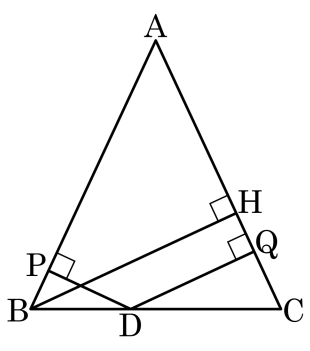
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

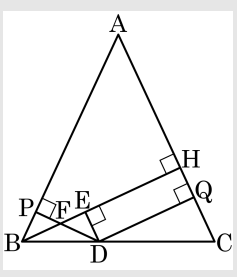


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



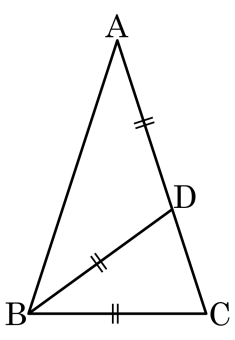
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

2. 다음 그림에서 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle DCB$ 의 크기를 구하여라.



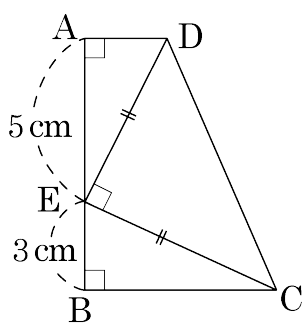
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle A = \angle a$ 라 하면
$\angle C = 2\angle a, \angle ABC = 2\angle a$ 이므로
$\angle ABD = \angle DBC = \angle a$
$5\angle a = 180°, \angle a = 36°$
$\therefore \angle DCB = 72°$

3. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} = 5\text{cm}, \overline{EB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 17 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\angle DAE = \angle EBC = 90° \cdots ㉠$

$\overline{DE} = \overline{EC} \cdots ㉡$

$\angle AED + \angle ADE = 90°$ 이고

$\angle AED + \angle BEC = 90°$ 이므로

$\angle ADE = \angle BEC \cdots ㉢$

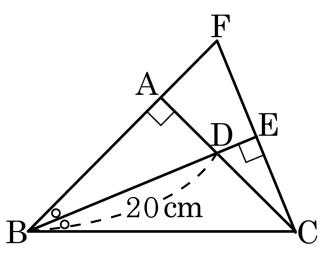
㉠, ㉡, ㉢ 에서 $\triangle AED \equiv \triangle BCE$ (RHA 합동)

$\triangle DEC = \square ABCD - \triangle AED - \triangle EBC$

$= (5+3) \times 8 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 5 \times 3 - \frac{1}{2} \times 5 \times 3$

$= 32 - \frac{15}{2} - \frac{15}{2} = 17\,(\text{cm}^2)$

4. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle CEB = 90°$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD} = 20\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



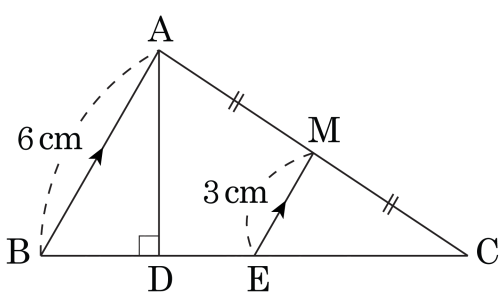
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서
$\angle BAD = \angle CAF = 90, \overline{AB} = \overline{AC}$
$\angle ABD = 22.5$, $\angle ADB = 67.5$
$\angle ADB = \angle CDE = 67.5$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로 $\angle ACF = 22.5$
즉, $\angle ABD = \angle ACF$
$\triangle ABD \equiv \triangle ACF$(ASA합동)
$\therefore \overline{BD} = \overline{CF} = 20\,\text{cm}$
$\angle BCF = 45° + 22.5° = 67.5° = \angle BFC$
즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고 $\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로 $\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.
$\therefore \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{CF} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

