1. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{9}{4} \\ \dfrac{3}{y}+\dfrac{3}{z}=\dfrac{27}{20} \\ \dfrac{3}{z}+\dfrac{3}{x}=\dfrac{21}{10} \end{cases}$ 의 해가 $x=a,\ y=b,\ z=c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 11 ② 9 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$\dfrac{3}{x}=X,\ \dfrac{3}{y}=Y,\ \dfrac{3}{z}=Z$ 라고 하면

$$\begin{cases} X+Y=\dfrac{9}{4} \\ Y+Z=\dfrac{27}{20} \\ Z+X=\dfrac{21}{10} \end{cases}$$

$$2(X+Y+Z)=\frac{57}{10}$$

$$X+Y+Z=\frac{57}{20}$$

$$X=\frac{3}{2}, Y=\frac{3}{4},\ Z=\frac{3}{5},\quad x=2,\ y=4,\ z=5$$

$$\therefore a+b+c=11$$

2. $x \geq y$ 인 x, y 에 대하여 $M(x,y) = x$, $m(x,y) = y$ 로 정의한다. 연립방정식 $2x+3y-M(x,y)=1$, $x+y+m(x,y)=-7$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{15}{2}$

▷ 정답 : $y = 8$

해설

1) $x \geq y$ 일 때, $M(x,y) = x, m(x,y) = y$ 이므로
주어진 연립방정식은
$2x+3y-x=1, x+y+y=-7$
$\therefore x=-23, y=8$ 그러나 $x \geq y$ 의 조건에 맞지 않는다.
2) $x < y$ 일 때, $M(x,y) = y, m(x,y) = x$ 이므로
주어진 연립방정식은
$2x+3y-y=1, x+y+x=-7$
$x = -\frac{15}{2}, y = 8$

1), 2) 에 의하여 구하려는 해는 $x = -\frac{15}{2}, y = 8$

3. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{1-x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -4$

▷ 정답 : $y = 0$

해설

$\begin{cases} \dfrac{1-x}{3} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{3} \\ 0.2x - 0.3y = -0.8 \end{cases}$ 을 간단히 정리하면

$\begin{cases} -2x - 3y = 8 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$ 이므로

$-6y = 0,\ y = 0,\ x = -4$ 이다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=1 \cdots ㉠ \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{y}=-9 \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-\dfrac{1}{2}$

▷ 정답 : $y=1$

해설

$2\times㉠-㉡ : \dfrac{11}{y}=11,\ y=1$

이것을 ㉠에 대입하면

$\dfrac{1}{x}+3=1, \dfrac{1}{x}=-2,\ x=-\dfrac{1}{2}$

5. 연립방정식 $5x - y - 2 = 3x + 1 = 2x + y + 1$을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$$\begin{cases} 5x - y - 2 = 3x + 1 \\ 3x + 1 = 2x + y + 1 \end{cases}$$ 이므로

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$$ 이다.

따라서 $x = 3$, $y = 3$ 이다.

6. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} px+qy+r=0 \\ qx+ry+p=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, p, q, r 은 0 이 아닌 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로
$\frac{p}{q}=\frac{q}{r}=\frac{r}{p}$
$\frac{p}{q}=\frac{q}{r}=\frac{r}{p}=k$ 로 놓으면
$p=qk, q=rk, r=pk$
세 식의 좌변끼리, 우변끼리 각각 곱하면

$$pqr=pqrk^3 (pqr \neq 0)$$

$$k^3=1$$

$$\therefore k=1$$

따라서 $p=q=r$ 이므로 주어진 연립방정식은 모두 $p(x+y+1)=0$ 이 된다.
$p \neq 0$ 이므로 $x+y+1=0$
$\therefore x+y=-1$

7. 사탕 60 개를 6 개들이 봉지, 4 개들이 봉지, 1 개들이 봉지로 포장하여 각각 500 원, 350 원, 100 원을 받고 팔았다. 6 개들이 봉지의 수 $<$ 4 개들이 봉지의 수 $<$ 1 개들이 봉지의 수이고, 총 판매금액이 5250 원일 때, 1 개들이 봉지는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$6x + 4y + z = 60$

$500x + 350y + 100z = 5250$

두 식을 연립하여 풀면,

$2x + y = 15 \cdots ①$

x 는 6 개들이 봉지의 갯수이므로 $1 \le x \le 9$ 이 되고,

①식을 만족하며, $x < y$ 인 $(x,\ y)$ 순서쌍을 구해보면,

$(x,\ y) = (1,\ 13),\ (2,\ 11),\ (3,\ 9),\ (4,\ 7)$

이 때 $x < y < z$ 가 되어야 하므로

$x = 4,\ y = 7,\ z = 8$

따라서 1 개들이 봉지의 갯수는 8 개이다.

