1. $a+f=5$ 라 할 때, $a-b=\dfrac{b-c}{3}=\dfrac{c-d}{5}=\dfrac{d-e}{7}=\dfrac{e-f}{9}=11$ 이다. 이 때 $a-b-c-d-e-f$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$a-b=11$
$b-c=33$
$c-d=55$
$d-e=77$
$e-f=99$
변끼리 더하면
$a-f=275\cdots$①
$a+f=5\cdots$②
①+② 하면 $2a=280, a=140, b=129, c=96, d=41, e=-36, f=-135$
$\therefore a-b-c-d-e-f=45$

2. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x=1,\ y=2$ 이 나오는데, 수련이는 상수 $a,\ b$ 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (m,n) 이 나왔다. 이때, $x=m,\ y=n$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ 에 $x=1,\ y=2$ 를 대입하면

$\begin{cases} a+2b=-2 \\ b+2a=5 \end{cases}$ 가 나오고, 이를 연립하면 $a=4, b=-3$ 이 나온다.

수련이가 푼 방정식은 $\begin{cases} bx+ay=-2 \\ ax+by=5 \end{cases}$ 이므로 $a=4,\ b=-3$ 을 대입하면 $x=2, y=1$ 가 나온다. 따라서 $m+n=2+1=3$ 이 된다.

3. 다음 연립방정식을 만족하는 x , y의 값이 서로 같을 때, 상수 k의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(2x-3y)=5+3x-y \\ 2(x+1)=ky \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\begin{cases} 3(2x-3y)=5+3x-y \\ y=x \end{cases}$ 을 정리하면

즉 $\begin{cases} 3x-8y=5 & \cdots ㉠ \\ y=x & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3x-8x=5$

$\therefore x=-1$

$x=-1$ 을 ㉡에 대입하면 $y=-1$

$x=-1,\ y=-1$을 $2(x+1)=ky$에 대입하면

$2(-1+1)=-k$

$\therefore k=0$

4. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 9 \end{cases}$ 에서 $x - y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{24}$

해설

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 & \cdots ㉠ \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡을 하면

$-\frac{1}{x} = -8,\ x = \frac{1}{8},\ y = -\frac{1}{3}$

$\therefore x - y = \frac{11}{24}$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2ay + 2 = 0 \\ 2x + 3(a-1)y - b = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $5a+3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)} = \frac{2}{-b}$

$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)}$ 에서 $9a - 9 = 4a$, $a = \frac{9}{5}$

$\frac{3}{2} = \frac{2}{-b}$ 에서 $-3b = 4$, $b = -\frac{4}{3}$

$\therefore 5a + 3b = 9 - 4 = 5$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x-3y=a \\ 2x-by=5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많고, $\begin{cases} cx-4y=2 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x-3y=a \\ 2x-by=5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로, $\frac{1}{2}=\frac{3}{b}=\frac{a}{5}$에서 $a=\frac{5}{2}$, $b=6$

연립방정식 $\begin{cases} cx-4y=2 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않으므로, $\frac{c}{3}=\frac{-4}{2}\neq\frac{2}{4}$에서 $c=-6$

따라서, $a+b+c=\frac{5}{2}+6+(-6)=\frac{5}{2}$

7. x 에 대한 함수 $f(x)$가 임의의 x, y에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 3$을 만족할 때, $4f(0) + 3f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$x = 1,\ y = 0$ 을 대입하면
$f(1)f(0) = f(1+0)+f(1-0)$ 에서 $3f(0) = 3+3$ 이고, $f(0) = 2$ 이다.
$x = 1,\ y = 1$ 을 대입하면
$f(1)f(1) = f(1+1)+f(1-1)$ 이고, $9 = f(2)+2$ 에서 $f(2) = 7$ 이다.
$\therefore\ 4f(0) + 3f(2) = 4 \times 2 + 3 \times 7 = 29$

8. 두 함수 $f(x) = -\dfrac{22}{x} + 1$, $g(x) = -\dfrac{28}{x} + 4$ 에 대하여 $f(8) = a$ 일 때, $g(4a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(8) = -\dfrac{22}{8} + 1 = -\dfrac{7}{4} = a$

$\therefore\ g(4a) = g(-7) = -\dfrac{28}{-7} + 4 = 8$

9. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프를 y축의 음의 방향으로 b만큼 평행이동시켰더니 두 점 $(-1,\ 6),\ (3,\ -2)$를 지난다. 이때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프를 y축 의 음의 방향으로 b만큼 평행이동한 함수는 $y = ax + 3 - b$이고, 이 그래프가 점 $(-1,\ 6),\ (3,\ -2)$를 지나므로 $6 = a \times (-1) + 3 - b,\quad -2 = a \times 3 + 3 - b$이다.

$$\begin{cases} -a + 3 - b = 6 \\ 3a + 3 - b = -2 \end{cases}$$

연립일차방정식을 풀면 $a = -2,\ b = -1$이다.
따라서 $a + b = (-2) + (-1) = -3$이다.

10. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프에서 x 가 2 에서 5 까지 증가할 때, y 는 6 만큼 증가한다고 한다. 이 그래프가 두 점 $\left(\frac{1}{2},\ p\right)$, $(4,\ q)$ 를 지날 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

기울기는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})} = \frac{6}{3} = 2$ 이므로 $a = 2$ 이다.
$y = 2x + 3$ 의 그래프에 $x = \frac{1}{2}$, $x = 4$ 를 대입하면 각각 $y = 4$, $y = 11$ 이므로 $p = 4$, $q = 11$ 이다. 따라서 $p + q = 15$ 이다.

11. 두 직선 $y = 2ax + b$ 와 $y = -bx - 2a$ 의 교점의 y 좌표가 3 이고 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 6 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $0 < a < b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{9}{4}$

▷ 정답 : $b = \frac{15}{2}$

해설

두 직선 $y = 2ax + b$ 와 $y = -bx - 2a$ 의 교점을 A 라 하면
점 A 의 x 좌표는

$$2ax + b = -bx - 2a$$
$$2ax + bx = -2a - b$$
$$(2a + b)x = -(2a + b)$$
$$\therefore x = -1$$

점 A 의 y 좌표가 3 이므로 $(-1, 3)$ 을 $y = 2ax + b$ 에 대입하면
$-2a + b = 3 \cdots$ ㉠
또 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 6 이므로
$\frac{1}{2} \times (b + 2a) \times 1 = 6$, $b + 2a = 12 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{2}$ 이다.

12. 일차함수 $x-y-2=0$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $y=x-1$의 그래프와 평행하다.
㉡ 제2 사분면을 지나지 않는다.
㉢ x절편과 y절편의 합은 4이다.
㉣ x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 -2만큼 감소한다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉡, ㉣　③ ㉠, ㉢, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ x절편과 y절편의 합은 0이다.

13. 제 2 사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 1$이 있다. 이 함수를 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ a)$ 를 지난다. 그 일차함수가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

(단, $\dfrac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$)

① 제 1사분면　　② 제 2사분면

③ 제 3사분면　　④ 제 4사분면

⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

$\dfrac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$ 은 기울기를 뜻하므로 $a = 3$ 이다.
따라서, $y = 3x - 1$ 을 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
$y = 3x - 1 + b$ 이고
점 $(a,\ a)$ 를 지나므로, $a = 3a - 1 + b$
그런데 $a = 3$ 이므로 $3 = 9 - 1 + b \quad \therefore b = -5$
구하는 일차함수는 $y = 3x - 6$ 이므로
x 절편은 2 , y 절편은 -6 이다.
그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

14. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비가 $-\frac{2}{3}$ 이고, $f(-1) = 1$ 일 때, $f(k) = -2$ 를 만족하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

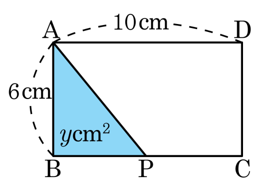
해설

x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비는 기울기이므로 기울기는 $-\frac{2}{3}$, $y = ax + b$ 에서 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 이다. 점 $(-1,\ 1)$ 을 지나므로 $(-1,\ 1)$ 을 대입해 보면 $1 = \frac{2}{3} + b, b = \frac{1}{3}$ 이다.

따라서 일차함수의 식은 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 이다.

점 $(k,\ -2)$ 를 지나므로 대입해 보면 $-2 = -\frac{2}{3}k + \frac{1}{3},\ \frac{2}{3}k = \frac{7}{3},\ k = \frac{7}{2}$ 이다.

15. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$ 이다. 점 P 가 B 를 출발하여 C 까지 1 초에 2 cm 씩 움직일 때, 움직인 시간을 x 초, 이 때의 $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$ 라고 하자. x 의 범위의 최댓값과 함숫값의 범위의 최댓값의 합은?



① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 35

해설

선분 BP 의 길이는 $2x$ 이므로

삼각형 ABP 의 넓이는 $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 6 = 6x$

선분 BC 의 길이는 10 이므로 P 는 5 초까지 이동할 수 있다.

