1. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{2x-3}{2} = \frac{x+y+5}{4}$ 의 해가 $ax+by=22$ 를 만족한다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?(단, x, y는 자연수)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{2x-3}{2} = \frac{x+y+5}{4}$ 의 양변에 4 를 곱하면

$2(2x-3) = x+y+5$

$4x-6 = x+y+5$

$3x-y=11$의 양변에 2를 곱하면

$6x-2y=22$

$\therefore a=6, b=-2$

$\therefore a+b=4$

2. 다음은 철호네 반 학생들이 일차방정식 x, y 가 자연수일 때, $3x+2y=19$ 의 해를 구해 칠판에 쓴 것이다. 다음 중 잘못 구한 사람을 모두 골라라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 철호

▷ 정답: 상정

해설

주어진 식의 x, y 의 값을 표로 나타내면

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	11	$\frac{17}{2}$	8	$\frac{13}{2}$	5	$\frac{7}{2}$	2	$\frac{1}{2}$

이므로 x, y 값이 자연수가 되는 쌍을 찾으면

(1, 8), (3, 5), (5, 2) 이다.

철호 : (−1, 11) 자연수가 아니다.

상정 : (4, 7) 해가 아니다.

3. 10 보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = a - 2b + 6$ 이라고 할 때, $(a * 4) * 1 = (3 * b)$ 의 해 (a, b) 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(a - 8 + 6) * 1 = (3 - 2b + 6)$
$(a - 2) * 1 = (9 - 2b)$
$a - 2 - 2 + 6 = 9 - 2b$
$a + 2b = 7$
$a = 1$ 일 때, $b = 3$
$a = 3$ 일 때, $b = 2$
$a = 5$ 일 때, $b = 1$
따라서 (a, b) 의 개수는 3 개이다.

4. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x+2y-1}{4}=\frac{2x+y+2}{3}$ 의 한 해가 $(5,\ k)$ 일 때, k 의 값은?

① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 11

해설

식의 양변에 12 를 곱하면
$3(3x+2y-1)=4(2x+y+2),\ x+2y=11$
$(5,\ k)$ 를 대입하면
$5+2k=11,\ \therefore\ k=3$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+by=7 \\ ax-by=3 \end{cases}$ 에서 $x,\ y$는 모두 자연수이다. 다음 중 $a+b$의 값이 될 수 없는 것은? (단, a는 0 이상의 정수, b는 정수)

① -3　　② -1　　③ 4　　④ 8　　⑤ 13

해설

$\begin{cases} 2x+by=7 \cdots\cdots ㉠ \\ ax-by=3 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 ㉠ + ㉡을 하면 $(2+a)x=10$

$\therefore x=\dfrac{10}{2+a}$

x가 자연수가 되려면 $a=0,\ 3,\ 8$ 이어야 한다.

i) $a=0$ 이면 $x=5$ 이것을 ㉠에 대입하면

$by=-3,\ y=-\dfrac{3}{b}$ 이 자연수가 되려면

$b=-1,\ -3$

ii) $a=3$ 이면 $x=2$ 이것을 ㉠에 대입하면

$by=3,\ y=\dfrac{3}{b}$ 이 자연수가 되려면 $b=1,\ 3$

iii) $a=8$ 이면 $x=1$ 이것을 ㉠에 대입하면

$by=5,\ y=\dfrac{5}{b}$ 가 자연수가 되려면 $b=1,\ 5$

i), ii), iii) 에서

$a=0$이면 $b=-1,\ -3$ $\therefore\ a+b=-1,\ -3$

$a=3$이면 $b=1,\ 3$ $\therefore\ a+b=4,\ 6$

$a=8$이면 $b=1,\ 5$ $\therefore\ a+b=9,\ 13$

따라서 8 은 $a+b$ 의 값이 될 수 없다.

