

1. 연립방정식 $\begin{cases} x+y+xy=-1 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=-\frac{2}{3} \end{cases}$ 를 만족하는 x, y 의 값에 대하여 $2x+xy+2y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x+xy+2y=1$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \text{ 에서}$$

$$\frac{y+x}{xy} = -\frac{2}{3}, x+y = -\frac{2}{3}xy$$

$x+y=a, xy=b$ 라 하면

$$a+b=-1, a=-\frac{2}{3}b$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-3$

$$\therefore 2x+xy+2y=2(x+y)+xy=2 \times 2-3=1$$

2. 각 층에 28 개의 가구가 있는, 좌우로 긴 3 층짜리 건물이 있다. 각 층의 현관에 다음과 같은 규칙으로 불을 켜 놓았다.
- (1) 같은 세로줄에 있는 1 층 집과 3 층 집 중에 반드시 한 집만 불이 켜져 있다.
 - (2) 3 층에 불이 켜진 집은 14 가구이다.
 - (3) 같은 세로줄에 있는 세 집 중 한 집만 불이 켜진 세로줄은 28 개 중 18 개 줄이다.
 - (4) 같은 세로줄에 있는 세 집 중 3 층에만 불이 켜진 줄과 3 층에만 불이 켜진 줄의 개수의 합은 16 개이다.
- 이때, 1 층에만 불이 켜진 세로줄의 수를 구하여라.

▶ 답: 줄

▶ 정답 : 8줄

해설

불이 켜져 있는 집을 ○, 불이 꺼져 있는 집을 × 라 표시하면 (1)에 의해서

세로줄의 수	a	b	c	d
3층	○	○	×	×
2층	○	×	○	×
1층	×	×	○	○

(2)에서 $a + b = 14$

(3)에서 $b + d = 18$

(4)에서 $b + c = 16$

세 식을 변변 더하면 $(a + b + c + d) + 2b = 48$

이때, $a + b + c + d = 28$ 이므로

$$2b = 20, \therefore b = 10$$

1 층에만 불이 켜진 세로줄의 수는 d 이므로

 $b + d = 18$ 에서 $d = 8$ (줄)

4. 저수지 A, B 에 어느 한 주 동안 들어온 물의 양의 비는 7 : 12 이고, 나간 물의 양의 비는 5 : 7 이다. 일주일 후에 저수지 A 의 물은 35 톤 줄어들었고, 저수지 B 의 물은 105 톤 늘어났다고 할 때, 두 저수지에 일주일 동안 들어온 물의 양의 합을 구하여라.

▶ 답 : t

▷ 정답 : 1330 t

해설

저수지 A, B 에 어느 한 주 동안 들어온 물의 양을 각각 $7k$ 톤, $12k$ 톤 이라 하고, 나간 물의 양을 각각 $5m$ 톤, $7m$ 톤 이라 하면

$$7k - 5m = -35$$

$$12k - 7m = 105$$

연립하여 풀면 $k = 70$, $m = 105$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{두 저수지에 일주일 동안 들어온 물의 양의 합}) \\ = 7k + 12k = 19k = 19 \times 70 = 1330 \text{ (톤)} \end{aligned}$$

5. 과녁 A, B, C, D 에 총 10 발을 쏠 수 있는 사격 시합에서 민호는 과녁 A 에 5 발, B 에 3 발, C 에 2 발을 맞춰 93 점을 얻었고, 희영이는 과녁 A 에 1 발, C 에 5 발, D 에 4 발을 맞춰 74 점을, 수철이는 과녁 A, B 에 각각 3 발, 과녁 C, D 에 각각 2 발씩 맞춰 85 점을 얻었다. 과녁 A 를 맞추었을 때 10 점을 얻는다면, 과녁 A, B, C, D 에 각각 1 발씩 맞추었을 때 얻을 수 있는 점수를 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 33 점

해설

과녁 B, C, D 를 쏘아 얻을 수 있는 점수를 각각 x 점, y 점, z 점이라 놓으면,
민호가 얻은 점수는 93 점이므로,
 $5 \times 10 + 3x + 2y = 93, 3x + 2y = 43 \cdots \textcircled{1}$
희영이가 얻은 점수는 74 점이므로,
 $1 \times 10 + 5y + 4z = 74, 5y + 4z = 64 \cdots \textcircled{2}$
희영이가 얻은 점수는 85 점이므로,
 $3 \times 10 + 3x + 2y + 2z = 85, 3x + 2y + 2z = 55 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2} - \textcircled{3}$ 을 하면 $5y + 2z = 52 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{2}$ 와 $\textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면,
 $x = 9, y = 8, z = 6$
따라서 과녁 A, B, C, D 에 각각 1 발씩 맞추었을 때 얻을 수 있는 점수는
 $10 + 9 + 8 + 6 = 33$ (점)이다.

