

1. 연립방정식 $\begin{cases} x + |y| = 7 \\ x - |y| = 5 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y + z = 8$

일 때, z 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1, 3

해설

$$x + |y| = 7 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - |y| = 5 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } 2x = 12$$

$$\therefore x = 6$$

$$6 + |y| = 7, |y| = 1, \therefore y = \pm 1$$

$$(i) x = 6, y = 1 \text{ 일 때, } z = 1$$

$$(ii) x = 6, y = -1 \text{ 일 때, } z = 3$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} xy = 2 \\ yz = 8 \\ zx = 4 \end{cases}$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$xy = 2, yz = 8, zx = 4$ 에서

각 변을 곱하면 $(xyz)^2 = 64$

$\therefore xyz = 8$ 또는 $xyz = -8$

(i) $xyz = 8$ 일 때,

$yz = 8$ 이므로 $x = 1$

$zx = 4$ 이므로 $y = 2$

$xy = 2$ 이므로 $z = 4$

$\therefore x = 1, y = 2, z = 4$

(ii) $xyz = -8$ 일 때,

$x = -1, y = -2, z = -4$

$(x, y, z) = (1, 2, 4), (-1, -2, -4)$

(i), (ii) 에서 $x^2 + y^2 + z^2 = 21$ 이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} x + ay = 5 \\ x + 3(x - y) = 5 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $y = 2(x - 1) - 1$ 를 만족할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} x + 3(x - y) = 5 \\ y = 2(x - 1) - 1 \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = 2x - 3 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 ㉠에 대입하면 $-2x = -4$

$$\therefore x = 2$$

$x = 2$ 을 ㉡에 대입하면 $y = 1$

$x = 2, y = 1$ 을 $x + ay = 5$ 에 대입하면

$$2 + a = 5$$

$$\therefore a = 3$$

4. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2.9 \\ 0.02x + 0.03y = 0.1 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$$\begin{cases} 2x - 3y = 2.9 \\ 0.02x + 0.03y = 0.1 \end{cases}$$

에서 무한소수를 분수로 정리하면

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{2}{90}x + \frac{3}{90}y = 0.1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

이다. 계수를 정수로 만들어 주기 위해 $90 \times \textcircled{㉡}$ 하면

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 & \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 9 & \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

이므로 y 를 소거하기 위해 $\textcircled{㉢} + \textcircled{㉣}$ 하면
 $x = 3$ 이고, $x = 3$ 를 대입하면 $y = 1$ 이다.

5. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 7 \end{cases}$$
 의 해를 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 라 하면

주어진 식은
$$\begin{cases} 4X - 3Y = 1 \cdots \textcircled{A} \\ 8X + 9Y = 7 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$
 이므로

$\textcircled{A} \times 3 + \textcircled{B}$ 하면 $X = \frac{1}{2}, Y = \frac{1}{3}$

$\therefore x = 2, y = 3$

6. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = \frac{3}{2} \\ -x + 4y = 6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많기 위한 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -\frac{1}{4}, b = 1$

② $a = -1, b = -\frac{1}{4}$

③ $a = 2, b = \frac{1}{6}$

④ $a = 2, b = -\frac{1}{6}$

⑤ $a = -2, b = -\frac{1}{6}$

해설

$$\frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{6}, \quad \frac{a}{-1} = \frac{b}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore b = 1$$

$$\frac{a}{-1} = \frac{1}{4}, a = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}, b = 1$$

7. 어느 음식점에서 점심식사로 발행한 영수증이 2 장 있다. 한 영수증에는 샌드위치 3 개, 커피 7 잔, 햄버거 1 개의 비용으로 4350 원이 적혀 있고, 다른 영수증에는 샌드위치 4 개, 커피 10 잔, 햄버거 1 개의 비용으로 5100 원이 적혀 있었다. 이 음식점에서 샌드위치 1 개, 커피 1 잔, 햄버거 1 개를 사는데 드는 비용은?

