1. 빨간 벽돌 9 개, 흰 벽돌 12 개를 가로로 놓아 쌓은 벽의 높이는 빨간 벽돌 13 개, 흰 벽돌 10 개를 가로로 놓아 쌓은 높이와 같다. 같은 높이의 벽을 빨간 벽돌만 사용하여 가로로 쌓을 때, 필요한 빨간 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 33 개

해설

빨간 벽돌 한 개의 높이를 x , 흰 벽돌 한 개의 높이를 y 라 하고, 구하고자 하는 빨간 벽돌의 개수를 a 라 하면,

$9x + 12y = 13x + 10y = ax$

$x > 0$ 이므로 위 식의 각 변을 x 로 나누면

$$9 + \frac{12y}{x} = 13 + \frac{10y}{x} \cdots ㉠$$

$$13 + \frac{10y}{x} = a \cdots ㉡$$

㉠ 에서 $(12 - 10)\dfrac{y}{x} = 13 - 9$

$$\therefore \frac{y}{x} = 2 \cdots ㉢$$

㉢을 ㉡에 대입하면

$13 + 10 \times 2 = a$

$\therefore\ a = 33$ 개

2. 체육대회에 참가하기 위해 A 중학교 2 학년 12 반 학생들은 남학생의 15% , 여학생의 20% 를 선수로 뽑았더니 정확히 반 전체 학생 35 명의 18% 였다고 한다. 이 반의 전체 학생 중 남학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ **답 :** ______ 명

▷ **정답 :** 14 명

해설

남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=35 \\ \frac{15}{100}x+\frac{20}{100}y=35\times\frac{18}{100} \end{cases},\ 즉 \begin{cases} x+y=35 \\ 3x+4y=126 \end{cases}$$

$\therefore\ x=14,\ y=21$

3. 농도가 서로 다른 두 소금물을 2 : 3 으로 섞으면 10% 의 소금물이 되고, 1 : 4 로 섞으면 9% 의 소금물이 된다. 이때 두 소금물을 같은 양만큼 섞으면 몇 % 의 소금물이 되는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 10.5 %

해설

두 소금물을 각각 A, B 라 하고 소금물의 농도를 각각 $a\%$, $b\%$ 라 하면 A, B 를 각각 $2x$ g, $3x$ g 씩 섞으면 10% 의 소금물이 되므로

$$\frac{a}{100}\times 2x+\frac{b}{100}\times 3x=\frac{10}{100}\times 5x$$

$\therefore\ 2a+3b=50\cdots$ ㉠

A, B 를 각각 y g, $4y$ g 씩 섞으면 9% 의 소금물이 되므로

$$\frac{a}{100}\times y+\frac{b}{100}\times 4y=\frac{9}{100}\times 5y$$

$\therefore\ a+4b=45\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a=13,\ b=8$

A, B 를 같은 양 kg 씩 섞으면 소금의 양은

$$\frac{13}{100}\times k+\frac{8}{100}\times k=\frac{21}{100}k$$ 이므로

$$\frac{\frac{21}{100}k}{2k}\times 100=10.5\ (\%)$$ 의 소금물이 된다.

4. 100명의 학생이 시험을 본 결과 합격자와 불합격자의 비는 3 : 7 이었다. 최저 합격 점수는 100명의 평균보다 6점 높으며, 합격자의 평균보다 15점이 낮고, 불합격자의 평균의 2배보다는 6점이 낮았다. 최저 합격 점수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36점

해설

합격자와 불합격자의 수는 각각

$100 \times \frac{3}{10} = 30$(명), $100 \times \frac{7}{10} = 70$(명)

합격자와 불합격자의 평균을 각각 x점, y점이라 하면

(최저 합격 점수)$= \frac{30x + 70y}{100} + 6 = x - 15 = 2y - 6$

$$\begin{cases} \frac{3x + 7y}{10} + 6 = x - 15 \\ x - 15 = 2y - 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = 51$, $y = 21$

$\therefore$ 최저 합격 점수는 36(점)

5. 휴대폰 요금은 전화통화 요금과 문자서비스 사용 요금의 합계이다. 이번 달 전화통화 요금은 전월보다 15% 증가하였고 총 금액은 전월보다 20% 증가한 57600 원이 되었다. 전월의 전화통화 요금이 35000 원이었다면 문자서비스 사용요금은 얼마나 증가했는지 구하여라.

