1. 연립방정식 $\frac{1}{x}+\frac{x}{y^2}=10, \frac{y}{x^2}+\frac{1}{y}=\frac{10}{3}$ 의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$
)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=\frac{1}{3}$

해설

$\frac{1}{x}+\frac{x}{y^2}=10, \frac{y}{x^2}+\frac{1}{y}=\frac{10}{3}$ 에서

$x^2+y^2=10xy^2 \cdots$ ㉠

$3(x^2+y^2)=10x^2y \cdots$ ㉡

㉠ $\div$ ㉡ 을 하면 $\frac{1}{3}=\frac{y}{x}$

$\therefore x=3y$

$x=3y$ 를 ㉠에 대입하면 $y=\frac{1}{3}, x=1$

$\therefore x=1, y=\frac{1}{3}$

2. 다음 연립방정식의 해를 구하여라. (단, $xy \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 14$

▷ 정답: $y = \frac{14}{3}$

해설

$\begin{cases} \frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} = 2 \\ 3\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}\right) = 2 \end{cases}$ 에서

$x^3 + y^3 = 2xy^3 \cdots$ ㉠

$3(x^3 + y^3) = 2x^2y^2 \cdots$ ㉡

㉠ $\div$ ㉡ 을 하면

$\frac{1}{3} = \frac{y}{x} \therefore x = 3y$

$x = 3y$ 를 ㉠에 대입하면 $y = \frac{14}{3}, x = 14$

$\therefore x = 14, y = \frac{14}{3}$

3. 연립방정식 $x(x-2y)=0$, $y(y+4x)=36$ 의 해를 각각 $(a,b),(c,d),(e,f),(g,h)$ 라 할 때, $a+b+c+d+e+f+g+h$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x(x-2y)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2y$

1) $x=0$ 일 때

$y^2=36$ 이므로 $y=6$ 또는 -6

$(x,y)=(0,-6),(0,6)$

2) $x=2y$ 일 때

$9y^2=36$ 이므로 $y=2$ 또는 -2

$(x,y)=(-4,-2),(4,2)$

따라서 $(a,b),(c,d),(e,f),(g,h)$ 는 $(0,-6)$, $(0,6)$, $(-4,-2)$, $(4,2)$ 이므로

$a+b+c+d+e+f+g+h=0-6+0+6-4-2+4+2=0$

4. 자연수 x, y에 대하여 $\frac{8^x}{2^{x+y}} = 4$, $\frac{3^{x+y}}{9^y} = 27$일 때, xy의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 4$

해설

$$\frac{(2^3)^x}{2^{x+y}} = 2^{3x-(x+y)} = 4 = 2^2$$

$\therefore\ 2x - y = 2 \ \cdots$ ㉠

$$\frac{3^{x+y}}{(3^2)^y} = 3^{(x+y)-2y} = 27 = 3^3$$

$\therefore\ x - y = 3 \ \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면 $x = -1$

㉡에서 $-1 + y = 3$, $\therefore\ y = -4$

$\therefore\ xy = (-1) \times (-4) = 4$

5. 다음 연립방정식을 만족하는 $x,\ y$ 에 대하여 $2(x-y)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=6 \\ \dfrac{2}{x+y}-\dfrac{1}{x-y}=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x+y=a,\ x-y=b$ 라 하면 주어진 식은

$$\begin{cases} \dfrac{3}{a}+\dfrac{2}{b}=6 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{6}{a}-\dfrac{3}{b}=-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2-$ ㉡ 하면

$a=\dfrac{3}{2},\ b=\dfrac{1}{2}$

따라서, $x+y=\dfrac{3}{2}\cdots$㉢, $x-y=\dfrac{1}{2}\cdots$㉣

㉢ $+$ ㉣하면

$x=1,\ y=\dfrac{1}{2}\quad \therefore\ 2(x-y)=1$

6. 자연수 a, b 에 대하여 x, y, z 에 대한 연립방정식 $\frac{x+y}{a}=\frac{x+2y}{3b}=-\frac{x}{2ab}=z$ 가 무수히 많은 해집합을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{x+y}{a}=\frac{x+2y}{3b}=-\frac{x}{2ab}=z$