8. 빨간색과 노란색이 1 : 4 의 비율로 섞인 페인트와 2 : 3 의 비율로 섞인 페인트가 각각 1000g 씩 있다. 이 두 페인트를 섞어서 빨간색과 노란색이 3 : 5 의 비율로 섞인 페인트를 만들려고 할 때, 최대한 몇 g 을 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : $\frac{8000}{7}$ g

해설

빨간색과 노란색이 1 : 4 의 비율로 섞인 페인트를 xg, 2 : 3 의 비율로 섞인 페인트를 yg 섞어서 3 : 5 의 비율을 지닌 페인트를 만들었다면

	빨간색	노란색	합계
1:4의 비율로 섞인 페인트	$\frac{1}{5}x$	$\frac{4}{5}x$	x
2:3의 비율로 섞인 페인트	$\frac{2}{5}y$	$\frac{3}{5}y$	y

섞어서 만든 페인트 색의 비는 3 : 5 이다.

$$\left(\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}y\right):\left(\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}y\right)=3:5,\ 7x=y \qquad \therefore\ x:y=1:7$$

그런데 $0 \leq y \leq 1000$g 이므로 최대한 만들 수 있는 페인트의 양은 $y=1000$g 이고 $x=\frac{1000}{7}$g 일 때 $x+y=\frac{1000}{7}+1000=\frac{8000}{7}$ (g) 이다.

9. 어느 부자가 다음과 같은 유언을 남기고 생을 마감했다.
내 자식 중 첫째에게는 내가 가진 땅 중 100m^3 의 땅을 준 후, 그 나머지의 5% 를 주어라. 둘째에게는 첫째에게 주고 남은 땅 중 200m^3 의 땅을 준 후, 그 나머지의 5% 를 주어라. 셋째에게는 첫째, 둘째에게 주고 남은 땅 중 300m^3 의 땅을 준 후, 그 나머지의 5% 를 주어라.…이런 식으로 막내까지 모두 나누어주고 나면 한 사람이 받은 땅의 넓이가 모두 같아질거야.
이때, 이 부자가 원래 가지고 있던 땅의 넓이를 구하여라.

▶ **답 :** ____ m^2

▷ **정답 :** 36100 m^2

해설

한 명의 아들이 받는 땅의 넓이를 x , 부자가 원래 가지고 있던 땅을 y 라 하면

첫째 아들 : $x = 100 + \frac{1}{20}(y - 100) \cdots$ ㉠

둘째 아들 : $x = 200 + \frac{1}{20}(y - x - 200) \cdots$ ㉡

셋째 아들 : $x = 300 + \frac{1}{20}(y - 2x - 300)$

$\vdots$

n 번째 아들 : $x = 100n + \frac{1}{20}\{y - (n-1)x - 100n\}$

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$100 + \frac{1}{20}(y - 100) = 200 + \frac{1}{20}(y - x - 200)$

$\therefore\ x = 1900,\ y = 36100$

따라서 부자가 원래 가지고 있던 땅의 넓이는 36100m^2 이다.

10. 다음 표는 두 종류의 햄버거 A, B 를 만드는 데 필요한 재료의 개수와 판매했을 경우의 이익금을 나타낸 것이다. 하루 동안 햄버거 A, B 를 만드는 데 빵이 450 개, 고기가 260 개 필요하다. 하루 동안 만든 햄버거는 그 날 모두 팔린다고 할 때, 총 이익을 구하여라.

	빵 (개)	고기 (개)	이익 (원/개)
햄버거A	2	1	500
햄버거B	3	2	800

▶ **답 :** 원

▷ **정답 :** 116000 원

해설

햄버거 A 의 개수를 x 개, 햄버거 B 의 개수를 y 개라고 두면 햄버거 A, B 를 만드는 데 빵이 450 개, 고기가 260 개 필요하다고 했으므로,

$2x + 3y = 450$

$x + 2y = 260$

두 식을 연립하여 풀면,

$x = 120, y = 70$

따라서 햄버거 A, B 를 모두 판매했을 때의 총 이익은

$500 \times 120 + 800 \times 70 = 116000$ 원이다.

