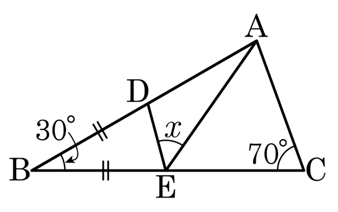
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CA} = \overline{CE}$ 이고 $\angle DBE = 30°$, $\angle ACE = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

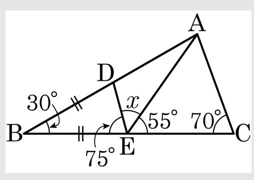
▷ 정답: 50°

해설

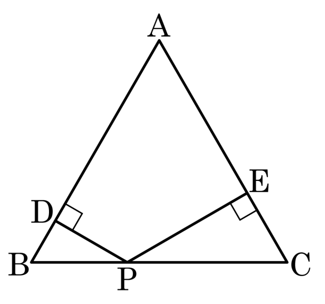
$\triangle BED$ 에서 $\angle BED = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

$\triangle CAE$ 에서 $\angle AEC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\therefore \angle x = 180° - (75° + 55°) = 50°$



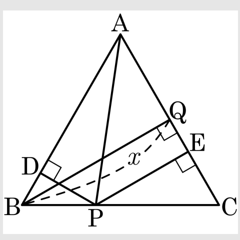
2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위의 한 점 P 에서 나머지 두 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 한다. $\overline{PE} + \overline{PD} = 8\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 40 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



위의 그림과 같이 점 B 에서 변 AC 에 이르는 거리 $\overline{BQ}$를 x 라 할 때,

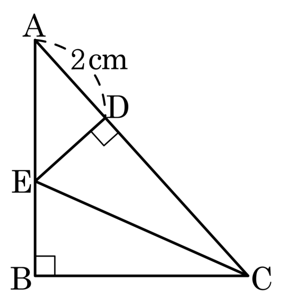
$\overline{AP}$ 를 그으면 $\triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PAC$

$\frac{1}{2} \times 10 \times x = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{PE}$

$\therefore\ x = \overline{PD} + \overline{PE} = 8$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40\ (\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



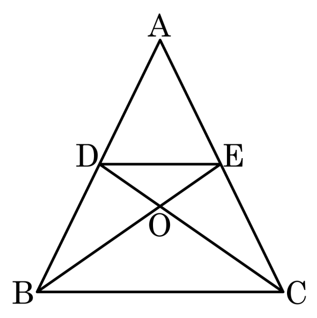
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 2 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$(RHS 합동) 이므로
$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\ (\text{cm})$

4. 다음 그림에서 $\overline{DB} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\triangle DBE \equiv \triangle EDC$ (SSS 합동)

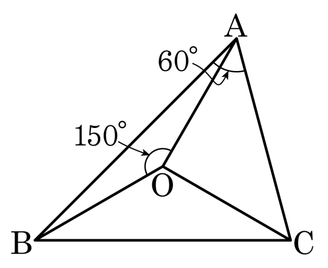
$\angle ADC = \angle AEB$, $\overline{BE} = \overline{DC}$ 따라서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\angle DBE = \angle ECD$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ACD$

인 이등변삼각형이다.

5. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 60°$, $\angle AOB = 150°$ 일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



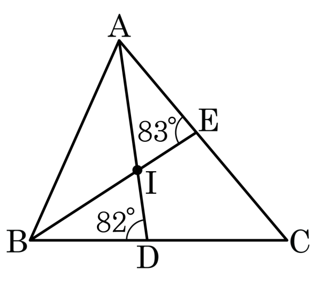
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 45°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120°$이고,
점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBC$는 $\angle OBC = \angle OCB$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \dfrac{180° - 120°}{2} = 30°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$에서 $\triangle OAB$는 $\angle OAB = \angle OBA$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBA = \dfrac{180° - 150°}{2} = 15°$
$\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45°$

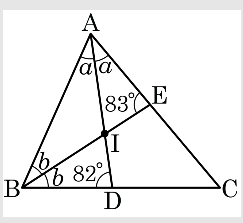
6. 다음 그림에서 점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AEB = 83°, \angle ADB = 82°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $50°$