6. 연립방정식 $\dfrac{3x-2y}{6}=\dfrac{-2ax+by}{3}=\dfrac{ax-5by}{8}-\dfrac{1}{3}$ 의 해가 (2, 1) 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $(2,1)$ 을 대입하면 $\dfrac{6-2}{6}=\dfrac{-4a+b}{3}=\dfrac{2a-5b}{8}-\dfrac{1}{3}$

$$\begin{cases}\dfrac{2}{3}=\dfrac{-4a+b}{3}\\ \dfrac{2}{3}=\dfrac{2a-5b}{8}-\dfrac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2=-4a+b\\ 16=6a-15b-8\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{rr} & -12a+\ \ 3b=6 \\ +) & 12a-30b=48 \\ \hline & -27b=54 \end{array}$$

$\therefore b=-2$

$-4a-2=2, a=-1 \therefore a-b=-1-(-2)=1$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y=-7 \\ ax+2y=4 \end{cases}$ 의 해가 $x=m,\ y=n$ 일 때, 일차방정식 $12m-5n=14$ 를 만족시킨다. 이 때, $am-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$3x+4y=-7$ 의 해가 $x=m$, $y=n$ 이므로 $3m+4n=-7$

$\begin{cases} 3m+4n=-7 \cdots ① \\ 12m-5n=14 \cdots ② \end{cases}$

①×4 − ② 를 하면

$m=\frac{1}{3},\quad n=-2$

$ax+2y=4$ 에 $x=\frac{1}{3}$, $y=-2$ 를 대입

$\frac{1}{3}a-4=4$

$\frac{1}{3}a=8$

$a=24$

$\therefore\ am-n=24\times\frac{1}{3}+2=10$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 10x - y = 14 & \cdots ㉠ \\ -3x + ay = 3a & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 만족하는 x와 y의 비가 $1:3$ 일 때, a의 값을 구하여라.

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x : y = 1 : 3,\ y = 3x$ 를 ㉠식에 대입하면
$10x - 3x = 14,\ x = 2,\ y = 6$
㉡식에 대입하면 $-6 + 6a = 3a, \quad \therefore\ a = 2$

9. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{1-x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $y = 0$

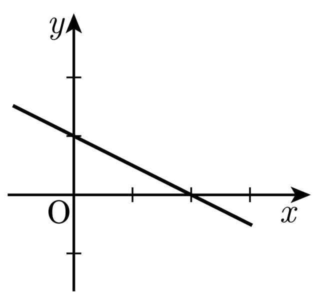
해설

$\begin{cases} \dfrac{1-x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases}$ 을 간단히 정리하면

$\begin{cases} -2x - 3y = 8 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$ 이므로

$-6y = 0$, $y = 0$, $x = -4$ 이다.

10. 다음 연립방정식 중 그 그래프가 다음 그래프와 비슷한 것은?



① $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2(x+y)-1=3-2y \end{cases}$

③ $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=3 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 0.1x-0.3y=-1 \\ 2x-6y=20 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} -x+\dfrac{y}{2}=\dfrac{1}{4} \\ -12x+4y=2 \end{cases}$

해설

해가 무수히 많은 것을 찾는다.

② $\begin{cases} x+2y=2 \\ 2(x+y)-1=3-2y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+4y=4 \end{cases}$

이므로 해가 무수히 많다.

11. A 반 25 명, B 반 35 명, C 반 30 명이 공던지기 시합을 하여, 공이 날아간 거리의 평균을 비교하였다. A 반의 평균 거리는 B 반의 평균 거리보다 20m 가 더 길고 C 반의 평균 거리의 1.2 배였다. B 반의 평균 거리는 C 반의 평균 거리보다 15m 가 더 짧다면, A, B, C 반 전체의 공이 날아간 거리의 평균을 구하여라.

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : $\frac{185}{9}$ m

해설

A, B, C 반의 평균 거리를 각각 xm, ym, zm 라 하면
$x = y + 20 \cdots ①$
$y = z - 15 \cdots ②$
$x = 1.2z \cdots ③$
①에 ③을 대입한 후, ②와 연립하여 풀면
$\therefore\ z = 25,\ y = 10,\ x = 30$
전체 평균은
$$\frac{30 \times 25 + 10 \times 35 + 25 \times 30}{90} = \frac{1850}{90} = \frac{185}{9}(\text{m})$$

12. 빨간색과 노란색이 1 : 4 의 비율로 섞인 페인트와 2 : 3 의 비율로 섞인 페인트가 각각 1000g 씩 있다. 이 두 페인트를 섞어서 빨간색과 노란색이 3 : 5 의 비율로 섞인 페인트를 만들려고 할 때, 최대한 몇 g 을 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ g