$x+y-az=0 \cdots$ ㉠

$x+2y-3bz=0 \cdots$ ㉡

$x+2abz=0 \cdots$ ㉢

㉢에서 $x=-2abz$ 이므로 ㉠에 대입하면

$-2abz+y-az=0$

$y=(2ab+a)z \cdots$ ㉣

㉡에 ㉢, ㉣을 대입하면 $(2ab+2a-3b)z=0$

그런데 $z \neq 0$ 이므로

$2ab+2a-3b=0$, $2a(b+1)=3b$

$\therefore 2a=\frac{3b}{b+1}=3-\frac{3}{b+1}$

이때, a, b 는 자연수이므로 $b+1=3$, $\therefore a=1, b=2$

따라서 $a+b=3$

7. 좌우대칭인 네 자리 자연수가 있다. 이 수의 각 자리 숫자의 합의 두 배는 앞 두 개의 숫자로 이루어진 두 자리 수와 같다고 할 때, 이러한 네 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1221

▷ 정답 : 2442

▷ 정답 : 3663

▷ 정답 : 4884

해설

어떤 네 자리의 자연수를 $xyyx$ 라 하면 각 자리의 숫자의 합의 두 배는 앞 두 자리 수와 같으므로

$2(x+y+y+x) = 10x+y \therefore\ y = 2x$

y 는 한 자리 수이므로

$x = 1,\ y = 2,$

$x = 2,\ y = 4,$

$x = 3,\ y = 6,$

$x = 4,\ y = 8,$

$\therefore\ xyyx = 1221,\ 2442,\ 3663,\ 4884$

8. 두 개의 숫자가 $abab$ 형태로 반복되어 만들어진 네 자리 자연수가 있다. 이 수의 각 자리 숫자의 합의 세 배는 일의 자리 숫자의 15 배와 같다고 할 때, 이러한 네 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3232

▷ 정답 : 6464

▷ 정답 : 9696

해설

어떤 네 자리의 자연수를 $abab$ 라 하면 각 자리의 숫자의 합의 세 배는 일의 자리 숫자의 15 배와 같으므로

$3(2a+2b)=15b$ $\therefore$ $2a=3b$

a, b 는 한 자리 수이므로

$a=3,\ b=2,$

$a=6,\ b=4,$

$a=9,\ b=6,$

$\therefore$ 3232, 6464, 9696

9. 미현이네 반은 음악 시간에 실기 시험을 보는데 점수 기준은 다음과 같다. 미현이네 반 학생들이 총 40 명이라고 할 때, 기준 1 로 점수를 매겼을 때의 평균은 50 점, 기준 2 로 점수를 매겼을 때의 평균은 55 점일 때, A 등급을 맞은 학생의 수를 구하여라.

	기본점수	A등급	B등급	C등급
기준 1	10점	50점	40점	30점
기준 2	20점	40점	35점	30점

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 8 명

해설

A 등급을 맞은 학생의 수를 x 명, B 등급을 맞은 학생의 수를 y 명, C 등급을 맞은 학생의 수를 z 명이라 하면

$x+y+z=40\cdots$ ㉠

기준 1 에서 평균이 50 점이므로

$\frac{60x+50y+40z}{40}=50$, $6x+5y+4z=200\cdots$ ㉡

기준 2 에서 평균이 55 점이므로

$\frac{60x+55y+50z}{40}=55$, $12x+11y+10z=440\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $x=8,\ y=24,\ z=8$

따라서 A 등급을 맞은 학생의 수는 8 명이다.

10. 두 숙련공 A, B가 같은 일을 완료하는 데 걸리는 시간의 비는 2 : 5 이다. A 가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B 와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있다고 할 때, 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간을 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 일

▷ 정답 : 56 일

해설

숙련공 A, B 가 혼자 작업할 때, 일을 완료하는 시간을 각각 x 일, y 일이라 하자.