해설



$\angle A = 2\angle a, \angle B = 2\angle b$ 라 하면 $\triangle ABE$ 에서

$2\angle a + \angle b + 83° = 180° \cdots$ ㉠

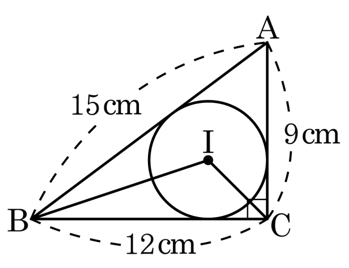
$\triangle ABD$ 에서, $\angle a + 2\angle b + 82° = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $\angle a = 32°, \angle b = 33°$

따라서 $\triangle ABC$ 에서, $\angle A + \angle B + \angle C = 64° + 66° + \angle C = 180°$

$\therefore \angle C = 50°$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 18 cm^2

해설

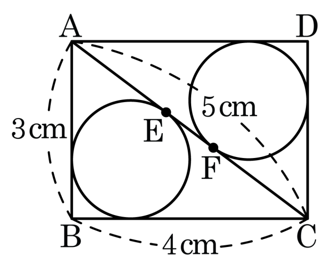
원 I 의 반지름을 r 라 하면

$(12 - r) + (9 - r) = 15$

$2r = 6, r = 3\,(cm)$

$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18\,(cm^2)$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 AC 와 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD 의 내접원과의 교점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 1 cm

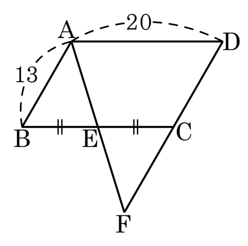
해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \frac{1}{2} \times (3 + 5 - 4) = 2(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{CF}} = \frac{1}{2} \times (3 + 5 - 4) = 2(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{AC}} - \overline{\mathrm{AE}} - \overline{\mathrm{CF}} = 5 - 2 - 2 = 1(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 20$, $\overline{\mathrm{AB}} = 13$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서

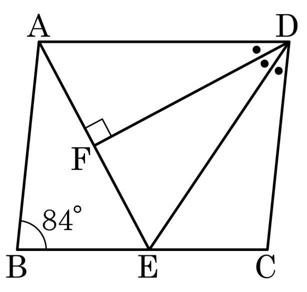
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

$\overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 13 + 13 = 26$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}, \overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 삼등분선이다. $\angle AFD = 90°, \angle ABE = 84°$ 일 때, $\angle AEB$ 와 $\angle DEC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 6 °

해설

$\angle D = \angle B = 84°$ 이므로

$\angle DAF = 180° - (90° + 84° \div 3)$

$= 180° - 118° = 62°$

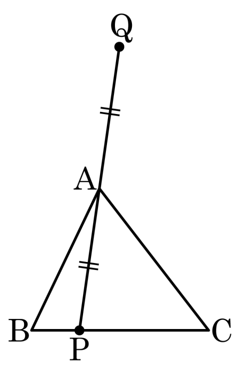
$\angle AEB = \angle DAF = 62°$

$\angle DEC = 180° - 62° \times 2$

$= 180° - 124° = 56°$

$\therefore 62° - 56° = 6°$

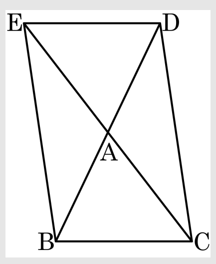
11. 다음과 같이 밑변 BC 의 길이가 5, 높이가 4 인 삼각형 ABC 가 있다. 변 BC 위에 한 점 P 가 점 B 에서 C 까지 움직일 때, 선분 PA 의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{AQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡는다고 한다. 점 P 가 B 에 있을 때 Q 의 위치를 D, 점 P 가 C 에 있을 때 Q 의 위치를 E 라고 할 때, 사각형 BCDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

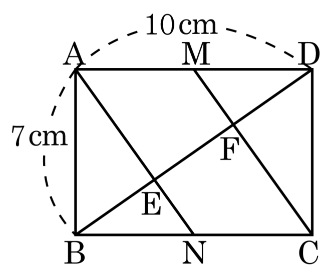
▷ 정답 : 40

해설



$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}=\overline{AE}$, $\angle EAD=\angle CAB$ (맞꼭지각) 이므로, $\triangle EAD\equiv\triangle CAB$ (SAS 합동)
$\angle CED=\angle ECB$ (엇각) 이므로 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}\cdots$㉠
점 Q 의 이동거리는 점 P 의 이동거리와 같으므로 $\overline{DE}=\overline{BC}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의해 사각형 BCDE 는 평행사변형이다.
$\overline{BD}$ 와 $\overline{CE}$ 는 평행사변형의 두 대각선이므로 □BCDE $=4\triangle ABC=4\times\frac{1}{2}\times5\times4=40$ 이다.

