

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = -4a + b + 3$ 이라고 할 때, $(3 * a) * 2 = (2 * b)$ 의 해 (a, b) 의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$$(-12 + a + 3) * 2 = (-8 + b + 3)$$

$$(a - 9) * 2 = (b - 5)$$

$$-4a + 36 + 2 + 3 = b - 5$$

$$4a + b = 46$$

$$a = 1 \text{ 일 때, } b = 42$$

$$a = 2 \text{ 일 때, } b = 38$$

$\vdots$

$$a = 10 \text{ 일 때, } b = 6$$

$$a = 11 \text{ 일 때, } b = 2$$

따라서 (a, b) 의 개수는 11 개이다.

2. 미지수가 x, y 인 일차방정식 $ax - y = -5$ 의 한 해가 $(2, -1)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$a \times 2 - (-1) = -5$$

$$\therefore a = -3$$

3. A, B, C 세 사람은 다음과 같은 속도로 책을 읽고 있다.

A : 1 분당 5 쪽

B : 처음 10 분 동안 30 쪽, 그 후 1 분당 x 쪽

C : 처음 5 분 동안 Y 쪽, 그 후 1 분당 7 쪽

A와 B가 읽은 책의 쪽수가 같아지는 것은 30분 후이고 A와 C가 읽은 책의 쪽수가 같아지는 것은 11분 30초 후이다. A가 읽은 책의 쪽수가 100쪽일 때, B와 C가 읽은 책의 쪽수의 차를 구하여라.

▶ 답: 쪽

▶ 정답 : 27쪽

해설

A 와 B 가 읽은 책의 쪽 가 같아지는 때가 책을 읽기 시작하고 30 분이 지났을 때이므로

$$5 \times 30 = 30 + (30 - 10) \times X$$

$$\therefore X = 6$$

A와 C가 읽은 책의 쪽수가 같아지는 때가 책을 읽기 시작하고 11분 30초가 지났을 때이므로

$$5 \times 11.5 = Y + (11.5 - 5) \times 7$$

$$\therefore Y = 12$$

A가 읽은 책의 쪽수가 100 쪽이면 $5 \times 20 = 100$ 이기 때문에 20 분이 지났을 때이다.

20 분이 지났을 때 B가 읽은 책의 쪽 수는 $30 + (20 - 10) \times 6 = 90$ (쪽)

20 분이 지났을 때 C가 읽은 책의 쪽 수는 $12 + (20 - 5) \times 7 = 117$
(쪽)

따라서 두 쪽수의 차는 $117 - 90 = 27$ (쪽)

4. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + by = 7 \\ ax - by = 3 \end{cases}$ 에서 x, y 는 모두 자연수이다. 다음 중

$a + b$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, a 는 0 이상의 정수, b 는 정수)

① -3

② -1

③ 4

④ 8

⑤ 13

해설

$$\begin{cases} 2x + by = 7 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ ax - by = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \quad \text{에서 } \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } (2 + a)x = 10$$

$$\therefore x = \frac{10}{2 + a}$$

x 가 자연수가 되려면 $a = 0, 3, 8$ 이어야 한다.

i) $a = 0$ 이면 $x = 5$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = -3, y = -\frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면}$$

$$b = -1, -3$$

ii) $a = 3$ 이면 $x = 2$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = 3, y = \frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면 } b = 1, 3$$

iii) $a = 8$ 이면 $x = 1$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = 5, y = \frac{5}{b} \text{ 가 자연수가 되려면 } b = 1, 5$$

i), ii), iii)에서

$$a = 0 \text{이면 } b = -1, -3 \therefore a + b = -1, -3$$

$$a = 3 \text{ 이면 } b = 1, 3 \therefore a + b = 4, 6$$

$$a = 8 \text{ 이면 } b = 1, 5 \therefore a + b = 9, 13$$

따라서 8은 $a + b$ 의 값이 될 수 없다.

