

1. $a + f = 5$ 라 할 때, $a - b = \frac{b - c}{3} = \frac{c - d}{5} = \frac{d - e}{7} = \frac{e - f}{9} = 11$ 이다. 이 때 $a - b - c - d - e - f$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$a - b = 11$$

$$b - c = 33$$

$$c - d = 55$$

$$d - e = 77$$

$$e - f = 99$$

변끼리 더하면

$$a - f = 275 \cdots \textcircled{1}$$

$$a + f = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 하면 } 2a = 280, a = 140, b = 129, c = 96, d = 41, e = -36, f = -135$$

$$\therefore a - b - c - d - e - f = 45$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x = 1, y = 2$

이 나오는데, 수련이는 상수 a, b 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (m, n) 이 나왔다. 이때, $x = m, y = n$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases} \quad \text{에 } x = 1, y = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$\begin{cases} a + 2b = -2 \\ b + 2a = 5 \end{cases} \quad \text{가 나오고, 이를 연립하면 } a = 4, b = -3 \text{ 이}$$

나온다.

$$\text{수련이가 푼 방정식은 } \begin{cases} bx + ay = -2 \\ ax + by = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 } a = 4, b = -3$$

을 대입하면 $x = 2, y = 1$ 가 나온다. 따라서 $m + n = 2 + 1 = 3$ 이 된다.

3. 다음 연립방정식을 만족하는 x, y 의 값이 서로 같을 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(2x - 3y) = 5 + 3x - y \\ 2(x + 1) = ky \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 3(2x - 3y) = 5 + 3x - y \\ y = x \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 3x - 8y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = x & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3x - 8x = 5$

$$\therefore x = -1$$

$x = -1$ 을 ㉡에 대입하면 $y = -1$

$x = -1, y = -1$ 을 $2(x + 1) = ky$ 에 대입하면

$$2(-1 + 1) = -k$$

$$\therefore k = 0$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 9 \end{cases}$ 에서 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{24}$

해설

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 & \dots \textcircled{㉠} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{1} = 13 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠ - ㉡을 하면

$$-\frac{1}{x} = -8, x = \frac{1}{8}, y = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore x - y = \frac{11}{24}$$

5. 연립방정식
$$\begin{cases} 3x + 2ay + 2 = 0 \\ 2x + 3(a-1)y - b = 0 \end{cases}$$
 의 해가 무수히 많을 때, $5a+3b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)} = \frac{2}{-b}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2a}{3(a-1)} \text{ 에서 } 9a - 9 = 4a, a = \frac{9}{5}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2}{-b} \text{ 에서 } -3b = 4, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore 5a + 3b = 9 - 4 = 5$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} x - 3y = a \\ 2x - by = 5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많고, $\begin{cases} cx - 4y = 2 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x - 3y = a \\ 2x - by = 5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로, $\frac{1}{2} = \frac{3}{b} =$

$\frac{a}{5}$ 에서 $a = \frac{5}{2}$, $b = 6$

연립방정식 $\begin{cases} cx - 4y = 2 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않으므로, $\frac{c}{3} =$

$\frac{-4}{2} \neq \frac{2}{4}$ 에서 $c = -6$

따라서, $a + b + c = \frac{5}{2} + 6 + (-6) = \frac{5}{2}$

7. x 에 대한 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, $f(1) = 3$ 을 만족할 때, $4f(0) + 3f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$f(1)f(0) = f(1+0) + f(1-0)$ 에서 $3f(0) = 3+3$ 이고, $f(0) = 2$ 이다.

$x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$f(1)f(1) = f(1+1) + f(1-1)$ 이고, $9 = f(2) + 2$ 에서 $f(2) = 7$ 이다.

$$\therefore 4f(0) + 3f(2) = 4 \times 2 + 3 \times 7 = 29$$

8. 두 함수 $f(x) = -\frac{22}{x} + 1$, $g(x) = -\frac{28}{x} + 4$ 에 대하여 $f(8) = a$ 일 때,
 $g(4a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$f(8) = -\frac{22}{8} + 1 = -\frac{7}{4} = a$$

$$\therefore g(4a) = g(-7) = -\frac{28}{-7} + 4 = 8$$

9. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 b 만큼 평행 이동시켰더니 두 점 $(-1, 6)$, $(3, -2)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프를 y 축의 음의 방향으로 b 만큼 평행이동한 함수는 $y = ax + 3 - b$ 이고, 이 그래프가 점 $(-1, 6)$, $(3, -2)$ 를 지나므로 $6 = a \times (-1) + 3 - b$, $-2 = a \times 3 + 3 - b$ 이다.

$$\begin{cases} -a + 3 - b = 6 \\ 3a + 3 - b = -2 \end{cases}$$

연립일차방정식을 풀면 $a = -2$, $b = -1$ 이다.