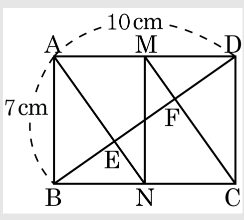
12. 오른쪽 그림에서 □ABCD는 직사각형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AD}=10\,\text{cm}$, $\overline{AB}=7\,\text{cm}$일 때, □ENCF의 넓이는?



① $\frac{33}{2}\,\text{cm}^2$　② $17\,\text{cm}^2$　③ $\frac{35}{2}\,\text{cm}^2$
④ $18\,\text{cm}^2$　⑤ $\frac{37}{2}\,\text{cm}^2$

해설

△MNC ≡ △ABN 이므로



□ANCM = △ANM + △MNC

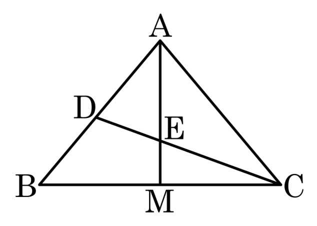
= △ANM + △ABN = □ABNM

$= \frac{1}{2}$□ABCD

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 7 = 35\,(\text{cm}^2)$

∴ □ENCF $= \frac{1}{2}$□ANCM $= \frac{35}{2}\,(\text{cm}^2)$

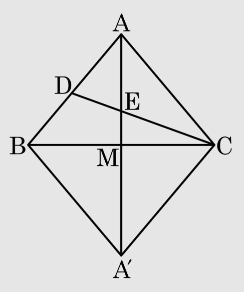
13. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이고, 점 M 은 변 BC 의 중점이다. $\angle ADE = 70°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: _____°

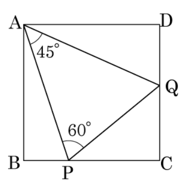
▷ 정답: 20°

해설



$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고,
$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\overline{AM}$ 은 $\angle B$ 의 이등분선이며 $\overline{AM} \perp \overline{BC}$ 이다.
점 A 를 $\overline{BC}$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A′ 이라 하면
$\square ABA'C$ 는 네 변의 길이가 같으므로 마름모가 되고,
마름모는 평행사변형이므로 $\overline{AB} // \overline{CA'}$
이때, $\angle ADE = 70°$ 이므로
$\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle AED = 70°$
$\angle CEM = 70°$ (맞꼭지각)
$\angle AMC = 90°$ (수직이등분선)
$\therefore \angle MCE = 90° - 70° = 20°$

14. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 변 BC , CD 위에 각각 $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$ 이 되도록 점 P, Q 를 정할 때 $\angle AQD = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



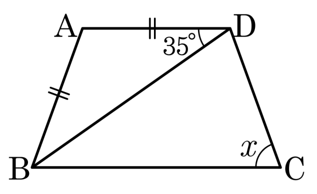
▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

$\triangle ABP$ 를 90° 만큼 회전시킨 삼각형을 $\triangle ADP'$ 라 하자.
$\triangle APQ$ 와 $\triangle AP'Q$ 에서
$\overline{AP} = \overline{AP'}$ $\cdots$①
$\overline{AQ}$ 는 공통$\cdots$②
$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ $\cdots$③
①, ②, ③에서 $\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$ (SAS 합동)
따라서 $\angle AQD = \angle AQP = 180° - 45° - 66° = 75°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ADB = 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



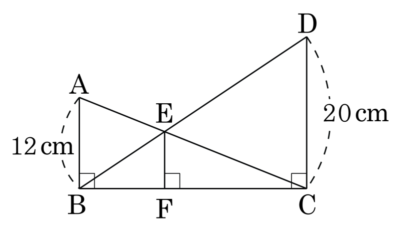
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\angle ADB = 35°$ 이고, $\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이고, $\angle BAD = 180° - 70° = 110°$ 이다.
$\therefore\ \angle ABC = 180° - 110° = 70° = \angle BCD$
$\therefore\ \angle x = 70°$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{DC}$ 가 선분 BC 에 수직이고 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 20\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$

즉, $\overline{BE} : \overline{DE} = 12 : 20 = 3 : 5$

$\triangle BEF \backsim \triangle BDC$ 이므로

$\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DC}$

$3 : 8 = \overline{EF} : 20$

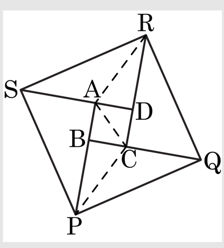
$\therefore\ \overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$