6. 풀이 Akg 만큼 있는 목장에 하루에 자라는 풀의 양은 $\frac{A}{5}$ 로 일정하다.
이 목장에 40 마리의 소를 풀어놓으면 5 일 만에 목장의 풀을 모두 먹어버리고, 이 목장에 비료를 뿌려 하루에 자라는 풀의 양을 50% 만큼 늘리고, 한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양을 $x\%$ 만큼 줄이면 80 마리의 소가 5 일 동안 풀을 먹을 수 있다고 한다. x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 37.5$

해설

한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양을 a 라 하면
목장에 40 마리의 소를 풀어놓으면 5 일 만에 목장의 풀을 모두 먹어버리므로

$$A + 5 \times \frac{A}{5} = 40 \times a \times 5 \quad \therefore A = 100a \cdots \textcircled{㉠}$$

비료를 뿌렸을 때, 하루에 자라는 풀의 양은

$$\frac{A}{5} \times 1.5 = \frac{3}{10}A \text{ 이고 한 마리의 소가 하루에 먹는 풀의 양은}$$

$$a \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ 이다.}$$

이때, 80 마리의 소가 5 일 동안 풀을 먹을 수 있으므로

$$A + 5 \times \frac{3}{10}A = 80 \times a \times \left(1 - \frac{x}{100}\right) \times 5$$

$$\therefore \frac{5}{2}A = 400a \left(1 - \frac{x}{100}\right) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $x = 37.5$

7. 두 학생 A, B 가 운동장 $a\text{km}$ 를 도는데 걸리는 속력의 비는 $3 : 5$ 이고, t 초 후에 남은 거리의 비는 $2 : 3$ 일 때, t 를 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$ 초

해설

A, B 학생이 운동장 $a\text{km}$ 도는데 걸리는 시간을 각각 x 시간, y 시간이라 하면 A, B 학생이 $a\text{km}$ 를 가는데 걸리는 속력의 비가 $3 : 5$ 이므로

$$3x = 5y = a,$$

$$x = \frac{5}{3}y \cdots \textcircled{1}$$

t 초 후에 남은 거리의 비가 $2 : 3$ 이므로

$$(3x - tx) : (5y - ty) = 2 : 3$$

$$3tx - 2ty = 9x - 10y \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5ty - 2ty = 15y - 10y$$

$$3ty = 5y$$

$$\therefore t = \frac{5}{3}(\text{초})$$

8. A, B 두 종류의 소금물이 있다. A 에서 $200g$, B 에서 $300g$ 을 섞었더니 7% 의 소금물이 되었다. 또, A 에서 $300g$, B 에서 $200g$ 을 섞었더니 8% 의 소금물이 되었다. A, B 의 소금물의 농도를 각각 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}\%$

▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}\%$

▷ 정답 : $A = 10 \%$

▷ 정답 : $B = 5 \%$

해설

$$\begin{cases} \frac{A}{100} \times 200 + \frac{B}{100} \times 300 = \frac{7}{100} \times (200 + 300) \\ \frac{A}{100} \times 300 + \frac{B}{100} \times 200 = \frac{8}{100} \times (300 + 200) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A + 3B = 35 \\ 3A + 2B = 40 \end{cases}$$

$$\therefore A = 10(\%), B = 5(\%)$$

9. 일차함수 $y = -3x + a$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 그래프를 y 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = kx + 11$ 이다. 이때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