① 2700 원

② 2750 원

③ 2800 원

④ 2850 원

⑤ 2900 원

해설

샌드위치, 커피, 햄버거의 가격을 각각 x 원, y 원, z 원이라 하면

$$3x + 7y + z = 4350 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$4x + 10y + z = 5100 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 하면 } x + 3y = 750 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{3} \times 2 \text{ 하면 } x + y + z = 2850(\text{원}) \text{ 이다.}$$

8. A, B, C 세 종류의 추 36개가 섞여 있다. 추 A, B, C 의 무게는 각각 1g , 5g , 10g 이고 이들의 총 무게는 130g 이다. (C추의 개수) < (B추의 개수) < (A추의 개수) 일 때, A 추와 B 추 개수의 합을 구하여라. (단, 추 A, B, C 의 개수는 모두 짝수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 30 개

해설

A, B, C 추의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$$x + y + z = 36 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 5y + 10z = 130 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{을 하면 } 4y + 9z = 94$$

x, y, z 가 모두 짝수이고 $z < y < x$ 이므로

$z = 2$ 일 때 $y = 19, x = 15$: 조건에 어긋남.

$z = 4$ 일 때 $y = 14.5$: 정수가 아니므로 조건에 어긋남.

$z = 6$ 일 때 $y = 10, x = 20$

$z = 8$ 일 때 $y = 5.5$: 조건에 어긋남

따라서 A 추와 B 추 개수의 합은 $20 + 10 = 30$ 개이다.

9. 은성이가 25 문제가 출제된 수학 시험에서 한 문제를 맞히면 3 점을 얻고, 틀리면 2 점이 감점된다고 한다. 은성 25 문제를 모두 풀어서 40 점을 얻었다고 할 때, 은성이가 틀린 문제 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

맞힌 문제 수를 x 개, 틀린 문제 수를 y 개라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 25 & \cdots (1) \\ 3x - 2y = 40 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 2 + (2)$ 를 하면 $5x = 90$

$\therefore x = 18, y = 7$

10. 홍콩의 어느 도시의 2 년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 20,000 명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10% 씩 증가하고, 외국인은 매년 5% 씩 감소 하여 금년에 내국인이 외국인보다 5,700 명이 많았다. 이 때, 2 년 전의 내국인의 인구는 몇 명인가?(필요하면 $1.1^2 = 1.21$, $0.95^2 = 0.9025$ 를 이용하고, 인구수는 백의 자리에서 버림하여 나타내어라.)

① 8000 명

② 9000 명

③ 10000 명

④ 11000 명

⑤ 12000 명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명

$$x + y = 20000, 1.1^2x - 0.95^2y = 5700$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $x = 11242. \dots$ 이므로

백의 자리에서 버림하여 나타내면

$x = 11000$ (명) 이다.

11. 물통에 물을 넣는데, 큰 관과 작은 관을 사용하여 3 분 동안 넣은 다음, 큰 관만으로 물을 넣었더니 5 분 후에 물통이 가득 찼다. 또 두 관을 사용하여 4 분 동안 물을 넣은 다음 작은 관만을 사용하였더니 7 분 후에 물통이 가득 찼다고 한다. 이때 작은 관으로만 물을 넣는다면 몇 분이 걸리는지 구하여라.



답 :

분



정답 : 19분

해설

전체 물의 양을 1, 큰 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 x 라 하고, 작은 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 y 라 하자.

$$3(x + y) + 5x = 1$$

$$4(x + y) + 7y = 1$$

두 식을 정리하면

$$\begin{array}{r} 8x + 3y = 1 \\ -) 8x + 22y = 2 \\ \hline -19y = -1 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{19}, x = \frac{2}{19}$$

$\therefore$ 작은 관은 1 분에 전체의 $\frac{1}{19}$ 을 넣을 수 있으므로 작은 관만으로 물을 넣으면 19분이 걸린다.