17. 넓이가 1 인 사각형 ABCD 의 각 변 AB, BC, CD, DA 의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BC} : \overline{CQ} = \overline{CD} : \overline{DR} = \overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$ 가 되도록 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, □PQRS – 4□ABCD 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



$\overline{BC} : \overline{CQ} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BP} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle PQB = 3\triangle BPC = 3 \times 2\triangle ABC = 6\triangle ABC$

또, $\overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$, $\overline{CD} : \overline{DR} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle RSD = 3\triangle RAD = 3 \times 2\triangle ACD = 6\triangle ACD$

같은 방법으로 $\triangle QRC = 6\triangle BCD$, $\triangle SPA = 6\triangle ABD$ 임을 알 수 있다.

$\therefore$ □PQRS

$= \triangle PQB + \triangle QRC + \triangle RSD + \triangle SPA +$ □ABCD

$= 6\triangle ABC + 6\triangle BCD + 6\triangle ACD + 6\triangle ABD +$ □ABCD

$= 6(\triangle ABC + \triangle ACD) + 6(\triangle BCD + \triangle ABD) +$ □ABCD

$= 6$□ABCD $+ 6$□ABCD $+$ □ABCD

$= 13$□ABCD

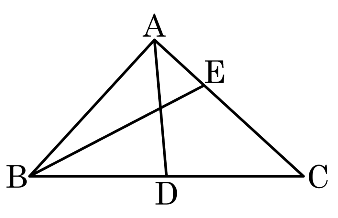
따라서 □ABCD $= 1$ 이므로

□PQRS – 4□ABCD = 13□ABCD – 4□ABCD

= 9□ABCD

= 9

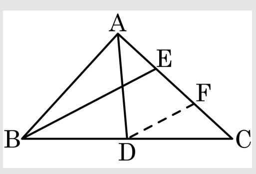
18. $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AC}$ 위의 점 E 에 대해 $\angle DAE = \angle BEA$ 이고, $\overline{BE}$ 의 길이가 10 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이가 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



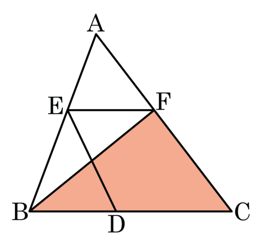
점 D 를 지나고 선분 BE 와 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 F 라 두면,
$\triangle CBE$ 에서 중점연결 정리에 의해,

$\overline{CF} = \overline{EF}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE}$

$\triangle ADF$ 는 이등변삼각형이므로, $\overline{AD} = \overline{DF}$

$\therefore\ \overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BE} = 5$

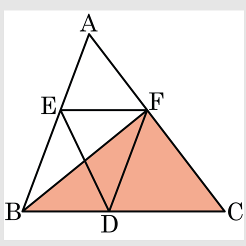
19. 다음 그림과 같이 넓이가 $14\,\mathrm{cm}^2$ 인 $\triangle \mathrm{ABC}$ 가 있다. $\overline{\mathrm{BD}} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 4\,\mathrm{cm}$ 이고, 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 위의 임의의 점이다. $\triangle \mathrm{BCF} = \square \mathrm{DCFE}$ 일 때, $\triangle \mathrm{BCF}$ 의 넓이는?



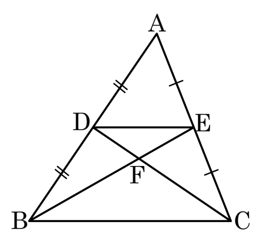
① $6\,\mathrm{cm}^2$　② $7\,\mathrm{cm}^2$　③ $8\,\mathrm{cm}^2$　④ $9\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{BCF} = \square \mathrm{DCFE}$ 이므로
$\triangle \mathrm{BDF} = \triangle \mathrm{EDF}$, $\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DF}}$
$\overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DC}} = 3 : 4$
$\triangle \mathrm{ABF} = \triangle \mathrm{BCF} = 3 : 4$
$\triangle \mathrm{BCF} = \frac{4}{7} \triangle \mathrm{ABC} = \frac{4}{7} \times 14 = 8 \ (\mathrm{cm}^2)$



20. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 9　② 3 : 11　③ 1 : 11　④ 1 : 12　⑤ 3 : 22

해설

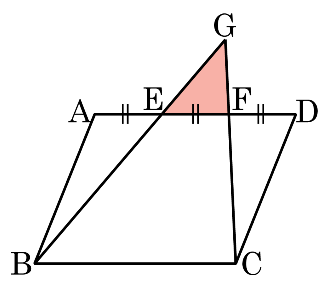
점 F 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle FBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle DEF : \triangle FBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\therefore\ \triangle DEF : \triangle ABC = 1 : 12$

21. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다.
$\overline{BE}$,$\overline{CF}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하고 $\triangle ABE = 22\,cm^2$ 일 때, $\triangle GEF$ 의 넓이는?

