$ 이고, $\overline{QN} = a$ 이다. 따라서 $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC} = 4a : 3a : 2a = 4 : 3 : 2$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 △ACD , △DBC 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 27\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하면?

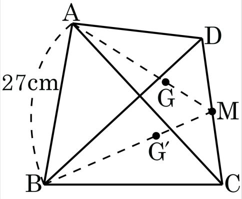


① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm

④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면

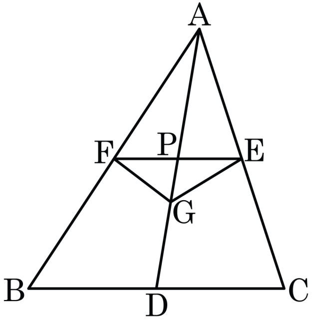


$\overline{GG'} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로

$\overline{GG'} : \overline{AB} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = \dfrac{1}{3} \times 27 = 9(\text{cm})$

31. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. 점 F, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{AP} = \overline{DP}$ 이고 $\triangle FGE = 3\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



① $24\,\text{cm}^2$ ② $36\,\text{cm}^2$ ③ $48\,\text{cm}^2$

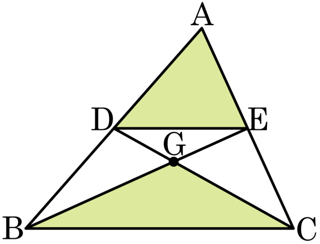
④ $34\,\text{cm}^2$ ⑤ $46\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle FGE = \frac{1}{4}\square AFGE = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \triangle ABC = \frac{1}{12} \times \triangle ABC$$

$$\triangle ABC = 12 \times \triangle FGE = 12 \times 3 = 36(\text{cm}^2)$$

32. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle ADE$와 $\triangle GBC$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 2 ④ 3 : 4 ⑤ 4 : 3

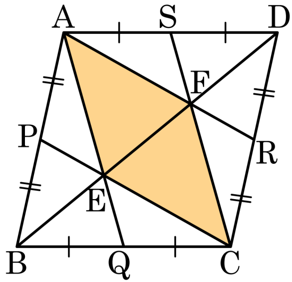
해설

점 G가 무게중심이므로

$\triangle ADE = \frac{1}{4}\triangle ABC$, $\triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ADE : \triangle GBC &= \frac{1}{4}\triangle ABC : \frac{1}{3}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3 : 4\end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 하고 $\triangle EQC = 5$ 일 때, $\square AECF$ 의 넓이를 구하면?



① 18 ② 20 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

해설

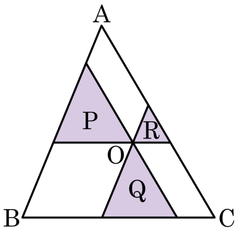
점 A 와 점 C , 점 B 와 점 D 를 연결하고 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라 하자. 평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AQ}$, $\overline{BO}$ 는 중선이므로 점 E 는 무게중심이고,
$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AR}$, $\overline{DO}$ 는 중선이므로 점 F 는 무게중심이다.

$\triangle EQC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{12}\square ABCD = 5 \Rightarrow \square ABCD = 60$,

$\triangle AEC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{6}\square ABCD = 10$ 이다.

따라서 $\square AECF = 10 \times 2 = 20$ 이다.

34. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $9\,cm^2$, $4\,cm^2$, $1\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $22\,\underline{cm^2}$

해설

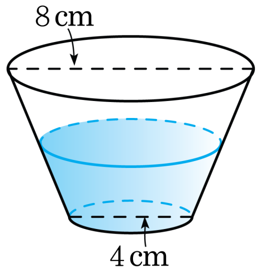
삼각형 P, Q, R 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는

$3:2:1:6$

넓이의 비는 $9:4:1:36$

$\therefore$ 구하는 넓이는 $36-(9+4+1)=22(\,cm^2)$

35. 다음 그림과 같이 그릇의 안이 원뿔대 모양인 그릇에 물을 부어서 높이가 절반이 되도록 하였다. 들어갈 수 있는 물의 최대 부피가 448cm^3 일 때, 현재 물의 부피는 몇 cm^3 인가?

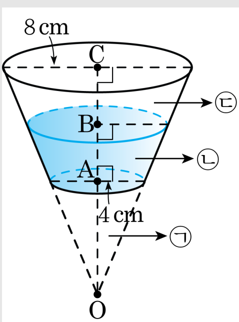


① 144cm^3　② 152cm^3　③ 164cm^3

④ 186cm^3　⑤ 224cm^3

해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 연장하고, ㉠, ㉡, ㉢은 각각의 부피를 나타낸다고 하면



$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 각각 축으로 하는 원뿔의 닮음비는 $2 : 3 : 4$, 부피 비는 $8 : 27 : 64$ 이므로

㉡ : (㉡ + ㉢)) $= 19 : 56$

현재 물의 부피를 $x\text{cm}^3$ 라 할 때

$x : 448 = 19 : 56$

$\therefore\ x = 152$