11. 집에서 10km 떨어진 할머니 댁에 가는 데 민지는 시속 2km 의 속력으로 걸어가고, 부모님은 차를 타고 시속 20km 의 속력으로 민지와 같은 지점에서 동시에 출발하였다. A 지점에서 엄마는 차에서 내려서 걸어가고 아빠는 차로 되돌아가 걸어오던 민지를 태우고 가서 민지와 부모님이 동시에 할머니 댁에 도착하였다. 이 때, 엄마와 민지가 걸은 거리를 구하여라.
(단, 엄마와 민지의 걸은 거리와 걷는 속력은 각각 같고, 차를 타고 내리는 데 걸리는 시간은 생각하지 않는다.)

▶ 답 : ______ km

▷ 정답 : $\frac{20}{13}$ km

해설

걸어서 간 거리를 $x$km, 차를 타고 간 거리를 $y$km 라 하면
차가 되돌아 간 거리는 $y-x$(km) 이다.
집에서 할머니 댁까지의 거리가 10km 이므로 $x+y=10\cdots$ ㉠
엄마가 A 지점에서 할머니 댁까지 걸어간 시간은 차가 되돌아 갔다가 민지를 태우고
다시 할머니 댁까지 가는 시간과 같으므로
$\frac{x}{2}=\frac{y-x}{20}+\frac{y}{20}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $x=\frac{20}{13}, y=\frac{110}{13}$
따라서 엄마와 민지가 걸은 거리는 $\frac{20}{13}$km 이다.

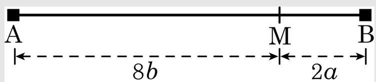
12. 서로 반대방향으로 곧게 뻗어있는 길의 양 끝 A, B 지점에서 두 사람의 자동차 경주가 시작되었다. 철수는 A 지점에서 B 지점을 향해, 영철이는 B 지점에서 A 지점를 향해 달리다가 중간의 휴게소에서 만나서 확인결과 철수가 영철이보다 30km 더 이동했다는 사실을 알았다. 두 사람은 휴게소에서 동시에 출발하여 철수는 2 시간 만에 B 지점에, 영철이는 8 시간 만에 A 지점에 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라. (단, 두 사람이 이동하는 속력은 각각 일정하다.)

▶ **답 :** ______ km

▷ **정답 :** 90 km

해설

철수와 영철이의 속력을 각각 $a$km/h, $b$km/h 라 하고 중간의 휴게소의 위치를 M 이라 하면



$\overline{\mathrm{AM}} = 8b(\mathrm{km}),\ \overline{\mathrm{BM}} = 2a(\mathrm{km})$ 이다.

철수와 영철이가 휴게소까지 가는 데 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{8b}{a} = \frac{2a}{b}$$

$$2a^2 = 8b^2$$

$$\therefore a = 2b(\because a > 0, b > 0) \cdots ㉠$$

또한, $\overline{\mathrm{AM}} - \overline{\mathrm{BM}} = 30(\mathrm{km})$ 이므로

$$8b - 2a = 30 \cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면 $a = 15, b = \frac{15}{2}$

$$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 8b + 2a = 90(\mathrm{km})$$

13. 다음 표는 A 식품과 B 식품의 각 100 g에 포함된 단백질의 양이다. A와 B를 합하여 200 g을 사용하여 단백질 40 g을 섭취하려고 한다. A와 B를 각각 몇 g씩 사용하면 되는지 구하여라.

식물	A	B
단백질	20g	12g

▶ 답 : ________ g

▶ 답 : ________ g

▷ 정답 : A = 200 g

▷ 정답 : B = 0 g

해설

$$\begin{cases} A + B = 200 \\ 0.2A + 0.12B = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A + B = 200 & \cdots ① \\ 5A + 3B = 1000 & \cdots ② \end{cases}$$

①×3 − ②를 하면

$A = 200,\ B = 0$

14. x에 대한 함수 $f(x)$가 임의의 x, y에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 1$을 만족할 때, $2f(0) + f(2)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$f(1)f(0) = f(1+0) + f(1-0)$
$f(1) = 1$이므로 $f(0) = 2 \times 1 = 2$
$f(1)f(1) = f(1+1) + f(1-1)$
$1 = f(2) + f(0)$
$f(2) = 1 - 2 = -1$
$2f(0) + f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$