▶ 답 : _____ 원

▷ 정답 : 4350 원

해설

전월의 문자서비스 사용요금을 a, 문자서비스 요금 증가액을 x 라 놓으면 전월의 전화통화 요금이 35000 원이므로

$(35000 + a) \times 1.2 = 57600 \qquad \therefore\ a = 13000$ 원

$35000 \times 1.15 + 13000 + x = 57600$

$\therefore\ x = 4350$ (원)

6. 유진이가 7 걸음을 걷는 동안 효정이는 3 걸음을 걷는다. 이 속력으로 유진이와 효정이가 둘레의 길이가 15km 인 호수 둘레를 같은 지점에서 출발하여 서로 반대방향으로 가서 25 분 후에 만났다. 이때, 효정이가 1 분 동안 걸은 거리를 구하여라.

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 180 m

해설

유진이의 속력을 xm/ 분, 효정이의 속력을 ym/ 분이라 하면

$$\begin{cases} x : y = 7 : 3 \\ 25x + 25y = 15000 \end{cases} \text{에서} \begin{cases} y = \dfrac{3}{7}x & \cdots ㉠ \\ x + y = 600 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면

$x = 420,\ y = 180$

따라서 효정이의 속력은 180m/ 분 이므로 1 분 동안 걸은 걸이는 180m 이다.

7. A, B 두 그릇에 각각 $x\%$ 의 소금물 a g 과 $y\%$ 인 소금물 $2a$ g 이 들어있다. 두 그릇에서 각각 $\frac{a}{2}$ g 씩의 소금물을 덜어내어 서로 바꾸어 섞었을 때, A 그릇의 소금물의 농도를 $c\%$ 라 한다. c를 x, y, a를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+y}{2}$

해설

(처음 A 그릇의 소금의 양)$= \frac{x}{100} \times a$(g)

A , B 그릇에서 덜어낸 소금의 양은 각각 $\frac{x}{100} \times \frac{a}{2}$, $\frac{y}{100} \times \frac{a}{2}$

따라서 바꾸어 섞은 후 A 그릇의 소금의 양은 $\frac{x}{100} \times a - \frac{x}{100} \times \frac{a}{2} + \frac{y}{100} \times \frac{a}{2} = \frac{a}{200}(x+y)$

A 그릇의 전체 소금물의 양은 변함없으므로

A 그릇의 소금물의 농도 $c = \frac{\frac{a}{200}(x+y)}{a} \times 100 = \frac{x+y}{2}$

8. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6,\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$ 에서

$a\left(x + \frac{3}{2}\right) + b - (ax + b) = -6$

$\frac{3}{2}a = -6,\ a = -4$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$ 에서

$(-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = \frac{9}{2},\ b = \frac{5}{2}$

$\therefore\ ab = (-4) \times \frac{5}{2} = -10$

9. 직선 $y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지날 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$y = p(x - 1) + 2p - 1$ 이므로 $y = px + p - 1$

또, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -px + p - 1$

이 그래프가 원점을 지나면 y 절편이 0 이 되어야 하므로 $0 = p-1$

$\therefore\ p = 1$

10. 일차함수 $f(x) = px + q$ 의 그래프는 x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하고 x 값이 1 에서 10 으로 변할 때, y 의 값은 r 만큼 증가한다. 또한 실수 $a,\ b$ 에 대하여 다음 식을 만족할 때, kr 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(a)-f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$\frac{f(a)-f(b)}{3} = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$ 에서

$2f(a) - 2f(b) = 3b - 3a$

$2f(a) - f(b) = -3(a-b)$

$\therefore\ \frac{f(a)-f(b)}{a-b} = -\frac{3}{2}$

즉, 이 직선의 기울기 $p = -\frac{3}{2}$ 이다.

따라서, x 값이 4 만큼 증가할 때 y 의 값은 k 만큼 증가하므로

$\frac{k}{4} = -\frac{3}{2} \qquad \therefore\ k = -6$

또한, x 값이 9 만큼 증가할 때 y 의 값은 r 만큼 증가하므로

$\frac{r}{9} = -\frac{3}{2} \qquad \therefore\ r = -\frac{27}{2}$

$\therefore\ kr = (-6) \times \left(-\frac{27}{2}\right) = 81$

11. x 절편이 y 절편의$\frac{1}{2}$ 인 일차함수의 그래프가 두 점 $(m,\ -3)$, $(2,\ 4m)$ 을 지날 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

y 절편을 $2a$ 로 놓으면 x 절편은 a 이므로

직선의 기울기는 $\frac{2a-0}{0-a}=-2$

즉, 일차함수 $y=-2x+b$ 로 놓으면 이 그래프는 두 점 $(m,\ -3)$, $(2,\ 4m)$ 를 지나므로

$-3=-2m+b$

$4m=-4+b$

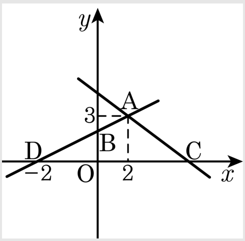
위의 두 식을 연립하면 $m=-\frac{7}{2}$ 이다.