$x : y = 2 : 5,\ 2y = 5x\ \cdots$ ㉠

일을 완성하는 것을 1 이라 보면 A, B 가 하루에 작업한 양은 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ 이다.

A 가 14 일 동안 혼자 작업한 후, B 와 함께 6 일을 더 작업하면 일을 마칠 수 있으므로

$14 \times \frac{1}{x} + 6 \times \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1,\ \frac{20}{x} + \frac{6}{y} = 1\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하면 $x = \frac{112}{5} = 22.4,\ y = 56$

따라서 같은 일을 B 혼자서 완료할 수 있는 시간은 56 일

11. 어느 도서대여점의 대여 요금을 다음과 같은 규칙으로 정하였다.

> ㉠ 대여 기일 2 일까지는 권당 500 원의 기본요금
>
> ㉡ 대여 기일 2 일(48 시간) 초과부터 12 시간당 a 원의 추가요금과 기본요금을 합한다.
>
> ㉢ 대여 기일 5 일(120 시간) 초과부터 대여 기일 5 일까지의 요금과 12 시간당 b 원의 추가요금이 더해진다.

정우는 책 10 권을 빌려서 3 일 12 시간 만에 반납했을 때, 총 요금이 11000 원이 나왔고, 현지는 책 8 권을 빌려서 6 일만에 반납했을 때, 총 요금이 18400 원이 나왔다. a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 200$

▷ 정답 : $b = 300$

해설

정우는 36 시간에 대한 추가 요금을 내야 하므로
정우가 빌린 책 한 권 당 추가요금은
$\frac{36}{12} \times a = 3a$
따라서 $5000 + 10 \times 3a = 11000 \quad \therefore \ a = 200$
현지는 책을 빌린 지 6 일 째 되는 날 하루 동안의 추가 요금 $2b$ 와 3 일부터 5 일까지의 추가 요금 $6a$ 을 내야 하므로 권당 총 추가 요금이 $6a + 2b$
따라서 $4000 + 8(6a + 2b) = 18400 \quad \therefore \ b = 300$

12. 동시에 수용할 수 있는 최대정원이 x 명인 음식점이 있다. 이 음식점에 토요일 점심 때와 일요일 저녁 때에는 매 분 찾아오는 손님의 수가 일정하고 일요일 저녁 때의 경우 토요일 점심때의 경우보다 그 수가 1 명 더 적다고 한다. 그리고 토요일과 일요일에 각각 30 분, 45 분만에 최대정원에 이르게 된다. 이 음식점에서 식사를 끝내고 나가는 손님의 수가 매분 일정하다고 할 때, 이 음식점의 최대 정원을 구하여라.

▶ 답: ______ 명

▷ 정답: 90 명

해설

토요일 점심 때 매 분 찾아오는 손님의 수를 a 명, 일요일 저녁 때 매 분 찾아오는 손님의 수를 $(a-1)$ 명, 매 분 음식점을 나가는 손님의 수를 b 명 이라고 하면 음식점의 최대정원은

$30a - 30b = 45(a-1) - 45b$

$15a - 15b = 45$

$a - b = 3$

$b = a - 3$

따라서 음식점의 최대정원은

$30a - 30(a-3) = 90$ (명)

13. 두 식품 A와 B 각각 10 g에 들어있는 단백질과 지방의 양을 나타낸 것이다. 두 식품 A와 B만으로 단백질 17 g과 지방 70 g을 섭취하려면 각각 몇 g씩 먹어야 하는지 구하여라.

식품 \ 성분	단백질(g)	지방(g)
A	0.6	2
B	0.4	8

▶ 답: ______ g

▶ 답: ______ g

▷ 정답: A = 270 g

▷ 정답: B = 20 g

해설

$\begin{cases} 0.06A + 0.04B = 17 \\ 0.2A + 0.8B = 70 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 6A + 4B = 1700 \\ 2A + 8B = 700 \end{cases}$

이 연립방정식을 풀면 A = 270, B = 20

14. 함수 $f(x)=ax+3$ 에 대하여 $f(1)=1$ 일 때, $f(f(3)+f(5))$ 의 값은?