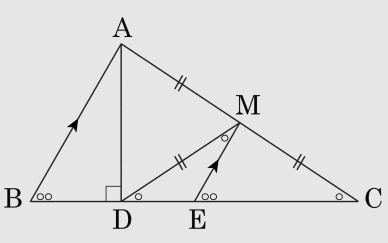
5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$에 평행한 선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: _____ cm

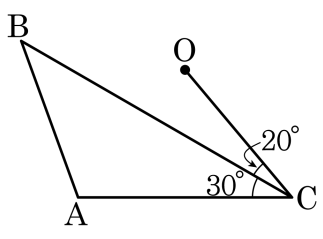
▷ 정답: 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$
$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$
$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$
따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 30°$, $\angle OCB = 20°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

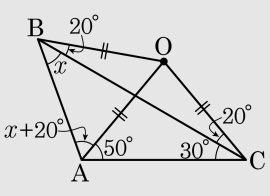


▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 40°

해설

$\angle B = x$ 라 하면



$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 50°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 20°$

$\triangle OBA$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로

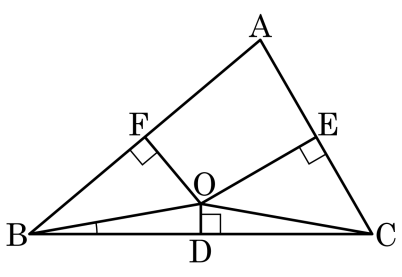
$\angle OBA = \angle OAB = x + 20°$

$\triangle ABC$ 에서

$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = x + 70° + x + 30° = 180°$

$\therefore\ x = 40°$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle OCA$의 크기를 구하여라.



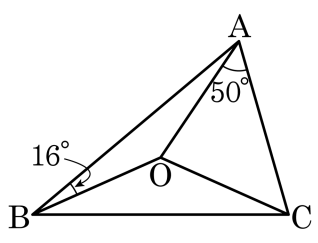
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$
$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면
$\angle OCA = \angle x$, $\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 80°$
$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$
$\therefore \angle x = 50°$

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle BOC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

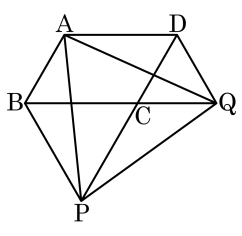
▷ 정답 : 132°

해설

$\angle ABO = \angle BAO = 16°$

$\therefore \angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times (16° + 50°) = 132°$

9. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 BPC 와 CQD 를 그렸다. $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



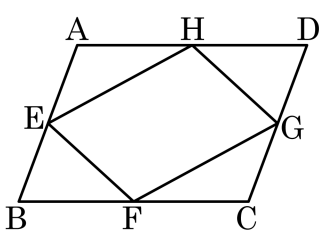
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QD}$, $\overline{BP} = \overline{DA}$
$\angle QDA = \angle ABP$
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle QDA$ (SAS 합동) $\cdots$ ①
$\triangle ABP$ 와 $\triangle QCP$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$
$\angle QCP = 360° - 60° - 60° - \angle DCB$
$= 240° - (180° - \angle ABC)$
$= 60° + \angle ABC$
$= \angle ABP$
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle QCP$ (SAS 합동) $\cdots$ ②
①, ②에서 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 6$ (cm) 이다.

10. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



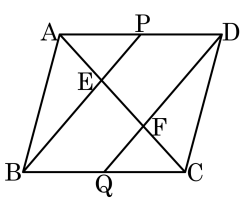
△AEH와 △CGF에서
$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} =$ [ㄱ] ⋯ ㉠
[ㄴ] $= \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG}$ ⋯ ㉡
□ABCD는 평행사변형이므로
∠HAE = [ㄷ] ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △AEH ≡ △CGF ([ㄹ] 합동)
∴ $\overline{EH} = \overline{FG}$ ⋯ ㉣
△EBF와 △GDH에서도 같은 방법으로하면
△EBF ≡ △GDH이므로
∴ $\overline{EF}$ = [ㅁ] ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{CF}$ ② ㄴ : $\overline{AE}$ ③ ㄷ : ∠FCG
④ ㄹ : SSS ⑤ ㅁ : $\overline{HG}$

해설

$\overline{AE} = \overline{CG}$, ∠HAE = ∠FCG, $\overline{AH} = \overline{CF}$이므로 △AEH와 △CGF는 SAS 합동이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 36cm^2 일 때, □EBQF 의 넓이는?