5. 연립방정식 $4x - 3y - 2z = 0$, $-x + y = z$ 를 만족하는 세 자연수 x, y, z 의 곱이 240 일 때, $\frac{y-z}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$4x - 3y - 2z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-x + y - z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 2 \text{ 를 하면 } y = \frac{6}{5}x$$

$$y = \frac{6}{5}x \text{ 를 } \textcircled{㉡} \text{ 에 대입하면 } z = \frac{1}{5}x$$

$$\text{따라서 } x : y : z = x : \frac{6}{5}x : \frac{1}{5}x = 5 : 6 : 1 \text{ 이므로}$$

$$x = 5k, y = 6k, z = k \text{ 라 하면}$$

$$xyz = 240 \text{ 이므로 } 30k^3 = 240$$

$$k^3 = 8$$

$$\therefore k = 2$$

$$x = 10, y = 12, z = 2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{y-z}{x} = \frac{12-2}{10} = 1$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 10x - y = 14 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3x + ay = 3a & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $1 : 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$x : y = 1 : 3$, $y = 3x$ 를 ㉠식에 대입하면

$10x - 3x = 14$, $x = 2$, $y = 6$

㉡식에 대입하면 $-6 + 6a = 3a$, $\therefore a = 2$

7. 두 연립방정식 $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{6} \\ ax + by = 17 \end{cases}$ 와 $\begin{cases} ax - by = 13 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -\frac{5}{6} \end{cases}$ 의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{6} \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$\frac{1}{x} = A, \frac{1}{y} = B$ 라고 하면

$$\Rightarrow \begin{cases} 4A + B = \frac{11}{6} \\ 2A - 3B = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 24A + 6B = 11 & \dots \textcircled{㉠} \\ 12A - 18B = -5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} - 2 \times \textcircled{㉡}$ 을 하면 $A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{2}$

$\therefore x = 3, y = 2$

$$\begin{cases} ax + by = 17 \\ ax - by = 13 \end{cases} \quad \text{에 } x = 3, y = 2 \text{ 을 대입하면}$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = 17 \\ 3a - 2b = 13 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $a = 5, b = 1$ 이므로 $a + b = 6$ 이다.

8. 연립방정식 $5x - y - 2 = 3x + 1 = 2x + y + 1$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3$

▷ 정답: $y = 3$

해설

$$\begin{cases} 5x - y - 2 = 3x + 1 \\ 3x + 1 = 2x + y + 1 \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $x = 3, y = 3$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x + ay = 3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않을 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

해를 갖지 않으려면 $\frac{2}{4} = -\frac{1}{a} \neq \frac{1}{3}$ 이어야 한다. 따라서 $a = -2$ 이다.

10. 영희, 은수, 혜정, 진수 4 사람은 한꺼번에 저울에 올라가 몸무게를 측정하였더니 총 168 kg 이었다. 영희와 은수의 몸무게의 합은 나머지 두 사람 몸무게의 합의 $\frac{3}{4}$ 이고, 영희의 몸무게는 나머지 세 사람의 몸무게의 합의 $\frac{11}{45}$ 일 때, 은수의 몸무게는 몇 kg인지 구하여라.

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 39 kg

해설

영희, 은수, 혜정, 진수의 몸무게를 각각 a kg, b kg, c kg, d kg 이라고 놓으면,

$$a + b + c + d = 168 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = \frac{3}{4}(c + d) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } \frac{3}{4}(c + d) + c + d = 168, c + d = 96,$$

$$a + b = 72 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$a = \frac{11}{45}(b + c + d), b + c + d = \frac{45}{11}a \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉣} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } a + \frac{45}{11}a = 168, a = 33$$

$$\textcircled{㉢} \text{에 의해 } b = 39$$

따라서 은수의 몸무게는 39 kg 이다.

11. 두 자리의 정수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 9이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 두 자리의 수는 처음 수보다 9만큼 크다. 처음 정수를 구하면?

① 54

② 45

③ 36

④ 63

⑤ 56

해설

두 자리 정수를 $10x + y$ 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 9 & \dots \textcircled{1} \\ 10y + x = (10x + y) + 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

이것을 간단히 정리하면

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

이므로 $x = 4, y = 5$ 이다.

따라서 처음 정수는 $10x + y = 45$ 이다.

12. 속리산 일대를 며칠 동안 38인승 관광버스 1대를 빌려 여행을 하려고 하는데 현재 신청한 사람 중에서 4명이 취소하면 나머지 사람들이 버스 대여료로 1만원씩 더 내고, 현재 신청한 사람보다 6명이 더 신청하면 1만원씩 적게 낸다고 한다. 현재 신청한 사람은 모두 몇 명인가?

① 20명

② 24명

③ 26명

④ 30명

⑤ 36명

해설

현재 신청한 사람 수를 x 명, 버스 대여료를 y 원, 1인당 내는 버스 대여료를 a 만원이라 하면

$$y = ax, y = x(a+1) - 4(a+1),$$

$$y = x(a-1) + 6(a-1) \text{ 이므로}$$

$$ax = x(a+1) - 4(a+1) = x(a-1) + 6(a-1)$$

$$\begin{cases} ax = x(a+1) - 4(a+1), & x - 4a = 4 \cdots \textcircled{㉠} \\ ax = x(a-1) + 6(a-1), & -x + 6a = 6 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립

하여 풀면 $x = 24, a = 5$

따라서 현재 신청한 사람은 모두 24명이다.