① -23 ② -10 ③ -7 ④ 10 ⑤ 23

해설

$f(1)=1$ 을 대입하면 $1=a+3, a=-2$
$\therefore f(x)=-2x+3$
$f(3)=-2\times3+3=-3$
$f(5)=-2\times5+3=-7$
$\therefore f(-10)=-2\times(-10)+3=23$

15. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $f(0) = 0$, $f(1) \le f(100)$, $f(100) \ge f(10000)$ 을 만족할 때, $f(999)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(1) \le f(100)$ 에서 $a + b \le 100a + b$ 이므로 $a \ge 0$
$f(100) \ge f(10000)$ 에서 $100a + b \ge 10000a + b$ 이므로 $a \le 0$
$\therefore\ a = 0$
또한, $f(0) = b = 0$ 에서 $b = 0$
따라서 $f(x) = 0$ 이므로 $f(999) = 0$ 이다.

16. 일차함수 $f(x) = ax + 2$ 가 $f(m) - f(n) = 3n - 3m$ 을 만족할 때, $f(1) + f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

기울기가 a이므로

$a = \dfrac{f(m) - f(n)}{m - n}$

$= \dfrac{3n - 3m}{m - n} = \dfrac{-3(m - n)}{m - n} = -3$

$\therefore\ f(x) = -3x + 2$

$f(1) + f(4) = -1 - 10 = -11$

17. 세 점 $(0, -4)$, $(a, 0)$, $(6, -12)$를 지나는 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 b일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

세 점은 일직선 위에 있으므로

$$\frac{0-(-4)}{a-0} = \frac{-12-(-4)}{6-0}$$

$$\frac{4}{a} = \frac{-8}{6} \qquad \therefore\ a = -3$$

x절편이 -3, y절편이 -4이므로 넓이는

$$b = 4 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ b = 6$$

$$\therefore a + b = -3 + 6 = 3$$

18. 일차함수 $y=\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 와 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 의 그래프, x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{ab}$

해설

$y=\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각 $\left(-\frac{8}{a},\ 0\right)$, $\left(0,\ \frac{8}{b}\right)$ 이고,

$y=-\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각 $\left(\frac{8}{a},\ 0\right)$, $\left(0,\ \frac{8}{b}\right)$ 이다.

따라서 일차함수 $y=\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 와 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{8}{b}$ 의 그래프, x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{a}+\frac{8}{a}\right)\times\frac{8}{b}=\frac{64}{ab}$ 이다.

19. 제 2사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 4$ 가 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ a)$ 를 지난다고 할 때, 이 일차함수가 지나지 않는 사분면을 구하여라.
(단, 이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였다.)

▶ 답 : ______ 사분면

▷ 정답 : 제 2 사분면

해설

이 함수에서 x 값이 7 만큼 변할 때, y 의 절댓값은 14 만큼 변하였으므로,
일차함수의 기울기인 a 는 2 또는 -2 이다.
그런데 제 2사분면을 지나지 않는다고 했으므로 $a = 2$ 이다.
따라서, $y = 2x - 4$ 를 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = 2x - 4 + b$ 이고
점 $(a,\ a)$ 를 지나므로 $a = 2a - 4 + b$
그런데 $a = 2$ 이므로 $2 = 4 - 4 + b \quad \therefore b = 2$
구하는 일차함수는 $y = 2x - 2$ 이므로 , x 절편은 1 , y 절편은 -2 이다.
그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

20. 직선 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하였더니 직선 $y=\frac{2}{3}x-1$의 그래프와 평행하고, 점 $(-3,\ -6)$을 지나게 되었다. 이 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

$y=ax+b+5$

$a=\frac{2}{3}$이므로 $y=\frac{2}{3}x+b+5$

$(-3,\ -6)$을 대입하면

$-6=-2+b+5$, $b=-9$

$\therefore\ ab=\frac{2}{3}\times(-9)=-6$

21. 일차함수 $y = ax + b$는 점 $\left(2,\ -\frac{5}{2}\right)$를 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = -\frac{3}{4}$이다. 이 때, $f(-4) + f(6)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