15. 일차함수 $y = ax + 2$ 는 x 값이 2 만큼 증가할 때, y 값은 4 만큼 감소한다고 한다.
이 일차함수의 그래프 위에 점 $(b,\ 6)$, $(-1,\ c)$ 가 있을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = ax + 2$ 의 a 는 기울기이고 x 값이 2 만큼 증가할 때, y 값은 4 만큼 감소하므로 기울기는 -2 이다.
이 그래프 위에 $(b,\ 6)$, $(-1,\ c)$ 가 있으므로
$6 = -2 \times b + 2$, $c = (-2) \times (-1) + 2$ 가 성립한다.
$\therefore\ b = -2$, $c = 4$ 이므로 $a + b + c = (-2) + (-2) + 4 = 0$

16. 직선 $ax+by=3$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내어라. (단, a, b 는 상수, $a<0$, $b>0$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{9}{2ab}$

해설

$ax+by=3$ 에서 $by=-ax+3$

$y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{3}{b}$

이 일차함수 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표는 각각

$\left(\dfrac{3}{a},\ 0\right)$, $\left(0,\ \dfrac{3}{b}\right)$

이 때, $a<0$, $b>0$ 이므로 이 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{3}{a}\right)\times\dfrac{3}{b}=-\dfrac{9}{2ab}$ 이다.

17. x절편이 -1, y절편이 3인 직선을 y축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$

해설

x절편이 -1, y절편이 3인 직선의 방정식을 구하면

$\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} = 1,\ y = 3x + 3$

$y = 3x + 3$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동 시키면

$y = 3x + 5$

$y = 3x + 5$의 y절편은 5,

x절편은 $-\frac{5}{3}$

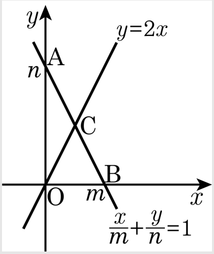
$\therefore$ (넓이) $= \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{6}$

18. 일차함수 $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=2x$ 가 이등분할 때, $\dfrac{2mn}{m^2+n^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $m>0$, $n>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{4}{5}$

해설



$\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$ 의 그래프는 x 절편이 m, y 절편이 n 이므로 위의 그림과 같이 $(m,\ 0)$, $(0,\ n)$ 을 지난다.

두 직선의 교점을 점 C 라 하면 $y=2x$ 가 $\triangle$AOB 를 이등분하므로

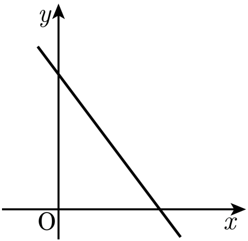
점 C 의 x 좌표는 $\dfrac{m}{2}$, y 좌표는 $\dfrac{n}{2}$ 이다.

점 C 는 $y=2x$ 위의 점이므로

$\dfrac{n}{2}=2\times\dfrac{m}{2}\qquad\therefore\ n=2m$

$$\therefore\ \frac{2mn}{m^2+n^2}=\frac{2m(2m)}{m^2+(2m)^2}=\frac{4m^2}{5m^2}=\frac{4}{5}$$

19. 일차함수 $y = -abx - \dfrac{c}{b}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = abx - \dfrac{a}{c}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.



▶ 답 : ______ 사분면

▷ 정답 : 제 4 사분면

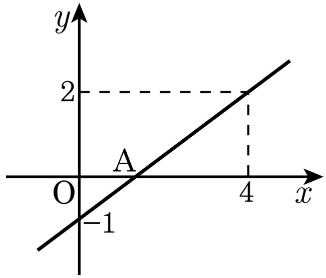
해설

$-ab < 0, -\dfrac{c}{b} > 0$ 이므로 $a > 0, b > 0, c < 0$ 또는 $a < 0, b < 0, c > 0$ 이다.

따라서, $ab > 0, -\dfrac{a}{c} > 0$ 이므로 $y = abx - \dfrac{a}{c}$ 의 그래프는 기울기가 양수이고, y 절편도 양수이다.

그러므로 제 4사분면을 지나지 않는다.