그러므로 x 의 범위는 $0 \le x \le 5$

따라서 최댓값은 5 이고,

$x = 5$ 일 때 y 의 값도 최대이므로 30

$\therefore \quad 5 + 30 = 35$

16. 다음은 알파벳 S 에 평행선을 그어 여러 조각으로 나누는 그림이다. 그림과 같이 선을 하나씩 그을 때마다 조각의 수는 늘어난다. 선을 5 개 그었을 때의 조각의 수를 구하면?

① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개 ④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

선의 개수를 x , 조각의 수를 y 라 하면
$y = 4 + 3(x - 1)$, $y = 3x + 1$
따라서$x = 5$ 를 대입하면 $y = 16$(개) 이다.

17. 두 직선 $2ax + 3by = 1$, $3bx + 2ay = 1$ 이 평행할 때, a, b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{3}{2}b$

해설

$2ax + 3by = 1$ 에서 $3by = -2ax + 1$ 이다.

$y = -\frac{2a}{3b}x + \frac{1}{3b}$

$3bx + 2ay = 1$ 에서 $2ay = -3bx + 1$ 이다.

$y = -\frac{3b}{2a}x + \frac{1}{2a}$

두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b} = -\frac{3b}{2a}$, $a^2 = \frac{9}{4}b^2$ 즉, $a = \frac{3}{2}b$ 또는 $a = -\frac{3}{2}b$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b} \neq \frac{1}{2a}$, $2a \neq 3b$, $a \neq \frac{3}{2}b$

따라서 $a = -\frac{3}{2}b$ 이다.

18. 점 $\left(\frac{1}{2},\ 6\right)$을 지나고, x축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

① $x=\frac{1}{2}$ ② $x=6$ ③ $y=\frac{1}{2}x+6$
④ $y=\frac{1}{2}$ ⑤ $y=6$

해설
x축에 평행하므로 $y=6$

19. 두 점 $\left(\frac{1}{2}a+7,\ 4\right)$, $\left(-\frac{1}{3}a-8,\ 1\right)$ 을 지나는 직선이 y 축에 평행일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$\frac{1}{2}a+7=-\frac{1}{3}a-8$

$\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}a=-8-7$

$\frac{5}{6}a=-15$

$a=-18$

20. 두 직선 $\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+4y=-12 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

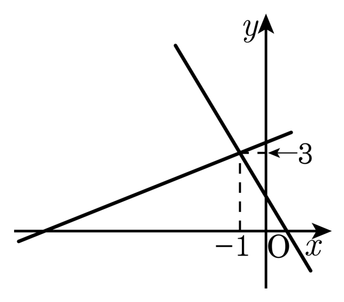
▷ 정답 : $x=-4$

해설

$\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 5x+4y=-12 \end{cases}$ 에서 $x=-4,\ y=2$

따라서 $(-4,\ 2)$를 지나고 y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=-4$ 이다.

21. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} ax-3y+5=1 \\ -2x+5y-b=5 \end{cases}$ 를 풀기 위한 것이다. $2a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

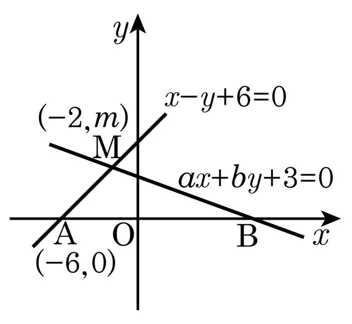
▷ 정답 : 2

해설

교점 $(-1,\ 3)$ 을 식에 대입하면
$-a-9+5=1,\ a=-5$
$2+15-b=5,\ b=12$
$\therefore\ 2a+b=-10+12=2$

22. 다음은 두 직선과 그 그래프를 나타낸 것이다. 이때, 교점 M$(-2,\ m)$에서 만나고 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BO}}$이다. 이 때, abm의 값은?

$ax+by+3=0$, $x-y+6=0$



① $\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{11}{9}$

해설

$x-y+6=0$에 교점 M$(-2,\ m)$을 대입하면, $-2-m+6=0$

$\therefore\ m=4 \quad \cdots$ ㉠

A$(-6,\ 0)$이므로 $\frac{3}{2}\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BO}}$에 의해서 $\overline{\mathrm{BO}}=9$

$\therefore$ B$(9,\ 0) \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 교점 M$(-2,\ 4)$, B$(9,\ 0)$을 $ax+by+3=0$에 대입하면

$-2a+4b+3=0$

$9a+3=0$

$\therefore a=-\frac{1}{3},\quad b=-\frac{11}{12}$

따라서 $abm=\frac{11}{9}$이다.