기울기 $a = -\frac{3}{4}$이므로

$y = -\frac{3}{4}x + b$에 점 $\left(2,\ -\frac{5}{2}\right)$를 대입하면

$-\frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + b,\ b = -1$

$y = -\frac{3}{4}x - 1$

$\therefore\ f(-4) + f(6) = 3 - 1 + \left(-\frac{9}{2}\right) - 1 = -\frac{7}{2}$

22. 일차함수 $ax+by+\frac{1}{2}=0$ 의 그래프가 한 점 $\left(-3, \frac{1}{2}\right)$ 을 지나고 x 절편이 $\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{4a-b}{2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$ax+by+\frac{1}{2}=0$이 점 $\left(-3, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 을 지나므로

$-3a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}=0 \cdots ㉠$

$\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}=0 \cdots ㉡$

㉡에서 $\frac{1}{3}a=-\frac{1}{2} \therefore a=-\frac{3}{2}$

$a=-\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면

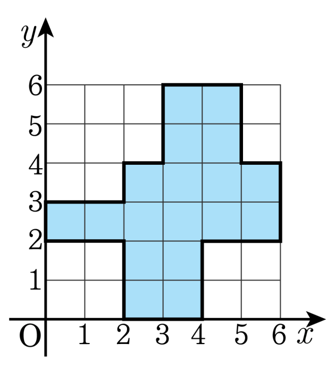
$-3\times\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}=0$

$\frac{9}{2}+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}=0$

$\frac{1}{2}b=-5 \therefore b=-10$

$\therefore \frac{4a-b}{2}=\frac{4\times\left(-\frac{3}{2}\right)-(-10)}{2}=\frac{-6+10}{2}=\frac{4}{2}=2$

23. 점 $(2,\ 4)$ 를 지나고, 다음 그림의 색칠한 도형의 넓이를 3 등분하는 두 직선의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

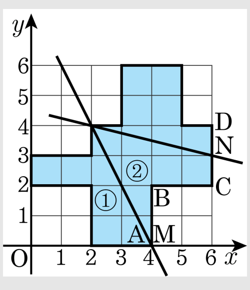
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -2x + 8$

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$

해설

색칠한 도형 전체의 넓이가 18 이므로, 두 직선이 넓이를 삼등분하려면 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 지나야 한다.
두 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 $M(4,\ m)$, $N(6,\ n)$ 이라고 하자.



① 의 넓이는

$6 = 2 + \frac{1}{2}(4 + m) \times 2,\ m = 0$

점 $(2,\ 4)$ 와 $M(4,\ 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -2x + 8$
② 의 넓이는 6 이므로 $n = 3$

점 $(2,\ 4)$ 와 $N(6,\ 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$

따라서 색칠한 도형의 넓이를 3 등분하는 두 직선의 방정식은

$y = -2x + 8$, $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$ 이다.

24. 일차방정식 $(p-2)x+(3+2q)y-2=0$ 의 그래프가 점 (1, 3) 을 지나고 직선 $x=2$ 와 평행할 때, 상수 p, q 를 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p=4$

▷ 정답 : $q=-\frac{3}{2}$

해설

직선 $x=2$ 와 평행하므로

$3+2q=0 \qquad \therefore\ q=-\frac{3}{2}$

$(p-2)x-2=0$ 에서

$x=\frac{2}{p-2}$ 이고, 점 (1, 3) 을 지나므로

$\frac{2}{p-2}=1$, $p-2=2 \qquad \therefore\ p=4$

따라서 $p=4$, $q=-\frac{3}{2}$ 이다.

25. 두 직선 $5x - y + 7 = 0, 2x + 4y - 6 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $y = \frac{2}{3}x + 1$ 과 x 축 위에서 만나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{cases} 5x - y + 7 = 0 \ \cdots ㉠ \\ 2x + 4y - 6 = 0 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -1, y = 2$
점 $(-1, 2)$ 를 지난다.