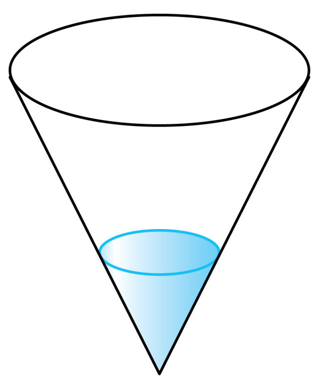


① $7\,cm^2$　② $9\,cm^2$　③ $11\,cm^2$
④ $13\,cm^2$　⑤ $15\,cm^2$

해설

$\triangle ABE = \frac{1}{6}\square ABCD$
$\triangle GEF : \triangle GBC = 1 : 9$
$\triangle GEF = \frac{1}{8}\square EBCF = \frac{1}{12}\square ABCD$
$\therefore \triangle ABE : \triangle GEF = 2 : 1$
$\triangle GEF = \frac{1}{2}\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 22 = 11(\,cm^2)$

22. 다음 그림과 같이 높이가 24 인 원뿔 모양의 그릇에 일정한 속도로 물을 넣었을 때, 54 분 만에 물이 가득 찼다. 물을 넣기 시작한 지 2 분 후의 물의 높이는 얼마였는지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

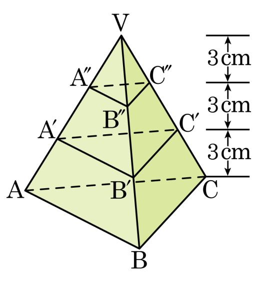
해설

54 분 동안 넣는 물의 양과 2 분 동안 붓는 물의 양의 부피비는 27 : 1 이므로

물이 담긴 부분의 원뿔의 부피는 그릇의 부피의 $\frac{1}{27}$ 이 된다.

따라서 두 원뿔의 닮음비는 3 : 1 이 되므로 높이는 $24 \times \frac{1}{3} = 8$ 이다.

23. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle \mathrm{A'B'C'} = 27\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{ABC}$ 와 $\triangle \mathrm{A''B''C''}$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{8}\,\mathrm{cm}^2$

② $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{243}{8}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{162}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{9}{4}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\,\mathrm{cm}^2,\ \triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{4}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{A''B''C''} : \triangle \mathrm{A'B'C'} = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle \mathrm{A''B''C''} : 27 = 1 : 4$

$\triangle \mathrm{A''B''C''} = \dfrac{27}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle \mathrm{A'B'C'} : \triangle \mathrm{ABC} = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$27 : \triangle \mathrm{ABC} = 4 : 9$

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{243}{4}\ (\mathrm{cm}^2)$

24. 실제 거리가 $0.2\,\mathrm{km}$ 인 두 지점 사이의 거리가 $2\,\mathrm{cm}$ 로 그려지는 지도가 있다. 이 지도에서 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 $2\,\mathrm{cm}$, $4\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 땅의 실제 넓이는 몇 m^2 인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $80000\,\mathrm{m}^2$

해설

(축도에서의길이) $=$ (실제길이) $\times$ (축척) 에서

축척은 $\dfrac{2\mathrm{cm}}{0.2\mathrm{km}} = \dfrac{2\mathrm{cm}}{2000\mathrm{cm}} = \dfrac{1}{1000}$

즉, 지도에서의 거리와 실제 거리의 비는 $1 : 10000$ 이므로
지도에서의 넓이와 실제 넓이의 비는 $1^2 : 10000^2$

이 때, 지도에서 땅의 넓이는 $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 땅의 실제 넓이를 $x\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면
$8 : x = 1^2 : 10000^2$
$x = 800000000(\mathrm{cm}^2)$
따라서 땅의 실제 넓이는 $80000\,\mathrm{m}^2$ 이다.