따라서 $a + b = (-2) + (-1) = -3$ 이다.

10. 일차함수 $y = ax + 3$ 의 그래프에서 x 가 2 에서 5 까지 증가할 때, y 는 6 만큼 증가한다고 한다. 이 그래프가 두 점 $\left(\frac{1}{2}, p\right)$, $(4, q)$ 를 지날 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

기울기는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})} = \frac{6}{3} = 2$ 이므로 $a = 2$ 이다.

$y = 2x + 3$ 의 그래프에 $x = \frac{1}{2}$, $x = 4$ 를 대입하면 각각 $y = 4$, $y = 11$ 이므로 $p = 4$, $q = 11$ 이다. 따라서 $p + q = 15$ 이다.

11. 두 직선 $y = 2ax + b$ 와 $y = -bx - 2a$ 의 교점의 y 좌표가 3 이고
 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 6 일 때,
 a, b 의 값을 각각 구하여라. (단, $0 < a < b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{9}{4}$

▷ 정답 : $b = \frac{15}{2}$

해설

두 직선 $y = 2ax + b$ 와 $y = -bx - 2a$ 의 교점을 A 라 하면
 점 A 의 x 좌표는

$$2ax + b = -bx - 2a$$

$$2ax + bx = -2a - b$$

$$(2a + b)x = -(2a + b)$$

$$\therefore x = -1$$

점 A 의 y 좌표가 3 이므로 $(-1, 3)$ 을 $y = 2ax + b$ 에 대입하면
 $-2a + b = 3 \cdots \textcircled{7}$

또 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 6 이므로

$$\frac{1}{2} \times (b + 2a) \times 1 = 6, b + 2a = 12 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{2}$ 이다.

12. 일차함수 $x - y - 2 = 0$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $y = x - 1$ 의 그래프와 평행하다.
㉡ 제2 사분면을 지나지 않는다.
㉢ x 절편과 y 절편의 합은 4이다.
㉤ x 의 값이 2만큼 증가할 때, y 의 값은 -2만큼 감소한다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉢ x 절편과 y 절편의 합은 0이다.

13. 제 2 사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 1$ 이 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 (a, a) 를 지난다. 그 일차함수가 지나지 않는 사분면은?

(단, $\frac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$)

① 제 1사분면

② 제 2사분면

③ 제 3사분면

④ 제 4사분면

⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

$$\frac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3 \text{ 은 기울기를 뜻하므로 } a = 3 \text{ 이다.}$$

따라서, $y = 3x - 1$ 을 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = 3x - 1 + b$ 이고

점 (a, a) 를 지나므로, $a = 3a - 1 + b$

그런데 $a = 3$ 이므로 $3 = 9 - 1 + b \therefore b = -5$

구하는 일차함수는 $y = 3x - 6$ 이므로

x 절편은 2, y 절편은 -6 이다.

그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

14. 일차함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비가 $-\frac{2}{3}$ 이고, $f(-1) = 1$ 일 때, $f(k) = -2$ 를 만족하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

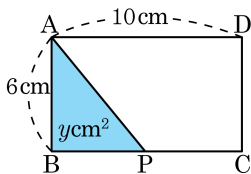
▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비는 기울기이므로
기울기는 $-\frac{2}{3}$, $y = ax + b$ 에서 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 이다. 점 $(-1, 1)$
을 지나므로 $(-1, 1)$ 을 대입해 보면 $1 = \frac{2}{3} + b, b = \frac{1}{3}$ 이다.
따라서 일차함수의 식은 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ 이다.

점 $(k, -2)$ 를 지나므로 대입해 보면 $-2 = -\frac{2}{3}k + \frac{1}{3}, \frac{2}{3}k =$
 $\frac{7}{3}, k = \frac{7}{2}$ 이다.

15. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ 이다. 점 P가 B를 출발하여 C까지 1초에 2cm씩 움직일 때, 움직인 시간을 x 초, 이 때의 $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y\text{ cm}^2$ 라고 하자. x 의 범위의 최댓값과 합숫값의 범위의 최댓값의 합은?



① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 35

해설

선분 BP의 길이는 $2x$ 이므로

삼각형 ABP의 넓이는 $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 6 = 6x$

선분 BC의 길이는 10이므로 P는 5초까지 이동할 수 있다.