$y = \frac{2}{3}x + 1$ 의 x 절편을 구하면

$0 = \frac{2}{3}x + 1 \ \therefore x = -\frac{3}{2}$

구하는 직선은 두 점 $(-1, 2)$, $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.

$(기울기) = \dfrac{0 - 2}{-\frac{3}{2} - (-1)} = \dfrac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$

$y = 4x + b$ 가 점 $(-1, 2)$ 를 지나므로
$2 = -4 + b \ \therefore b = 6$

26. 좌표평면 위의 직선 l 의 x 절편은 3, y 절편은 2 이고, 직선 m 의 x 절편은 -2, y 절편은 2 이다. 이 두 직선과 $-a(x+2)+y=0$ 의 그래프를 이용하여 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

$-a(x-2)+y=0$, 즉 $y=ax+2a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) 직선 l 또는 직선 m 과 평행할 때

(직선 l의 기울기) $=-\frac{2}{3}$

(직선 m의 기울기) $=1$

$\therefore\ a=1$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

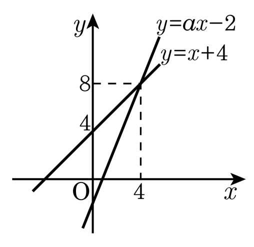
2) 직선 l, m 의 교점을 지날 때,

직선 l 과 m 의 교점은 $(0,\ 2)$ 이므로

$2=2a \qquad \therefore\ a=1$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 1, $-\frac{2}{3}$ 이다.

27. 점 $(4, 8)$ 에서 만나는 두 직선 $y = x + 4$, $y = ax - 2$ 과 직선 $y = mx + 6$ 을 그렸을 때, 세 직선으로 둘러싸인 삼각형이 생기지 않기 위한 m 의 값을 모두 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 또는 0.5

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$ 또는 2.5

해설

i) $y = ax - 2$ 은 $(4, 8)$ 을 지나므로, $8 = 4a - 2$

$\therefore a = \frac{5}{2}$

ii) $y = mx + 6$ 과 $y = x + 4$ 이 평행하면 삼각형이 생기지 않으므로 $m = 1$

iii) $y = mx + 6$ 과 $y = ax + 6$ 이 평행하면 삼각형이 생기지 않으므로 $m = \frac{5}{2}$

iv) $y = mx + 6$ 이 $(4, 8)$ 을 지날 때 삼각형이 생기지 않으므로 $8 = 4m + 6$

$\therefore m = \frac{1}{2}$

28. 세 직선 $x+3y-2=0$, $4x-y+5=0$, $2x+3y-a=0$의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

세 직선의 기울기가 서로 다르므로 한 점에서 만날 때의 a의 값을 구한다.
$x+3y-2=0$에서 $x=-3y+2$
$4(-3y+2)-y+5=0$
$-12y+8-y+5=0$
$-13y+13=0$
$y=1$, $x=-1$
$x=-1$, $y=1$을 $2x+3y-a=0$에 대입하면
$\therefore\ 2\times(-1)+3\times1-a=0$ $\quad\therefore a=1$

29. 두 직선 $x+y=1,\ 3x-2y=8$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 두 직선의 교점을 지나는 직선 $ax+by-11=0$ 이 이등분할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x+y=1,\ 3x-2y=8$ 을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=-1$ 이다.
두 직선의 교점은 $(2,\ -1)$ 이다.

$x+y=1$ 의 x 절편은 1 , $3x-2y=8$ 의 x 절편은 $\frac{8}{3}$

두 직선의 x 절편의 중점은 $\left(\frac{11}{6},\ 0\right)$ 이다.

직선 $ax+by-11=0$ 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면 두 직선의 교점과 두 직선의 x 절편의 중점을 지나야 한다.

따라서 $(2,\ -1)$ 와 $\left(\frac{11}{6},\ 0\right)$ 를 지나는 직선의 그래프는

$y=-6x+11$
$0=6x+y-11$
$\therefore a+b=6+1=7$