▷ 정답 : $\frac{8000}{7}$ g

해설

빨간색과 노란색이 1 : 4 의 비율로 섞인 페인트를 xg, 2 : 3 의 비율로 섞인 페인트를 yg 섞어서 3 : 5 의 비율을 지닌 페인트를 만들었다면

	빨간색	노란색	합계
1:4의 비율로 섞인 페인트	$\frac{1}{5}x$	$\frac{4}{5}x$	x
2:3의 비율로 섞인 페인트	$\frac{2}{5}y$	$\frac{3}{5}y$	y

섞어서 만든 페인트 색의 비는 3 : 5 이다.

$\left(\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}y\right):\left(\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}y\right)=3:5,\ 7x=y \qquad \therefore\ x:y=1:7$

그런데 $0 \le y \le 1000$g 이므로 최대한 만들 수 있는 페인트의 양은 $y=1000$g 이고 $x=\frac{1000}{7}$g 일 때 $x+y=\frac{1000}{7}+1000=\frac{8000}{7}$ (g) 이다.

13. 소양이와 현진이가 가위바위보를 하여 이긴 사람은 4계단 올라가고, 진 사람은 3계단 내려가기로 하였다. 가위바위보를 하고나니 소양이는 처음보다 8계단 위에 현진이는 1계단 위에 있었다. 소양이가 이긴 횟수를 a , 현진이가 이긴 횟수를 b 라고 했을 때, $\dfrac{a^2-ab+b^2}{a+b}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{3}$　　② $\dfrac{2}{3}$　　③ $\dfrac{4}{3}$　　④ $\dfrac{6}{3}$　　⑤ $\dfrac{7}{3}$

해설

$$\begin{cases} 4a-3b=8 \\ 4b-3a=1 \end{cases}$$

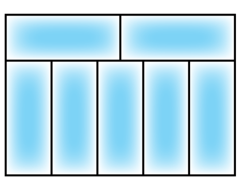
$$\Rightarrow \begin{array}{r} 12a-\ \ 9b=24 \\ +)\ -12a+16b=4 \\ \hline 7b=28 \end{array}$$

$\therefore b=4$

$4a-3\times4=8,\ 4a=20,\ a=5$

$$\frac{a^2-ab+b^2}{a+b}=\frac{25-20+16}{5+4}=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$$

14. 다음 그림과 같이 크기가 같은 직사각형 모양의 타일 7 개를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여 큰 직사각형 모양을 만들었더니 그 둘레의 길이가 88cm 였다. 이 때, 큰 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{135520}{289}\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

타일 한 장의 긴 모서리의 길이를 $x$cm , 짧은 모서리의 길이를 $y$cm 라 하면 $(x > y)$

$2x = 5y$

또, 둘레의 길이가 88cm 이므로

$2x + 2(x + y) + 5y = 88, 4x + 7y = 88$

연립방정식을 풀면

$\therefore\ x = \frac{220}{17}$, $y = \frac{88}{17}$

큰 직사각형의 넓이는

$\left(2 \times \frac{220}{17}\right) \times \left(\frac{220}{17} + \frac{88}{17}\right) = \frac{135520}{289}(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 집에서 학교까지 갈 때, 시속 8km 로 가면 예정 시간보다 15 분 일찍 도착하고, 시속 5km 로 가면 예정 시간보다 30 분 늦게 도착한다고 한다. 이때, 집과 학교까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 : ____ km

▷ 정답 : 10 km

해설

집과 학교 사이의 거리를 x (km),
예정 시간을 y 시간이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{8} = y - \frac{15}{60} \\ \frac{x}{5} = y + \frac{30}{60} \end{cases} \text{에서} \begin{cases} x = 8y - 2 & \cdots ㉠ \\ 2x = 10y + 5 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면

$x = 10,\ y = \frac{3}{2}$

따라서 집과 학교 사이의 거리는 10km 이다.

16. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 3cm, 4cm 이고, 높이가 12cm 인 직육면체 위의 한 점 A 에서 가장 먼 점 B 까지의 직선거리는 13cm 이다. 점 P 는 점 A 에서 출발하여 2cm/s 의 속도로 대각선 AB 를 왕복하고, 점 Q 는 2cm/s 의 속도로 점 A 에서 출발하여 모서리를 따라 최단거리로 점 B 까지 간 후, 다시 최단거리로 되돌아오기를 반복한다. 두 점이 처음으로 점 B 에서 만나는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿＿＿＿＿ 초

▷ 정답: 123.5 초

해설

점 P 는 13cm 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하고
점 Q 는 $3+4+12=19$cm 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하므로
점 B 에서 만나려면 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리가 13 과 19 의 공배수이어야 한다.
따라서 점 B 에서 처음 만날 때까지 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리는 13 과 19 의 최소공배수인 247cm 이다.
점 P 와 점 Q 의 속도는 2cm/s 로 동일하므로
$(\text{시간}) = \dfrac{247}{2} = 123.5$ 초 후이다.

17. 현우는 A 지점에서 출발하여 sm 떨어진 B 지점까지 달리고, 주희는 B 지점에서 동시에 출발하여 A 지점을 향해 달렸다. 두 사람이 중간에 만날 때까지 달린 거리는 현우가 50m 더 길었고, 나머지 거리를 달리는 데 걸린 시간은 현우가 6 초, 주희가 24 초일 때, 두 지점 사이의 거리 s 를 구하여라.

▶ 답: ______ m

▷ 정답: 150 m

해설

현우와 주희의 속력을 각각 am/s , bm/s 라 하고 중간에서 만난 지점을 M 이라 하면
A 에서 M 까지의 거리는 $24b$, B 에서 M 까지의 거리는 $6a$ 이다.
현우와 주희가 M 까지 걸린 시간이 같으므로
$\frac{24b}{a} = \frac{6a}{b}$ $\therefore 6a^2 = 24b^2$
$\therefore a = 2b (\because a > 0, b > 0) \cdots$ ㉠
또 (A에서 M까지의 거리) − (B에서 M까지의 거리) = 50m 이므로
$24b - 6a = 50 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{25}{3}, b = \frac{25}{6}$
따라서 두 지점 사이의 거리 $s = 24b + 6a = 24 \times \frac{25}{6} + 6 \times \frac{25}{3} = 150$(m)

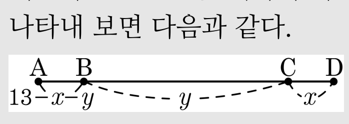
18. 학교에서 13km 떨어진 체육관으로 시합을 하러 가는데 두 조로 나누어서 1 조는 시속 4km 의 속력으로 걸어가고 2 조는 시속 40km 로 달리는 버스를 타고 동시에 출발하였다. 도중에 2조가 버스에서 내려서 걸어가고 버스는 바로 되돌아가 걸어오던 1 조를 태우고 가서 1 조와 2 조가 동시에 도착하였다. 2 조가 걸은 거리를 구하여라. (단, 두 조가 걷는 거리와 속력은 같고, 버스를 타고 내리는 데 걸린 시간은 무시한다.)

▶ 답: ______ km

▷ 정답: 2 km

해설

출발 지점을 A , 1 조와 버스가 만난 지점을 B , 2 조가 내린 지점을 C , 체육관을 D 라 하고 2 조가 내려서 걸은 거리를 x , 버스가 1 조를 만날 때까지 되돌아 온 거리를 y 라 하고 그림으로 나타내 보면 다음과 같다.



(1 조가 걸은 시간)=(버스가 되돌아 올 때까지 걸린 시간)

$$\frac{13-x-y}{4}=\frac{13-x+y}{40}\quad \cdots ①$$

(버스가 C 에서 되돌아와 1 조를 태우고 체육관에 도착할 때까지 걸린 시간)=(2 조가 C 에서 내려 걸어간 시간)

$$\frac{y+(y+x)}{40}=\frac{x}{4}\quad \cdots ②$$

①의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$9x+11y=117 \quad \cdots ③$

②의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$9x-2y=0 \quad \cdots ④$

③−④하면 $13y=117$

$y=9$

$\therefore x=2$

19. 함수 $y = f(x)$가 관계식 $y = (x - 2a)(x + 2)$로 나타낼 때, $f(2) = 24$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x = 2, y = 24$를 주어진 식에 대입하면
$(2 - 2a)(2 + 2) = 24$
$2 - 2a = 6, a = -2$
따라서 $y = (x + 4)(x + 2)$가 된다.
$\therefore f(1) = (1 + 4)(1 + 2) = 15$

20. X에서 Y로의 함수 f, g를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$이다. $f = g$가 성립하도록 하는 계수 a, b의 값은?(단, $a < b$)

① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ ② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$
③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ ④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$
⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = \frac{1}{2}$이다.