x 축에 대칭인 그래프 $-y = -3x + a$ 를 y 축의 방향으로 6만큼 평행이동시키면

$$y = 3x - a + 6$$

이 그래프는 $y = kx + 11$ 의 그래프와 일치하므로

$$k = 3, -a + 6 = 11, a = -5$$

$$\therefore a + k = -5 + 3 = -2$$

10. 일차함수 $f(x) = 2ax + b$ 가 다음 식을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} + \frac{f(4) - f(2)}{2} + \frac{f(5) - f(3)}{2} + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{2} = 800$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{f(3) - f(1)}{2} + \frac{f(4) - f(2)}{2} + \frac{f(5) - f(3)}{2} \\ & + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{2} \\ & = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} + \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} + \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} \\ & \quad + \dots + \frac{f(102) - f(100)}{102 - 100} = 800 \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 좌변은 $f(x)$ 의 기울기를 100 번 더한 것으로 $2a \times 100 = 200a = 800$ 이다.

$\therefore a = 4$

11. 점 (x, y) 를 점 $(2x, -y)$ 로 이동시키는 규칙에 따라 다음 세 점을 각각 이동시킨 세 점이 한 직선 위에 존재한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

$O(0, 0), A(2, -4), B(a, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

점 (x, y) 를 점 $(2x, -y)$ 로 이동시키는 규칙에 따라 이동한 점을 각각 O', A', B' 이라 하면

각각 $O'(0, 0), A'(4, 4), B'(2a, -3)$ 이다.

한 직선 위의 두 점의 기울기는 같으므로

두 점 O', A' 을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{4-0}{4-0} = 1$

두 점 A', B' 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-3-4}{2a-4} = \frac{-7}{2a-4}$$

즉, $\frac{-7}{2a-4} = 1$ 이므로 $a = -\frac{3}{2}$ 이다.

12. x 절편이 5, y 절편이 2인 직선을 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 한 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

x 절편이 5, y 절편이 2인 직선의 방정식을 구하면

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 1, y = -\frac{2}{5}x + 2,$$

$y = -\frac{2}{5}x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면

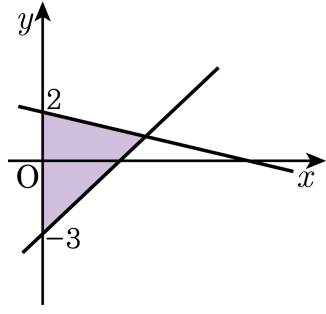
$$y = -\frac{2}{5}x + 1,$$

$y = -\frac{2}{5}x + 1$ 의 y 절편은 1, x 절편은 $\frac{5}{2}$

$$\therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$$

13. 다음 그림과 같이 y 축과 두 직선 $y = x - 3$, $y = -\frac{1}{4}x + 2$ 로 둘러싸인

삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = x - 3$ 과 $y = -\frac{1}{4}x + 2$ 의 교점의 좌표를 구하면

$x - 3 = -\frac{1}{4}x + 2$ 에서

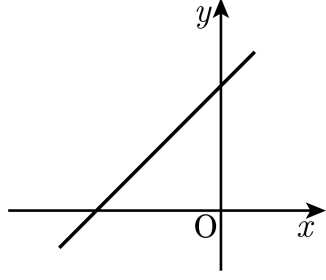
$\frac{5}{4}x = 5$, $x = 4$, $y = 1$

교점의 좌표는 $(4, 1)$

두 직선의 y 절편이 각각 -3 , 2 이므로

(넓이) $= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$

14. 일차함수 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 찾아라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

해설

주어진 함수의 그래프에서
(기울기) > 0 , (y절편) > 0 이므로
 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서 $\frac{a}{b} > 0$, $-\frac{c}{b} > 0$
따라서 $\frac{a}{b} > 0$, $\frac{c}{b} < 0$ 이고 a 와 b 는 같은 부호,
 b 와 c 는 다른 부호이다.
즉, a 와 c 는 서로 다른 부호이다.
 $y = \frac{a}{c}x + \frac{c}{a}$ 에서 $\frac{a}{c} < 0$, $\frac{c}{a} < 0$ 이므로
기울기가 0 보다 작고 y 절편이 0 보다 작은 그래프가 지나지
않는 사분면은 제 1 사분면이다.