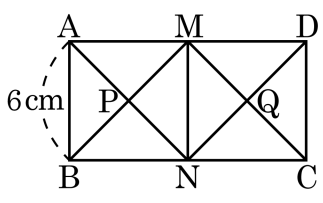
① 9cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 22cm^2

해설

$\overline{BD}$, $\overline{PQ}$ 의 교점을 O 라고 하면 △PEO 와 △QFO 에서
$\overline{PO} = \overline{QO}$, $\angle EPO = \angle FQO$, $\angle POE = \angle QOF$
$\therefore$ △PEO ≡ △QFO (ASA 합동)

$$\square EBQF = \triangle PBQ = \frac{1}{4}\square ABCD = 9\ (\text{cm}^2)$$

12. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$이다. 점 M, N이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점일 때, □MPNQ의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 18 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB} = \overline{AM}$이므로

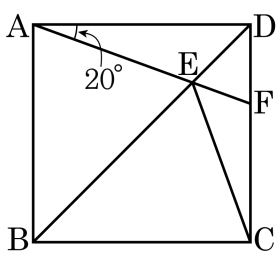
$\triangle MPN = \frac{1}{4}\square ABNM$

$\square MPNQ = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 12 \times 6$

$= 18\,(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 가 대각선이고 $\angle DAE = 20°$ 일 때, $\angle BEC$ 의 크기는?



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 67° ⑤ 70°

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동) 이므로,
$\angle ECF = 20°$
$\triangle BEC$ 에서 $\angle CBE = 45°$, $\angle BCE = 70°$
$\therefore\ \angle BEC = 180° - (70° + 45°) = 65°$

14. 다음 중 평행사변형은 모두 몇 개인가?

직사각형, 사다리꼴, 정사각형, 등변사다리꼴, 마름모

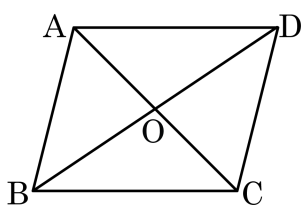
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

평행사변형이 되는 것은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.

15. 다음 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$ ② $\angle A = 90°$

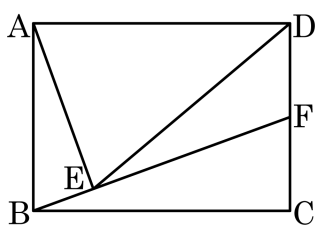
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면, 한 각이 $90°$이거나, 대각선의 길이가 같아야 한다.

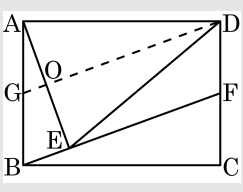
16. 다음 직사각형 ABCD 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70°$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 : _____ °

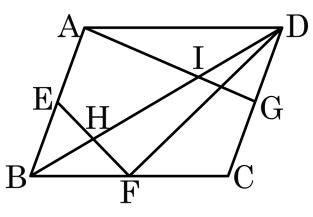
▷ 정답 : 20 °

해설



선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,
$\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$
점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$는 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90°$ 이다.
$\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90°$
$\therefore \angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90° - 70° = 20°$

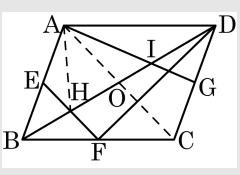
17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 세 변 AB, BC, CD 의 중점을 각각 E, F, G 라 하고, 선분 EF, AG 와 평행사변형의 대각선 BD 가 만나는 점을 각각 H, I 라 할 때, $\frac{\triangle BEH}{\triangle ADI}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{8}$

해설



$\overline{BH} = \overline{HO}$ (∵ 중점연결 정리) 이고 점 I 는 삼각형 ACD 의 무게중심이다.