$f(-1) = -a = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{2}, f(x) = -\frac{1}{2}x$이다.

$f = g$이므로 $f(1) = g(1)$

즉, $-\frac{1}{2}x = -\frac{b}{x}$이고, $f(1) = g(1)$이므로

$-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$

$\therefore b = \frac{1}{2}$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

21. 일차함수 $f(x)=ax+b$에서 $f(x)-f(x-2)=-3$, $f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{2}$일 때, $a+b$의 값은?

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

해설

$f(x)-f(x-2)=-3$에서

$ax+b-\{a(x-2)+b\}=-3$

$2a=-3 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

$f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{2}$에서

$\frac{11}{2}=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)+b$

$\frac{11}{2}=\frac{1}{2}+b, \qquad \therefore b=5$

$\therefore a+b=-\frac{3}{2}+5=\frac{7}{2}$

22. 일차함수 $y = ax - 5a$ 의 그래프가 점 $(3,\ -2)$ 를 지날 때, 이 그래프의 x 절편과 y 절편의 합은?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

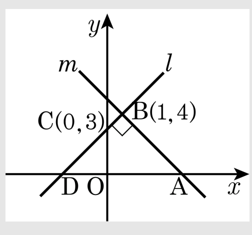
$y = ax - 5a$
$-2 = 3a - 5a,\ a = 1$
$y = x - 5$
x 절편 : 5, y 절편 : -5
$\therefore 5 + (-5) = 0$

23. 두 직선 $l : y = x + 3$ 과 $m : y = ax + b$ 가 점 B(1, 4) 에서 수직으로 만나고, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 C , 직선 m 이 x 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 사각형 OABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11.5

해설



$a \times 1 = -1$

$\therefore a = -1$

직선 m 은 기울기가 -1 이고 (1, 4) 를 지나므로 $y - 4 = -(x - 1)$ 이다.

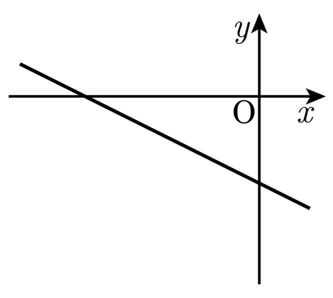
$\therefore y = -x + 5$

따라서 점 A 의 좌표는 A(5, 0) 이다.

사각형 OABC 의 넓이는 $\triangle ABD - \triangle OCD$ 이므로

$\therefore \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{23}{2}$

24. 직선 $y = ax - \frac{b}{a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{1}{b}x + ab$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?



① 제1 사분면　② 제2 사분면　③ 제3 사분면
④ 제4 사분면　⑤ 제1 , 3 사분면

해설

$y = ax - \frac{b}{a}$ 에서 $a < 0, -\frac{b}{a} < 0$ 이므로 $b < 0$
$y = \frac{1}{b}x + ab$ 에서 $\frac{1}{b} < 0,\ ab > 0$ 이므로 제3 사분면을 지나지 않는다.