12. 좌표평면에서 두 직선 $y=\frac{1}{2}x+2$와 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$의 교점을 A, 직선 $y=\frac{1}{2}x+2$와 y축이 만나는 점을 B, 직선 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$과 x축이 만나는 점을 C라고 할 때, $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\frac{1}{2}x+2=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$에서

$\frac{5}{4}x=\frac{5}{2}$, $5x=10$, $x=2$, $y=3$

점 A의 좌표 : (2, 3)

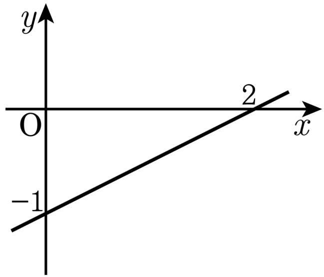
점 B의 좌표 : (0, 2)

점 C의 좌표 : (6, 0)

점 D 의 좌표 : (−4, 0)

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ADC - \triangle BDC \\ &= \left(\frac{1}{2}\times 10\times 3\right)-\left(\frac{1}{2}\times 10\times 2\right) \\ &= 5\end{aligned}$$

13. 다음 그림은 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $mx+2y=1$ 의 그래프가 서로 평행일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** -1

해설

기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고 y 절편이 -1 이므로

$$y=ax+b=\frac{1}{2}x-1$$

$$mx+2y=1 \Rightarrow y=-\frac{m}{2}x+\frac{1}{2}$$

두 그래프가 서로 평행하므로 기울기가 같다.

$$\frac{1}{2}=-\frac{m}{2},\ m=-1$$

14. 직선 $ax+y+b=0$ 의 그래프가 두 점 $(p, 5)$, $(4, -3)$ 을 지나고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$ax+y+b=0, y=-ax-b$

$-a=\frac{1}{2} \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x-b$가 점 $(4, -3)$ 을 지나므로 $-3=2-b \quad \therefore b=5$

$y=\frac{1}{2}x-5$가 점 $(p, 5)$ 를 지나므로 $5=\frac{1}{2}p-5, -\frac{1}{2}p=-10 \quad \therefore$

$p=20$

15. 직선 $y = ax + b$는 점 $(4,\ -3)$을 지나고, $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y축 위에서 만난다. 이 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{16}$

해설

$y = ax + b$는 $y = 5x - \frac{1}{2}$과 y절편이 같으므로

$b = -\frac{1}{2}$

$y = ax - \frac{1}{2}$ 에 점 $(4,\ -3)$을 대입하면

$-3 = 4a - \frac{1}{2}$

$4a = -\frac{5}{2}$

$\therefore\ a = -\frac{5}{8}$

$\therefore\ ab = -\frac{5}{8} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16}$

16. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(3,\ 6)$ 에 대하여, 점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A′, 점 B 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 B′ 이라 할 때, 삼각형 OA′B′ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B′ 을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-3x-3$

해설

$\mathrm{A'}(-1,\ -3)$, $\mathrm{B'}(-3,\ 6)$

구하는 직선이 점 B′ 와 $\overline{\mathrm{OA'}}$ 의 중점 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$ 을 지나면 삼각형 OA′B′ 의 넓이를 이등분된다.

따라서 두 점 $(-3,\ 6)$ 과 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$y=-3x-3$ 이다.

17. 두 직선 $x-y-3=0$, $x+2y=0$ 과 점 A$(0,\ -3)$ 을 지나는 직선 $l: y=ax+b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 9 일 때, ab 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

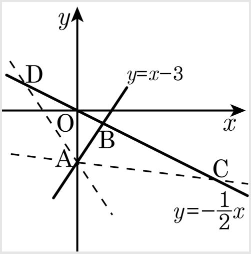
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설



A$(0,\ -3)$, B$(2,\ -1)$ 이고 $\triangle \mathrm{ABO}=\frac{1}{2}\times3\times2=3$ 이다. 그런데 조건에 적합한 넓이가 9 인 삼각형은 그림과 같이 두 개다.

$\triangle \mathrm{AOD}=6$, $\triangle \mathrm{AOC}=12$

따라서 점 A 와 점 D$(-4,\ 2)$, 점 C$(8,\ -4)$ 를 지나는 직선의 방정식은

각각 $y=-\frac{5}{4}x-3$, $y=-\frac{1}{8}x-3$ 이다.

그러므로 ab 의 값이 될 수 있는 수는 $\frac{15}{4}$, $\frac{3}{8}$ 이다.