$\therefore \overline{DI} : \overline{IO} = 2 : 1$

$\overline{BO} = \overline{DO}$

$\therefore \overline{BH} : \overline{HI} : \overline{ID} = \frac{3}{2} : \frac{3}{2} + 1 : 2 = 3 : 5 : 4$

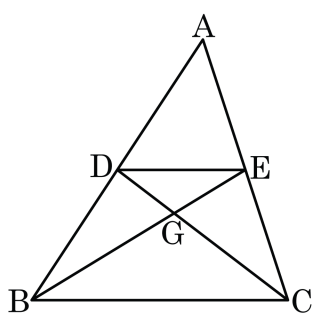
$\triangle BEH = a$ 라 하면

$\triangle AEH = a$, $\triangle ABH = 2a$,

$\triangle ADI = \frac{4}{3} \times \triangle ABH = \frac{4}{3} \times 2a = \frac{8}{3}a$

따라서 $\frac{\triangle BEH}{\triangle ADI} = \frac{a}{\frac{8}{3}a} = \frac{3}{8}$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이고, 삼각형 DEG 의 넓이가 2 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



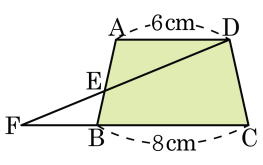
▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 점 D, E 는 각각 변 AB, AC 의 중점
변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 점 G 는 선분 AM 을 2 : 1 로 내분한다.
그러므로 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, 삼각형 BCG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S$
또 평행선의 성질에 의하여 삼각형 DEG, BCG 는 닮은 도형이고 닮음비는 1 : 2 이므로 넓이비는 1 : 4
따라서 삼각형 DEG 의 넓이는 $\frac{1}{3}S \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}S = 2$ 이므로 $S = 24$

19. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\triangle AED = 15\,cm^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하여라.

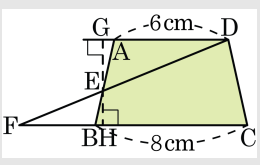


▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 50 cm^2

해설

점 E 를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{FB} = 3 : 2 = 6 : \overline{FB}$ $\therefore \overline{FB} = 4\,(cm)$

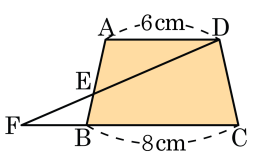


$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{GE} = 15\,(cm^2)$ 이므로

$\overline{GE} = 5\,(cm)$, $\overline{GH} = \frac{25}{3}\,(cm)$

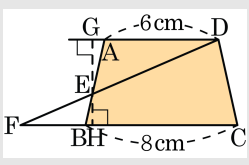
$\triangle DFC = \frac{1}{2} \times (4+8) \times \frac{25}{3} = 50\,(cm^2)$

20. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 4$, $\triangle AED = 21\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DFC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{400}{7}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{320}{7}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{360}{7}\,\text{cm}^2$
④ $\frac{400}{7}\,\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{440}{7}\,\text{cm}^2$

해설



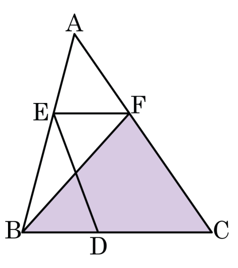
점 E 를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 수직인 선을 그어 $\overline{GH}$ 라고 하면 $\overline{AE} : \overline{EB} = 7 : 4$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{FB} = 7 : 4$ $\therefore\ \overline{FB} = \frac{24}{7}\,(\text{cm})$

$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{GE} = 21\,(\text{cm}^2)$ 이므로