13. 합금 I 은 금속 A, B, C 를 3 : 5 : 2 의 비율로 섞어 만든 금속이고, 합금 II 는 금속 A, B, C 를 2 : 1 : 2 로 섞어 만든 금속이다. 이 두 종류의 합금을 녹여서 금속 A 가 40g, 금속 B 가 27g 포함된 합금을 만들었을 때, 이 합금 속에 들어있는 금속 C 의 무게를 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 38 g

해설

합금 I 에서 금속 A, B, C 의 양을 각각 $3k$ g, $5k$ g, $2k$ g 이라 하고 합금 II 에서 금속 A, B, C 의 양을 각각 $2m$ g, m g, $2m$ g 이라 하면 이 두 종류의 합금을 녹여서 만든 합금에서

금속 A 의 양은 $3k + 2m = 40$,

금속 B 의 양은 $5k + m = 27$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면 $k = 2$, $m = 17$

합금 속에 들어있는 금속 C 의 무게는

$2k + 2m = 4 + 34 = 38(\text{g})$ 이다.

14. 풀이 $A\text{kg}$ 만큼 있는 목장에 하루에 자라는 풀의 양은 $\frac{A}{5}$ 로 일정하다.

이 목장에 40 마리의 소를 풀어놓으면 5 일 만에 목장의 풀을 모두 먹어버리고, 이 목장에 비료를 뿌려 하루에 자라는 풀의 양을 50% 만큼 늘리고, 한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양을 $x\%$ 만큼 줄이면 80 마리의 소가 5 일 동안 풀을 먹을 수 있다고 한다. x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 37.5$

해설

한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양을 a 라 하면
목장에 40 마리의 소를 풀어놓으면 5 일 만에 목장의 풀을 모두 먹어버리므로

$$A + 5 \times \frac{A}{5} = 40 \times a \times 5 \quad \therefore A = 100a \cdots \textcircled{㉠}$$

비료를 뿌렸을 때, 하루에 자라는 풀의 양은

$$\frac{A}{5} \times 1.5 = \frac{3}{10}A \text{ 이고 한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양은 } a \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ 이다.}$$

이때, 80 마리의 소가 5 일 동안 풀을 먹을 수 있으므로

$$A + 5 \times \frac{3}{10}A = 80 \times a \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \times 5$$

$$\therefore \frac{5}{2}A = 400a \left(1 - \frac{x}{100}\right) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $x = 37.5$

15. A 와 B 가 동시에 6일간 작업하면 끝마칠 수 있는 일이 있다. 이 일을 먼저 A 가 5일간 작업한 뒤 A 와 B 가 같이 3일간 작업해서 끝마쳤다. B 가 혼자서 일을 끝마치려면 며칠이 걸리겠는지 구하여라.

▶ 답 : 일

▷ 정답 : 15 일

해설

하루에 A, B 가 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라고 하면

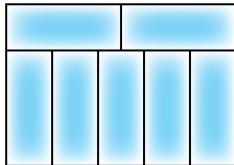
$$\begin{cases} 6(x+y) = 1 \\ 5x + 3(x+y) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 1 \\ 8x + 3y = 1 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $x = \frac{1}{10}$, $y = \frac{1}{15}$ 이다.

$$\therefore A : 1 \div \frac{1}{10} = 10(\text{일}), B : 1 \div \frac{1}{15} = 15(\text{일})$$

16. 다음 그림과 같이 크기가 같은 직사각형 모양의 타일 7 개를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여 큰 직사각형 모양을 만들었더니 그 둘레의 길이가 88cm 였다. 이 때, 큰 직사각형의 넓이를 구하여라.