12. 둘레의 길이가 1.2km 되는 공원 주변에 산책로가 있다. 같은 지점에서 출발하여 종혁이와 혜진이 두 사람이 서로 반대 방향으로 가면 10 분 만에 처음 만나고, 같은 방향으로 가면 1 시간 만에 종혁이가 혜진을 처음으로 따라 잡는다. 종혁이와 혜진이 두 사람의 속력을 각각 구하면?

① 종혁:70m /분, 혜진:65m /분

② 종혁:70m /분, 혜진:60m /분

③ 종혁:60m /분, 혜진:50m /분

④ 종혁:70m /분, 혜진:50m /분

⑤ 종혁:60m /분, 혜진:45m /분

해설

종혁이의 속력: x m/ 분

혜진이의 속력: y m/ 분

반대 방향으로 돌 경우: $10x + 10y = 1200$

같은 방향으로 돌 경우: $60x - 60y = 1200$

$\therefore x = 70, y = 50$

13. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답: %

▷ 정답: 25 %

해설

처음 혼합물에 물 x g, 소금 y g 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $x = 3, y = 1$

따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25 (= 25\%)$$

14. 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족할 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

$$f\left(\frac{3x+2}{x-1}\right) = -3x + 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{3x+2}{x-1} = 2 \text{ 에서}$$

$$3x+2 = 2(x-1)$$

$$3x-2x = -4$$

$$\therefore x = -4$$

$$\therefore f(2) = -3 \times (-4) + 1 = 13$$

15. 일차함수 $f(x) = x - 1$ 에서 $f(k) + f(k - 1) = 5$ 일 때, k 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(k) + f(k - 1) = 5$$

$$k - 1 + k - 1 - 1 = 5$$

$$2k = 8$$

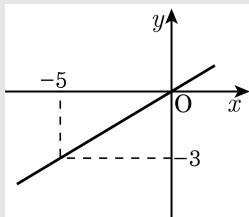
$$\therefore k = 4$$

16. 점 $(-5, -3)$ 을 지나는 직선이 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이 직선의 기울기의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설



기울기가 최대일 때 원점을 지나게 된다.

$$(\text{기울기}) = \frac{0 - (-3)}{0 - (-5)} = \frac{3}{5}$$

17. 세 점 $(1, 2)$, $(-2, -3)$, (p, q) 가 한 직선 위에 있을 때, $-\frac{3q}{5p+1}$ 의 값은?

① 0

② 2

③ -2

④ 1

⑤ -1

해설

$$\frac{2 - (-3)}{1 - (-2)} = \frac{q - 2}{p - 1} \text{에서}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{q - 2}{p - 1}, \quad 5p - 5 = 3q - 6 \quad \therefore 5p + 1 = 3q$$

$$\text{따라서 } -\frac{3q}{5p+1} = -\frac{3q}{3q} = -1 \text{이다.}$$

18. 일차함수 $y = 2x + 1$, $y = ax + 5$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 6 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

두 직선의 교점의 좌표를 (m, n) 이라고 하면

$$\text{넓이} : 6 = (5 - 1) \times m \times \frac{1}{2} \rightarrow m = 3$$

$y = 2x + 1$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $y = 2 \times 3 + 1 = 7 = n$

$x = 3, y = 7$ 을 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $7 = 3a + 5$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

19. 일차함수 $y = ax + b$ 를 y 축 방향으로 $-k$ 만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 이 일차함수는 오른쪽이 위로 향하는 일차함수이다.
- ② x 절편은 $-\frac{b-k}{a}$ 이다.
- ③ y 절편은 $b-k$ 이다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 x 축에서 멀어진다.
- ⑤ 점 $(1, a-b-k)$ 를 지난다.

해설

- ① $a > 0, a < 0$ 의 경우에 따라 오른쪽이 위로, 오른쪽이 아래로 향한다.
- ⑤ $x = 1$ 을 대입하면, $y = a + b - k$ 가 된다. 따라서 $(1, a + b - k)$

20. $y = -ax + 5$ 의 그래프는 $y = 4x - 7$ 의 그래프와 평행하고, $3y = bx - 6$ 의 그래프가 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 6

해설

$y = -ax + 5$ 와 $y = 4x - 7$ 는 평행하므로 $-a = 4$ 이다. 따라서 $a = -4$ 이다.