25. 일차함수 $y = \frac{a}{2}x + a - 3$과 $y = -(5-a)x + 3a$ 의 그래프가 평행할 때, $y = -\frac{(a+2)}{3}x + 2a$의 그래프의 x절편은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

평행할 조건에서

$\frac{a}{2} = -(5-a),\ a = -10 + 2a \qquad \therefore\ a = 10$

$y = -\frac{(a+2)}{3}x + 2a$에서 $y = -4x + 20$

$0 = -4x + 20 \qquad \therefore\ x = 5$

26. 다음 두 점 $(2, -1)$, $(-2, 1)$을 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

① $y=2x+\frac{1}{2}$ ② $y=\frac{1}{2}x+5$ ③ $y=-2x-\frac{1}{2}$
④ $y=3x+5$ ⑤ $y=-\frac{1}{2}x-10$

해설

$(\text{기울기})=\frac{1-(-1)}{-2-2}=-\frac{1}{2}$

27. 함수 $f(x)=\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}$ 의 그래프에서, $f(0)=1$ 이고, $f(1)=0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$f(0)=1$ 이면 $1=\frac{c}{a}$

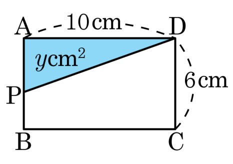
$f(1)=0$ 이면 $0=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$

$\therefore\ \frac{b}{a}=-1$

따라서 $a=-b=c$

$\therefore\ f(3)=\frac{3b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{-3a+a}{a}=-2$

28. 다음 그림에서 □ABCD는 가로가 10 cm , 세로가 6 cm 인 직사각형이다. 점 P가 점 A를 출발하여 매초 2 cm 의 속력으로 직사각형의 둘레를 따라 점 D까지 시계 반대 방향으로 움직일 때, x초 후 △APD의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$이라고 한다. x와 y의 관계를 그래프로 나타냈을 때, 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① $60\,\text{cm}^2$　② $120\,\text{cm}^2$　③ $150\,\text{cm}^2$

④ $180\,\text{cm}^2$　⑤ $240\,\text{cm}^2$

해설

i) $0 \le x \le 3$ 일 때 : $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$

ii) $3 \le x \le 8$ 일 때 : $y = 30$

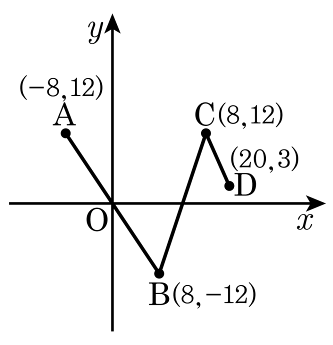
iii) $8 \le x \le 11$ 일 때 :

$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (22 - 2x) = 110 - 10x$

그래프의 넓이를 구하면

$(5 + 11) \times \frac{1}{2} \times 30 = 240$

29. x의 값의 범위가 $-8 \le x \le 20$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다. $f(k-3) = f(k+3)$ 을 만족하는 k 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 49

해설

직선 AB 의 방정식 $y = -\frac{3}{2}x \cdots$ ㉠

직선 BC 의 방정식 $y = 3x - 36 \cdots$ ㉡

직선 CD 의 방정식 $y = -\frac{9}{4}x + 48 \cdots$ ㉢

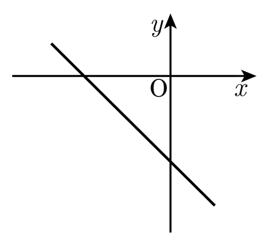
$f(k-3) = f(k+3)$ 에서 $k - 3 = x$ 일 때,
$f(x) = f(x+6)$ 이므로

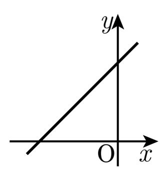
1) ㉡에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면
$y = 3x - 18 \cdots$ ㉣
㉠, ㉣의 값이 같으므로
$-\frac{3}{2}x = 3x - 18,$
$x = 4 \qquad \therefore\ k = 7$

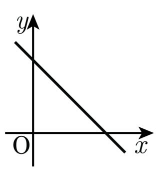
2) ㉢에 x 대신 $x+6$ 을 대입하면
$y = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2} \cdots$ ㉤
㉠, ㉤의 값이 같으므로
$-\frac{3}{2}x = -\frac{9}{4}x + \frac{69}{2},$
$x = 46 \qquad \therefore\ k = 49$

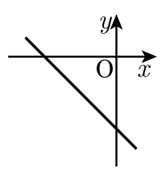
따라서 k 의 값은 7 또는 49 이다.

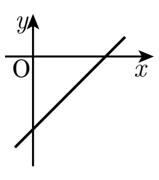
30. 일차방정식 $ax-by+c=0$의 그래프가 다음 보기와 같을 때, 일차방정식 $cx-ay-b=0$의 그래프는?