답 :

cm²



정답 : $\frac{13520}{289}$ cm²

해설

타일 한 장의 긴 모서리의 길이를 x cm , 짧은 모서리의 길이를 y cm 라 하면 ($x > y$)

$$2x = 5y$$

또, 둘레의 길이가 88cm 이므로

$$2x + 2(x + y) + 5y = 88, 4x + 7y = 88$$

연립방정식을 풀면

$$\therefore x = \frac{220}{17}, y = \frac{88}{17}$$

큰 직사각형의 넓이는

$$\left(2 \times \frac{220}{17}\right) \times \left(\frac{220}{17} + \frac{88}{17}\right) = \frac{13520}{289}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

17. 세 비커 A, B, C에는 각각 농도가 $x\%$, $y\%$, 10% 인 소금물이 100 g 씩 들어 있다. 세 비커 A, B, C에서 소금물을 각각 20 g 씩 덜어내어 A의 소금물은 B, B의 소금물은 C, C의 소금물은 A에 넣어서 섞었다. 이 과정을 한 번 더 실행하였더니 A 비커의 소금물의 농도는 9.24% , C비커의 소금물의 농도는 9% 가 되었다. 이 때, 두 번째 실행 후 B 비커의 소금물의 농도는 몇 $\%$ 인지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 7.76%

해설

두 번 실행한 후 세 비커 A, B, C의 소금의 양은 다음과 같다.

$$\text{A 비커 : } \frac{\frac{4}{5}x + 2}{100} \times 80 + \frac{8 + \frac{1}{5}y}{100} \times 20 = 9.24 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{B 비커 : } \frac{\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y}{100} \times 80 + \frac{\frac{4}{5}x + 2}{100} \times 20 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{C 비커 : } \frac{8 + \frac{1}{5}y}{100} \times 80 + \frac{\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y}{100} \times 20 = 9 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠} \times 100 \text{ 을 하면 } 16x + y = 151 \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉢} \times 100 \text{ 을 하면 } x + 8y = 65 \cdots \text{㉥}$$

$$\text{㉤, ㉥ 에서 } x = 9, y = 7$$

따라서 $x = 9, y = 7$ 을 ㉡에 대입하면

B 비커의 소금의 양은 7.76 g 이고 소금물의 양은 100 g 이므로 농도는 7.76% 이다.

18. X 에서 Y 로의 함수 f, g 를 $f(x) = ax, g(x) = -\frac{b}{x}$ 로 정의 할 때, $2 \times f(-1) = 1$ 이다. $f = g$ 가 성립하도록 하는 계수 a, b 의 값은?(단, $a < b$)

① $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

② $a = \frac{1}{2}, -b = \frac{1}{2}$

③ $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$$2 \times f(-1) = -1 \rightarrow f(-1) = -\frac{1}{2} \text{이다.}$$

$$f(-1) = -a = -\frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}, f(x) = \frac{1}{2}x \text{이다.}$$

$$f = g \text{이므로 } f(1) = g(1)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2}x = -\frac{b}{x} \text{ 이고, } f(1) = g(1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{b}{1}$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

19. 일차함수 $y = -\frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx + 1$ 의 두 그래프가 점 $(-3, 4)$ 에서 만난다. $y = ax + b$ 의 그래프가 지나는 어떤 점의 y 좌표가 8일 때, 이 점의 x 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = -\frac{1}{3}x + a$ 와 $y = bx + 1$ 의 두 그래프가 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times (-3) + a, \quad 4 = -3b + 1$$

$a = 3, b = -1$ 이므로 주어진 함수는
 $y = 3x - 1$ 이다.

이 함수가 점 $(x', 8)$ 을 지나므로
 $8 = 3x' - 1, x' = 3$ 이다.

따라서 이 점의 x 좌표는 3이다.

20. 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$ 을 만족하고

$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{n^2 - m^2} = \frac{3}{4}$ 일 때, 이 일차함수의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{21}{8}$

해설

$$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{n^2 - m^2} = \frac{f(m^2) - f(n^2)}{-(m^2 - n^2)} = \frac{3}{4} \text{ 에서}$$

$$\frac{f(m^2) - f(n^2)}{m^2 - n^2} = -\frac{3}{4} \text{ 이고 } -\frac{3}{4} \text{ 은 이 직선의 기울기이다. 따라서}$$

$$f(x) = ax + b \text{ 에서}$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + b \text{ 이고 } x = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } y = -3 \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + b = -3$$

$$\therefore b = -\frac{21}{8}$$

따라서 이 그래프의 y 절편은 $-\frac{21}{8}$ 이다.

21. $(2, -2)$, $(5, 4)$, $(a, 7)$ 의 세 점이 같은 직선 위에 있도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{13}{2}$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$(2, -2)$, $(5, 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{4 - (-2)}{5 - 2} = 2$$

$(5, 4)$, $(a, 7)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7 - 4}{a - 5} = \frac{3}{a - 5}$$

즉, $\frac{3}{a - 5} = 2$ 이므로 $a = \frac{13}{2}$ 이다.