$3y = bx - 6$ 의 그래프는 $y = 5x - 1$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$3y = bx - 6$, $y = \frac{b}{3}x - 2$ 이므로 $\frac{b}{3} = 5$, $b = 15$ 이다.

따라서 $-\frac{a}{2} + \frac{b}{5} = -\frac{-4}{2} + \frac{15}{5} = 2 + 3 = 5$ 이다.

21. 점 $(2, -1)$ 을 지나고, 일차함수 $y = -2x + 5$ 의 그래프와 평행인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하면?

① $y = -2x + 5$

② $y = -2x + 3$

③ $y = -2x - 1$

④ $y = 2x + 3$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

구하고자 하는 식을 $y = -2x + b$ 라 놓고,
점 $(2, -1)$ 을 지나므로 $-1 = -4 + b$ 에서 $b = 3$
 $\therefore y = -2x + 3$

22. 용수철에 xg 의 물체를 달았을 때, 용수철의 길이를 $y\text{cm}$ 라고 하면, $0 \leq x \leq 40$ 인 범위에서 y 는 x 의 일차함수로 나타내어진다고 한다. $10g$ 의 물체를 달았을 때 용수철의 길이는 25cm , $20g$ 을 달았을 때 용수철의 길이는 30cm 이었다. y 를 x 에 관한 식으로 나타내면 $y = ax + b$ 이다. 이 때 ab 를 구하여라.

① 4

② 10

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$y = ax + b$ 가 두 점 $(10, 25)$, $(20, 30)$ 를 지나므로

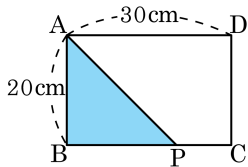
$$y - 30 = \frac{30 - 25}{20 - 10}(x - 20)$$

$$y = \frac{1}{2}x + 20$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = 20$$

$$\therefore ab = 10$$

23. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 30 cm, 세로의 길이가 20 cm인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P가 C를 출발하여 매초 2 cm의 속력으로 BC를 따라서 B까지 움직인다고 하면, $\triangle ABP$ 의 넓이가 100 cm^2 가 되는 것은 점 P가 점 C를 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5초 후

② 6초 후

③ 8초 후

④ 10초 후

⑤ 12초 후

해설

x 초 후 $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라고 하면

$$y = 10(30 - 2x) = 300 - 20x (0 \leq x \leq 15)$$

$$100 = 300 - 20x, x = 10$$

$\therefore$ 10초 후

24. 다음 보기에서 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 어떤 x 의 값에 대해서도 y 의 값을 구할 수 있다.
- ㉡ 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많다.
- ㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.
- ㉤ 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 을 직선의 방정식이라고 한다.
- ㉥ 직선 위에 있는 점의 좌표인 순서쌍 (x, y) 중에는 주어진 일차방정식의 해가 아닌 것도 있다.
- ㉦ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉢, ㉥, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉦

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉥ 직선 위의 모든 점들의 순서쌍 (x, y) 는 일차방정식의 해이다.

25. 일차방정식 $ax + y + b = 0$ 의 그래프 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 에 대하여
다음 조건을 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하여라. (단, $y = f(x)$)

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 2 \\ \text{(나)} \quad & f(0) = 6 \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

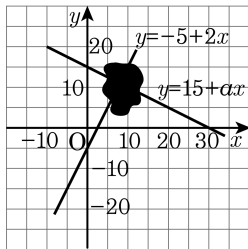
$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 2$ 는 기울기, $f(0) = 6$ 은 y 절편이 6을 의미하므로

$y = -ax - b$ 는 $y = 2x + 6$ 이다.

따라서 $f(x) = 2x + 6$

$\therefore f(3) = 12$

26. 두 그래프 $y = 15 + ax$ 와 $y = -5 + 2x$ 의 그래프를 그린 것인데 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 된 것이다. 교점의 좌표를 구하면?