20. 다음 그림과 같은 직선 p 위의 점 $\mathrm{A}(2a,\ 0)$ 과 점 $\mathrm{B}(6a,\ -3a)$ 를 지나는 직선 q가 있다. 직선 q 를 나타내는 일차함수의 식이 $y=mx+n$ 일 때, 상수 $m,\ n$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=-\frac{3}{4}$

▷ 정답 : $n=1$

해설

직선 p 의 y 절편은 -1 이므로 직선 p 를 $y=kx-1$ 이라 할 때, $(4,\ 2)$ 를 지나므로 대입하면

$2=4k-1,\ k=\frac{3}{4}$

$y=\frac{3}{4}x-1$ 은 점 $\mathrm{A}(2a,\ 0)$ 을 지나므로

$0=\frac{3}{4}\times 2a-1,\ a=\frac{2}{3}$

$\therefore\ \mathrm{A}(2a,\ 0)=\left(\frac{4}{3},\ 0\right),\ \mathrm{B}(6a,\ -3a)=(4,\ -2)$

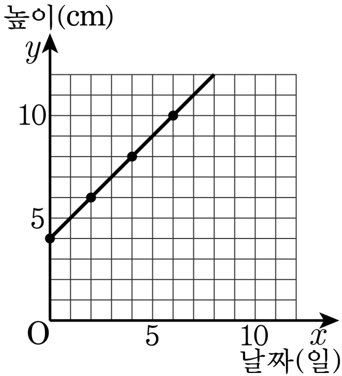
$y=mx+n$ 이 두 점 A, B 를 지나므로

$\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$ 을 대입하면 $0=\frac{4}{3}m+n$

$(4,\ -2)$ 를 대입하면 $-2=4m+n$

따라서 두 식을 연립하면 $m=-\frac{3}{4},\ n=1$ 이다.

21. 다음 그래프는 붓꽃이 땅속줄기에서 4 cm 자랐을 때부터 관찰하여 이틀마다 변화한 높이를 나타낸 것이다. 붓꽃이 계속 같은 속도로 자란다고 할 때, 12 일 후의 붓꽃의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

두 점 (0, 4), (2, 6)을 지나므로

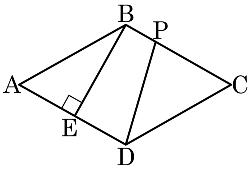
$$(\text{기울기}) = \frac{6-4}{2-0} = \frac{2}{2} = 1$$

$y = x + 4$

$x = 12$일 때, y의 값은

$12 + 4 = 16(\text{cm})$

22. 한 변의 길이가 8 cm 인 마름모 □ABCD 의 한 꼭짓점 B에서 C로 점 P가 초속 1 cm로 움직일 때, x초 후 사각형 ABPD 의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$ 이라고 하면, x의 범위는 $a \le x \le b$, 함숫값의 범위는 $c \le y \le d$이다. 이때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라. (단, $\overline{\text{BE}} = 6\,\text{cm}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

사각형 ABPD는 사다리꼴이므로,

x, y의 관계식은

$y = \dfrac{1}{2} \times (x+8) \times 6$

$y = 3x + 24$

x는 길이 8 cm 인 $\overline{\text{BC}}$ 위를 초속 1 cm 의 속력으로 움직이므로

x의 범위는 $0 \le x \le 8$

$x = 0$일 때 $y = 24$

$x = 8$일 때 $y = 48$이므로

함숫값의 범위는 $24 \le y \le 48$

따라서 $a = 0,\ b = 8,\ c = 24,\ d = 48$이므로

$a + b + c + d = 80$이다.

23. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프와, x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 y 축을 기준으로 나누면 정확히 이등분된다. 이때, $\dfrac{a+b}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프는 y 절편이 서로 같으므로 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프와, x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 y 축을 기준으로 나누면 정확히 이등분되려면 두 그래프의 x 절편의 부호는 반대이고 절댓값은 같아야 한다.

각각의 x 절편은 $-\dfrac{c}{a}$, $-\dfrac{c}{b}$ 이므로

$\therefore\ a = -b$

따라서 $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{-b+b}{-b-b} = 0$ 이다.

24. 함수 $f(x)=ax+b$, $g(x)=f(f(f(x)))$ 가 $f(0)=3$, $g(5)-g(3)=-2$ 를 만족할 때, $f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$g(x)=a(a(ax+b)+b)+b=a^3x+a^2b+ab+b$ 이므로

$g(5)=5a^3+a^2b+ab+b$, $g(3)=3a^3+a^2b+ab+b$

즉, $g(5)-g(3)=2a^3=-2$ 이다.

$\therefore a=-1$

$\therefore f(x)=-x+b$

또한 $f(0)=b=3$ 이므로 $b=3$

$\therefore f(4)=-4+3=-1$

25. 두 직선 $y-2x+a=0$, $4y+x=2-a$의 교점이 직선 $2x+3y=0$ 위에 있을 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}$

해설

세 직선은 한 점에서 만난다.

