

1. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$r^2 = 4$

$\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

2. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉤ 1.6	㉥ $\frac{49}{9}$	㉦ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉡, ㉥
- ④ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦ ⑤ ㉡, ㉤, ㉥, ㉦

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)
㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

3. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

- ① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

4. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

5. $-2 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 5$

해설

$x + 2 > 0, x < 0, 3 - x > 0$ 이므로
(준식) $= x + 2 - x + 3 - x = -x + 5$

6. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

7. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ $\sqrt{x}$

㉣ $-\frac{1}{x}$

㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

8. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

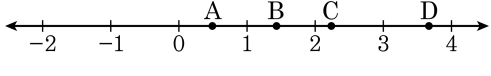
① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

9. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$\sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$, $\sqrt{3} + 2$, $\sqrt{3} + 4$, $4 - \sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$: B
 $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$: 대응점 없음
 $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$: A
 $3 < \sqrt{3} + 2 < 4$: D
 $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$: 대응점 없음
 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3$: C
 $\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$

10. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 4\sqrt{5} &= \sqrt{80} \\ \sqrt{80} &= \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

12. 다음 식을 만족하는 유리수 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \sqrt{32} = k\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} - 4\sqrt{2} &= \frac{5\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{4} \\ &= -\frac{11\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$-\frac{11\sqrt{2}}{4} = k\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$k = -\frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

13. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

14. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(주어진 식) $= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2}$
 $= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}$
이 식이 유리수가 되기 위해서는
 $-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.
즉, $x = y$
 $\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$

15. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

16. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$
(2) $x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$

- ① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6
- ④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$
$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$
$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$
$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

17. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + |a - 3| \\ &= a + 1 - a + 3 = 4 \end{aligned}$$

18. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉢}: 4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$

$\text{㉡}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

19. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

20. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

21. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$\begin{aligned}x + 4 &= t \text{ 라 하면} \\(t + y)(t - y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x + 4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x - 4)^2 - y^2 \\&= (x + y - 4)(x - y - 4)\end{aligned}$$

22. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

- ① $-4b(a - 3)$ ② $-4a(b + 3)$ ③ $-8b(a + 3)$
④ $-4a(b - 3)$ ⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

23. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

24. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

25. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

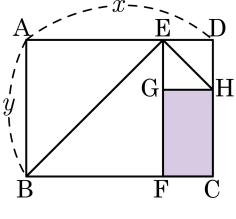
▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 0$

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서
 $x+2 = t$ 로 치환하면
 $6t^2 + 5t - 6 = (2t+3)(3t-2)$
 $t = x+2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면
 $(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2)$
 $= (2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1)$
 $= 12 + 17\sqrt{2} + 5 = 17 + 17\sqrt{2}$
따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

26. 다음 그림과 같이 가로 길이 x , 세로 길이 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x
 ② y
 ③ $x + y$
- ④ $2x - y$
 ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.