15. 함수 $f(x) = \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$ 의 그래프에서, $f(0) = 1$ 이고, $f(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(0) = 1 \text{ 이면 } 1 = \frac{c}{a}$$

$$f(1) = 0 \text{ 이면 } 0 = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -1$$

$$\text{따라서 } a = -b = c$$

$$\therefore f(3) = \frac{3b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{-3a + a}{a} = -2$$

16. $(-2, 0)$, $(0, 6)$ 를 지나는 일차함수의 그래프가 점 (m, m) 을 지날 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 $(0, 6)$ 을 지나므로

$6 = a \times 0 + b$ 에서 $b = 6$

또한, $y = ax + 6$ 의 그래프가 $(-2, 0)$ 을 지나므로 $0 = -2a + 6$

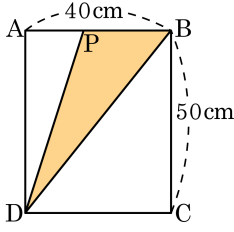
에서 $a = 3$

따라서 $y = 3x + 6$ 의 그래프가 (m, m) 을 지나므로

$x = m$, $y = m$ 을 대입하면 $m = 3m + 6$ 이다.

$\therefore m = -3$

17. 다음 그림처럼 가로가 40 cm 세로가 50 cm 인 직사각형의 꼭짓점 A에서 B로 매초 4 cm 씩 점 P가 이동하고 있을 때, x 초 후의 $\triangle PBD$ 의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 이라고 하면 x 의 범위는 $a \leq x \leq b$, 함숫값의 범위는 $c \leq y \leq d$ 이다. $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1010

해설

점 P는 총 길이 40 cm 인 $\overline{AB}$ 위를 초속 4 cm 의 속도로 움직이므로

x 의 범위는 $0 \leq x \leq 10$ 이다.

$\triangle ABD$ 에서 $\triangle ADP$ 를 뺀 넓이가 $\triangle PBD$ 이므로

x, y 의 관계식은 $y = 1000 - 100x$ 이다.

$x = 0$ 일 때 $y = 1000$

$x = 10$ 일 때 $y = 0$ 이므로

함숫값의 범위는 $0 \leq y \leq 1000$ 이다.

따라서 $a = 0, b = 10, c = 0, d = 1000$ 이므로

$a + b + c + d = 1010$ 이다.

18. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 7), B(6, 1) 와 x 축 위의 한 점 P, y 축 위의 한 점 Q 로 이루어진 사각형 ABPQ 의 둘레의 길이가 최소가 되게 하는 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

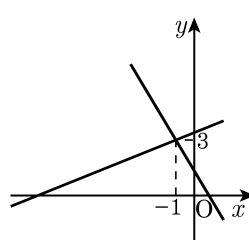
해설

점 A, B 를 각각 y 축, x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A'(-2, 7), B'(6, -1) 이라 하면 사각형 ABPQ 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{AB} + \overline{A'B'}$ 과 같다.

이때, 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 기울기는 $\overline{A'B'}$ 의 기울기와 같으므로,

$$\frac{-1-7}{6-(-2)} = \frac{-8}{8} = -1 \text{ 이다.}$$

19. 다음 그래프는 연립 방정식
$$\begin{cases} ax - 3y + 5 = 1 \\ -2x + 5y - b = 5 \end{cases}$$
를 풀기 위한 것이다. $2a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

교점 $(-1, 3)$ 을 식에 대입하면
 $-a - 9 + 5 = 1, a = -5$
 $2 + 15 - b = 5, b = 12$
 $\therefore 2a + b = -10 + 12 = 2$

20. 세 직선 $-2x + y - 5 = 0, ax + 2y - 2 = 0, 4x - y - 3 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

i) $ax + 2y - 2 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{-2}{a} = \frac{1}{2} \text{에서 } a = -4$$

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{-1} \text{에서 } a = -8$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{array}{r} -2x+y+5=0 \\ -) 4x-y-3=0 \\ \hline 2x \quad -8=0 \\ x \quad \quad =4 \end{array}$$

$x = 4$ 를 $-2x + y - 5 = 0$ 에 대입하면

$$-2 \times 4 + y - 5 = 0, y = 13,$$

$ax + 2y - 2 = 0$ 에 점 $(4, 13)$ 을 대입하면

$$4a + 26 - 2 = 0, 4a + 24 = 0, a = -6,$$

따라서 모든 a 값의 합은

$$-4 - 8 - 6 = -18$$