$y-2x+a=0$과 $2x+3y=0$을 연립하여 x를 소거하면

$4y=-a\ \cdots$ ㉠

$4y+x=2-a$와 $2x+3y=0$을 연립하여 x를 소거하면

$5y=4-2a\ \cdots$ ㉡

㉠ $\times 5-$ ㉡ $\times 4$하면

$-5a-16+8a=0$에서 $a=\frac{16}{3}$

26. 세 개의 일차함수 $x+2y=4$, $-2x+6y=17$, $y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 만나 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) $x+2y=4$ 또는 $-2x+6y=17$ 과 평행할 때

$(x+2y=4$의 기울기$)=-\frac{1}{2}$

$(-2x+6y=17$의 기울기$)=\frac{1}{3}$

$\therefore\ a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{1}{3}$

2) $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점을 지날 때, $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점은 $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$ 이므로

$\frac{5}{2}=-a+\frac{1}{2}a \qquad \therefore\ a=-5$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 -5, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 이다.

27. 두 수 a, b 에 대하여 $|a| \geq |b|$ 일 때 $\mathrm{N}(a,\ b) = b$, $|a| < |b|$ 일 때 $\mathrm{N}(a,\ b) = a$ 로 정의한다. 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(28,\ 84)$, $\mathrm{B}(-28,\ -14)$, $\mathrm{C}(56,\ 14)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 변 위에 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 가 있을 때, $\mathrm{N}(x,\ y)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : -28

해설

직선 BC 의 방정식은 $y = \frac{1}{3}x - 7$

따라서 직선 $y = x$ 와 선분 BC 의 교점을 D 라고 하면

$\mathrm{D}\left(-\frac{21}{2}, -\frac{21}{2}\right)$

또한 직선 AC 의 방정식은 $y = -\frac{5}{2}x + 154$

따라서 직선 $y = x$ 와 선분 AC 의 교점을 E라고 하면

$\mathrm{E}(44,\ 44)$

1) $y \geq x$ 일 때,

$\mathrm{N}(x,\ y) = y$ 이므로 y 좌표의 최대, 최소를 구하면 D 에서 최소, E 에서 최대이다.

$\therefore -\frac{21}{2} \leq \mathrm{N}(x,\ y) \leq 84$

2) $y < x$ 일 때,

$\mathrm{N}(x,\ y) = x$ 이므로 x 좌표의 최대, 최소를 구하면 B 에서 최소, E 에서 최대이다.

$\therefore -28 < \mathrm{N}(x,\ y) \leq 56$

1), 2) 에 의해서 $\mathrm{N}(x,\ y)$ 의 최댓값은 84 , 최솟값은 -28 이다.

28. 두 직선 $x-5y=3,\ 3x+y=12$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 두 직선의 교점을 지나는 직선 p 가 이등분할 때, 직선 p 의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{7}$

해설

$x-5y=3,\ 3x+y=12$ 를 연립하여 풀면

$x=\frac{63}{16},\ y=\frac{3}{16}$ 이다.

$x-5y=3$ 의 x 절편은 3

$3x+y=12$ 의 x 절편은 4

두 직선의 x 절편의 중점은 $\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$ 이다.

따라서 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선 p 는

$\left(\frac{63}{16},\ \frac{3}{16}\right),\ \left(\frac{7}{2},\ 0\right)$ 을 지나는 직선이다.

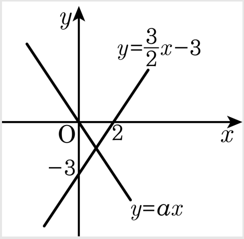
$$\therefore (\text{직선 } p\text{의 기울기})=\frac{0-\frac{3}{16}}{\frac{7}{2}-\frac{63}{16}}=\frac{3}{7}$$

29. 직선 $y = ax$의 그래프가 직선 $y = \frac{3}{2}x - 3$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분한다고 할 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설



$y = \frac{3}{2}x - 3$에서

x절편 : $0 = \frac{3}{2}x - 3,\ x = 2,$

y절편 : $y = -3$ $\quad\quad \therefore$ (넓이) $= 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$

$y = ax$가 넓이를 이등분하려면 $y = \frac{3}{2}x - 3$과 $y = -\frac{3}{2}$일 때, 만나야한다.

$-\frac{3}{2} = \frac{3}{2}x - 3,\ x = 1$

$y = ax$ 에 점 $\left(1, -\frac{3}{2}\right)$을 대입하면 $-\frac{3}{2} = a \times 1$

$\therefore a = -\frac{3}{2}$