$\overline{GE} = 7\,(\text{cm})$, $\overline{GH} = 11\,(\text{cm})$

$$\therefore\ \triangle DFC = \frac{1}{2} \times \left(\frac{24}{7} + 8\right) \times 11$$
$$= \left(\frac{12}{7} + \frac{28}{7}\right) \times 11$$
$$= \frac{440}{7}\,(\text{cm}^2)$$

21. 다음 그림과 같이 넓이가 $10\,\mathrm{cm}^2$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$ 가 있다. $\overline{\mathrm{BD}} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 3\,\mathrm{cm}$ 이고, 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ 위의 임의의 점이다. $\triangle\mathrm{BCF} = \square\mathrm{DCFE}$ 일 때, $\triangle\mathrm{BCF}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

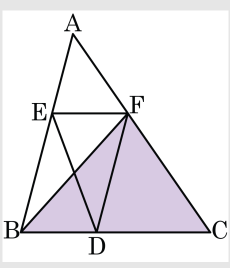
$\triangle\mathrm{BCF} = \square\mathrm{DCFE}$ 이므로

$\triangle\mathrm{BDF} = \triangle\mathrm{EDF}$, $\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{DF}}$

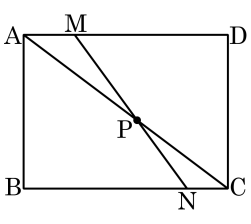
$\overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DC}} = 2 : 3$

$\triangle\mathrm{ABF} = \triangle\mathrm{BCF} = 2 : 3$

$\triangle\mathrm{BCF} = \frac{3}{5}\triangle\mathrm{ABC} = \frac{3}{5} \times 10 = 6\ (\mathrm{cm}^2)$



22. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD}$를 1 : 3으로 나누는 점을 M, $\overline{BC}$를 4 : 1로 나누는 점을 N , $\overline{MN}$과 $\overline{AC}$와의 교점을 P 라고 한다. △PNC의 넓이는 □ABCD의 넓이의 몇 배인지 구하여라.

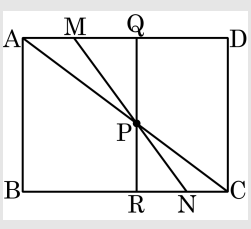


▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{2}{45}$ 배

해설

$\overline{BN}$: $\overline{NC}$ =4 : 1, $\overline{NC} = \frac{1}{5}\overline{BC}$



점 P 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이$\overline{AD}$,$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 Q, R라고 하면 △APM ∽ △CPN

$\overline{AM}$: $\overline{CN} = \overline{AP}$: $\overline{CP}$

△APQ ∽ △CPR

$\overline{PQ}$: $\overline{PR} = \overline{AP}$: $\overline{CP}$

$\overline{AM}$: $\overline{CN} = \overline{PQ}$: $\overline{PR} = 5 : 4$, $\overline{PR} = \frac{4}{9}\overline{AB}$

$\triangle PNC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9} \square ABCD = \frac{2}{45} \square ABCD$

23. 서로 닮은 두 원뿔 A, B 의 부피의 비가 $8 : 27$ 이고, A 의 겉넓이가 40π 일 때, B 의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 90π

해설

두 도형의 부피의 비가 $8 : 27$ 이므로 두 도형의 닮음비는 $2 : 3$
따라서 두 도형의 겉넓이의 비는 $4 : 9$ 이므로 B 의 겉넓이는
$9 \times \frac{40\pi}{4} = 90\pi$ 이다.

24. 서로 닮은 두 원기둥 P, Q 의 겉넓이의 비가 16 : 49이고 원기둥 P의 부피가 $32\pi\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 원기둥 Q 의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $\frac{343}{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

(겉넓이의 비) $= 16 : 49 = 4^2 : 7^2$

(부피의 비) $= 4^3 : 7^3 = 64 : 343$

$64 : 343 = 32\pi : (\text{원기둥 } Q\text{의 부피})$

$\therefore (\text{원기둥 } Q\text{의 부피}) = \frac{343}{2}\pi(\mathrm{cm}^3)$