22. 세 점 $(a, 3)$, $(4, 6)$, $(8, 9)$ 를 지나는 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

세 점이 일직선 위에 있으므로

$$\frac{6-3}{4-a} = \frac{9-6}{8-4}$$

$$\frac{3}{4-a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore a = 0$$

$y = \frac{3}{4}x + 3$ 에서 x 절편이 -4 , y 절편이 3 이므로 넓이는

$$b = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 6$$

23. 일차함수 $y = \frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 와 $y = -\frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 의 그래프, x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{64}{ab}$

해설

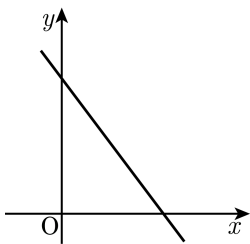
$y = \frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각 $(-\frac{8}{a}, 0), (0, \frac{8}{b})$ 이고,

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각 $(\frac{8}{a}, 0), (0, \frac{8}{b})$ 이다.

따라서 일차함수 $y = \frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 와 $y = -\frac{a}{b}x + \frac{8}{b}$ 의 그래프, x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{a} + \frac{8}{a}\right) \times \frac{8}{b} = \frac{64}{ab}$ 이다.

24. 일차함수 $y = -abx - \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음
그림과 같을 때, 일차함수 $y = abx - \frac{a}{c}$ 의
그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 4 사분면

해설

$-ab < 0, -\frac{c}{b} > 0$ 이므로 $a > 0, b > 0, c < 0$ 또는 $a < 0, b < 0, c > 0$ 이다.

따라서, $ab > 0, -\frac{a}{c} > 0$ 이므로 $y = abx - \frac{a}{c}$ 의 그래프는 기울기가 양수이고, y 절편도 양수이다.

그러므로 제 4사분면을 지나지 않는다.

25. 직선 $y = ax + b$ 는 점 $(3, 6)$ 을 지나고 $y = 3x - 9$ 와 y 축 위에서 만난다. 이때, $a - b$ 의 값은?

①

14

② 13

③ 12

④ 11

⑤ 10

해설

$y = 3x - 9$ 와 y 축에서 만난다는 것은 y 절편이 같다는 뜻이다.
그러므로 $y = ax - 9$ 이다.

$$6 = 3a - 9$$

$$3a = 15$$

$$a = 5, b = -9$$

$$\therefore a - b = 5 - (-9) = 14$$

26. 다음 두 점 $(2, -1)$, $(-2, 1)$ 을 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{2}x + 5$

③ $y = -2x - \frac{1}{2}$

④ $y = 3x + 5$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x - 10$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{1 - (-1)}{-2 - 2} = -\frac{1}{2}$$

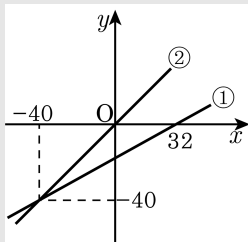
27. 보통 온도를 말할 때 섭씨($^{\circ}\text{C}$) 또는 화씨($^{\circ}\text{F}$)로 나타낸다. 두 표현 방식에는 $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9}(^{\circ}\text{F} - 32)$ 의 관계식이 성립한다. 섭씨로 나타낸 숫자가 화씨로 나타낸 온도의 숫자보다 크게 되는 것은 화씨 몇 도 미만인가?

- ① 영하 10도 ② 영하 20도 ③ 영하 30도
 ④ 영하 40도 ⑤ 영하 50도

해설

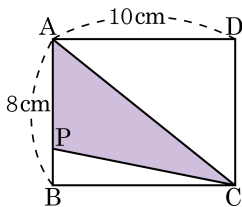
섭씨를 y , 화씨를 x 라 하면

$$\text{관계식은 } y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \quad \dots \textcircled{1}$$



그림에서 ①의 그래프가 직선 $y = x \dots \textcircled{2}$ 보다 위에 있을 경우의 x 의 값의 범위를 구하면 된다. 직선 ①과 ②의 교점이 $(-40, -40)$ 이므로 $x < -40$ 이다.

28. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고, 점 P는 점 A를 출발하여 매초 2cm씩 점 B를 향해 움직이고 있다. x 초 후의 $\triangle APC$ 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, x, y 사이의 관계식은? (단, x 의 범위는 $0 < x \leq 4$)



① $y = 2x$

② $y = 4x$

③ $y = 4x + 10$

④ $y = 40 - 10x$

⑤ $y = 10x$

해설

$\overline{AP} = 2x$ 이므로

$$\triangle APC = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$$

$y = 10x$

29. 거리가 5m 인 두 지점 A, B 를 꿀벌 한 마리가 1m/s 의 일정한 속도로 1 분 동안 왕복한다. 꿀벌이 A 에서 출발한 후, 이동한 시간을 x 초, x 초 후에 꿀벌과 A 지점 사이의 거리를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 150

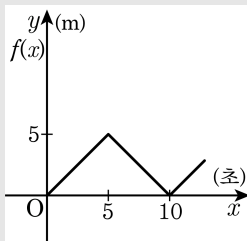
해설

벌이 A 지점에서 B 지점까지 가는 데는 $\frac{5}{1} = 5$ (초)가 걸린다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = x$

또 5 초 후에는 B 지점에서 A 지점으로 이동하므로

$5 \leq x \leq 10$ 일 때, $f(x) = 5 - x$



1 분 동안 왕복하므로 $0 \leq x \leq 60$ 일 때,

$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\left(\frac{1}{2} \times 10 \times 5\right) \times 6 = 150$ 이다.

30. 직선 $7x + 5y = 1$ 과 직선 $7ax + 5by = 1$ 이 평행하고 점 (a, b) 는 직선 $7x + 5y = 1$ 위의 점일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{7}$

해설

평행일 조건 : $\frac{7}{7a} = \frac{5}{5b} \neq \frac{1}{1}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}, a = b \cdots \textcircled{㉠}$

$7x + 5y = 1$ 에 점 (a, b) 를 대입하면

$7a + 5b = 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$a = b$ 이므로 $7a + 5a = 1, 12a = 1$

$\therefore a = b = \frac{1}{12}, a + b = \frac{1}{6}$

31. 한 점 $(-5, 3)$ 을 지나면서 직선 $3x - 1 = 5$ 에 평행한 직선의 방정식이 $ax - 5 = 10$ 일 때, a 의 값은?

① -1

② -3

③ -5

④ -7

⑤ -9

해설

$$3x = 6 \therefore x = 2$$

y 축과 평행하며 점 $(-5, 3)$ 을 지나므로 $x = -5$

$$ax - 5 = 10, ax = 15, x = \frac{15}{a}$$

$$\frac{15}{a} = -5 \therefore a = -3$$

32. 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = f(f(f(x)))$ 가 $f(0) = 3$, $g(5) - g(3) = -2$ 를 만족할 때, $f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$g(x) = a(a(ax + b) + b) + b = a^3x + a^2b + ab + b$ 이므로
 $g(5) = 5a^3 + a^2b + ab + b$, $g(3) = 3a^3 + a^2b + ab + b$
즉, $g(5) - g(3) = 2a^3 = -2$ 이다.

$$\therefore a = -1$$

$$\therefore f(x) = -x + b$$

또한 $f(0) = b = 3$ 이므로 $b = 3$

$$\therefore f(4) = -4 + 3 = -1$$

33. 두 직선 $y = ax - 4$, $y = -x + b$ 가 점 $(3, 2)$ 에서 만날 때, 기울기가 ab 이고, y 절편이 $a + b$ 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 7$

② $y = 7x + 10$

③ $y = 7x + 3$

④ $y = 10x + 7$

⑤ $y = -10x + 7$

해설

$y = ax - 4$ 가 점 $(3, 2)$ 를 지나므로 $2 = 3a - 4$, $3a = 6 \therefore a = 2$

$y = -x + b$ 가 점 $(3, 2)$ 를 지나므로 $2 = -3 + b \therefore b = 5$

$ab = 10$, $a + b = 7$

$\therefore y = 10x + 7$

34. 두 직선 $3x + 2y - 9 = 0$, $7x + 3y - 11 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $y = \frac{3}{2}x + 4$ 와 y 축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 7x + 3y - 11 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -1, y = 6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y = ax + 4$ 라 놓고 $x = -1, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = -a + 4 \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -2x + 4$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -2x + 4 \therefore x = 2$$

35. 세 직선 $3x - y - 1 = 0$, $7x + ay - 4 = 0$, $5x + y - 15 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 & \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ 5x + y - 15 = 0 & \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 5$

즉, 세 직선은 점 $(2, 5)$ 에서 만난다.

$7x + ay - 4 = 0$ 에 점 $(2, 5)$ 를 대입하면

$$14 + 5a - 4 = 0 \text{에서 } a = -2$$