그러므로 x 의 범위는 $0 \leq x \leq 5$

따라서 최댓값은 5이고,

$x = 5$ 일 때 y 의 값도 최대이므로 30

$\therefore 5 + 30 = 35$

16. 다음은 알파벳 S 에 평행선을 그어 여러 조각으로 나누는 그림이다. 그림과 같이 선을 하나씩 그을 때마다 조각의 수는 늘어난다. 선을 5 개 그었을 때의 조각의 수를 구하면?



- ① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개 ④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

선의 개수를 x , 조각의 수를 y 라 하면

$$y = 4 + 3(x - 1), y = 3x + 1$$

따라서 $x = 5$ 를 대입하면 $y = 16$ (개)이다.

17. 두 직선 $2ax + 3by = 1$, $3bx + 2ay = 1$ 이 평행할 때, a, b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{3}{2}b$

해설

$2ax + 3by = 1$ 에서 $3by = -2ax + 1$ 이다.

$$y = -\frac{2a}{3b}x + \frac{1}{3b}$$

$3bx + 2ay = 1$ 에서 $2ay = -3bx + 1$ 이다.

$$y = -\frac{3b}{2a}x + \frac{1}{2a}$$

두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b} = -\frac{3b}{2a}$, $a^2 = \frac{9}{4}b^2$ 즉, $a = \frac{3}{2}b$ 또는

$$a = -\frac{3}{2}b$$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b} \neq \frac{1}{2a}$, $2a \neq 3b$, $a \neq \frac{3}{2}b$

따라서 $a = -\frac{3}{2}b$ 이다.

18. 점 $\left(\frac{1}{2}, 6\right)$ 을 지나고, x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

① $x = \frac{1}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}$

② $x = 6$

③ $y = \frac{1}{2}x + 6$

⑤ $y = 6$

해설

x 축에 평행하므로 $y = 6$

19. 두 점 $\left(\frac{1}{2}a + 7, 4\right)$, $\left(-\frac{1}{3}a - 8, 1\right)$ 을 지나는 직선이 y 축에 평행일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$$\frac{1}{2}a + 7 = -\frac{1}{3}a - 8$$

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a = -8 - 7$$

$$\frac{5}{6}a = -15$$

$$a = -18$$

20. 두 직선 $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

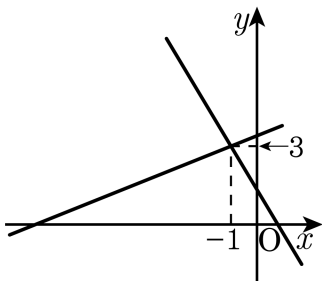
▷ 정답 : $x = -4$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases} \quad \text{에서 } x = -4, y = 2$$

따라서 $(-4, 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선의 방정식은 $x = -4$ 이다.

21. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} ax - 3y + 5 = 1 \\ -2x + 5y - b = 5 \end{cases}$ 를 풀기 위한 것이다. $2a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

교점 $(-1, 3)$ 을 식에 대입하면

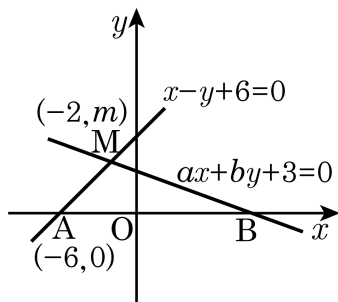
$$-a - 9 + 5 = 1, a = -5$$

$$2 + 15 - b = 5, b = 12$$

$$\therefore 2a + b = -10 + 12 = 2$$

22. 다음은 두 직선과 그 그래프를 나타낸 것이다. 이때, 교점 $M(-2, m)$ 에서 만나고 $\frac{3}{2}\overline{AO} = \overline{BO}$ 이다. 이 때, abm 의 값은?

$$ax + by + 3 = 0, x - y + 6 = 0$$



① $\frac{1}{2}$

② -2

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{11}{9}$

해설

$x - y + 6 = 0$ 에 교점 $M(-2, m)$ 을 대입하면, $-2 - m + 6 = 0$
 $\therefore m = 4 \cdots \textcircled{㉠}$

$A(-6, 0)$ 이므로 $\frac{3}{2}\overline{AO} = \overline{BO}$ 에 의해서 $\overline{BO} = 9$

$\therefore B(9, 0) \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 의해서 교점 $M(-2, 4), B(9, 0)$ 을 $ax + by + 3 = 0$ 에 대입하면

$$-2a + 4b + 3 = 0$$

$$9a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, b = -\frac{11}{12}$$

따라서 $abm = \frac{11}{9}$ 이다.