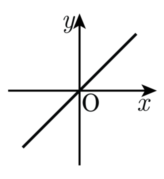


①


②


③


④


⑤


해설

$ax-by+c=0$은 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$이므로

$\frac{a}{b}<0,\ \frac{c}{b}<0$이다.

$\therefore a>0,\ b<0,\ c>0$ 또는 $a<0,\ b>0,\ c<0$이다.

$cx-ay-b=0$은 $ay=cx-b,\ y=\frac{c}{a}x-\frac{b}{a}$이다.

따라서 $\frac{c}{a}>0,\ \frac{b}{a}<0$이므로

①번 그래프이다.

31. $x + ay + b = 0$의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$의 그래프와 평행하고 $4x+3y+9 = 0$의 그래프와 y축 위에서 만날 때, $y = ax-b$의 그래프가 $x - y = 0$의 그래프와 만나는 점의 좌표는?

① $(-7,\ -7)$ ② $(4,\ 4)$ ③ $(-1,\ -1)$
④ $(2,\ 2)$ ⑤ $(5,\ 5)$

해설

i) $x+ay+b = 0$과 $2x+8y-5 = 0$이 평행하므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}$, $2a = 8$ $\quad \therefore a = 4$

ii) $x + ay + b = 0$과 $4x + 3y + 9 = 0$의 y절편이 같으므로 $-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3}$ $\quad \therefore b = 3a = 12$

iii) $y = ax - b$에서 $y = 4x - 12 \cdots$ ㉠
$x - y = 0$에서 $y = x \cdots$ ㉡
㉠ - ㉡을 연립하여 풀면 $x = 4,\ y = 4$
따라서 구하는 점의 좌표는 $(4,\ 4)$

32. 세 직선 $3x - y - 1 = 0$, $7x + ay - 4 = 0$, $5x + y - 15 = 0$이 한 점에서 만날 때, a의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 & \cdots ㉠ \\ 5x + y - 15 = 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 5$
즉, 세 직선은 점 $(2,\ 5)$에서 만난다.
$7x + ay - 4 = 0$에 점 $(2,\ 5)$를 대입하면
$14 + 5a - 4 = 0$에서 $a = -2$

33. 연립방정식 $\begin{cases} ax+2y=4 \\ 3x-y=7 \end{cases}$ 의 해 $(x,\ y)$가 적어도 한 쌍 존재하기 위한 a의 조건은?

① $a=-5$ ② $a\neq-6$ ③ $a\neq\dfrac{3}{2}$
④ $a=\dfrac{3}{2}$ ⑤ $a=1$

해설

$\dfrac{a}{3}\neq\dfrac{2}{-1}$

34. 좌표평면 위에 네 점 A(2, 6), B(2, 3), C(4, 3), D(4, 6)을 꼭지점으로 하는 사각형이 있다. 일차함수 $y = ax + 1$의 그래프가 이 사각형과 만나도록 하는 a의 값의 범위로 맞는 것을 고르면?

① $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$　② $\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{7}{2}$　③ $2 \leq a \leq 4$
④ $\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{9}{2}$　⑤ $3 \leq a \leq 5$

해설

$y = ax + 1$은 점 (0, 1)을 지나고 A와 C 사이를 오가야 한다.

점 (0, 1), 점 (2, 6)을 지날 때 $a = \frac{5}{2}$

점 (0, 1), 점 (4, 3)을 지날 때 $a = \frac{1}{2}$

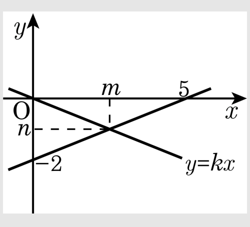
35. x절편이 5, y절편이 -2인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=kx$의 그래프가 이등분할 때, k의 값은?

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x, y절편이 각각 5, -2이므로 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$이다.



두 직선의 교점의 x좌표를 m이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 2\times m=5\times\frac{1}{2}$에서 $m=\frac{5}{2}$

교점의 y좌표를 n이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 5\times(-n)=5\times\frac{1}{2}$에서 $n=-1$

$k=\frac{-1}{\frac{5}{2}}=-\frac{2}{5}$