① (7, 10)

② (8, 11)

③ (9, 9)

④ (8, 10)

⑤ (9, 10)

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$$\begin{cases} y = 15 - \frac{1}{2}x \cdots \textcircled{㉠} \\ y = -5 + 2x \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 해이므로}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면,

$$0 = 20 - \frac{5}{2}x, \frac{5}{2}x = 20,$$

$$5x = 40, x = 8 \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$y = -5 + 16, y = 11$$

그러므로 교점의 좌표는 (8, 11)이다.

27. 두 직선 $ax - 2y = 2$ 와 $bx + y = -1$ 의 그래프가 일치할 때, 연립방정식 $bx - y = 2$, $ax + 2y = -1$ 의 해를 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

① $a = -2, b = 3$

② $a = -1, b = 3$

③ $a = 0, b = 2$

④ 해는 무수히 많다.

⑤ 해가 없다.

해설

$ax - 2y = 2$ 와 $bx + y = -1$ 이 일치하므로

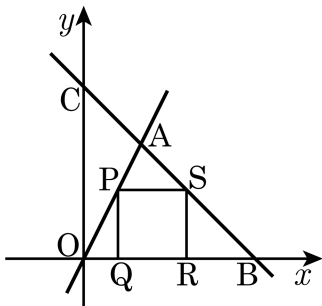
두 번째 식에 -2 배를 하면

$$-2bx - 2y = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -2b$$

$bx - y = 2$ 와 $ax + 2y = -1$ 에 각각 대입하여 연립하면 해는 존재하지 않는다.

28. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, $\square PQRS$ 는 정사각형이다. 점 P의 x 좌표가 a 일 때, 점 A를 지나면서 정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?



① $y = 7x + 18$

② $y = 7x - 18$

③ $y = -7x + 18$

④ $y = -7x - 18$

⑤ $y = 7x + 8$

해설

$P(a, 2a)$, $Q(a, 0)$, $R(3a, 0)$, $S(3a, 2a)$

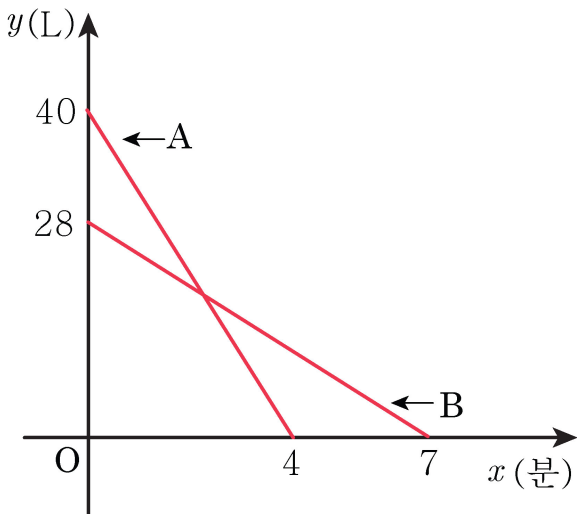
S가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로

$$2a = -3a + 6 \quad \therefore a = \frac{6}{5}$$

정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R의 중점 $(2a, a)$ 를 지나므로

A(2, 4)와 $\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$

29. 물통 A, B에는 각각 40L, 28L의 물이 들어 있다. 두 물통에서 동시에 일정한 속력으로 물을 빼낼 때, x 분 후에 남아 있는 물의 양을 y L라 하자. 다음 그림은 x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 물을 빼내기 시작한 지 몇 분 후에 두 물통에 남아 있는 물의 양이 같아지는가?



- ① 1분 ② $\frac{3}{2}$ 분 ③ 2분 ④ $\frac{5}{2}$ 분 ⑤ 3분

해설

$$A : y = -10x + 40$$

$$B : y = -4x + 28$$

$$-10x + 40 = -4x + 28 \quad \therefore x = 2$$

따라서 남은 물의 양이 같아지는 것은 2분 후이다.