1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

2. $\dfrac{\sqrt{4^2}}{2}=a,\ -\sqrt{(-6)^2}=b,\ \sqrt{(-2)^2}=c$ 라 할 때, $2a^2\times b^2-b\div c$ 의 값은?

① 282　② 285　③ 288　④ 291　⑤ 294

해설

$a=\dfrac{\sqrt{4^2}}{2}=\dfrac{4}{2}=2,\ b=-\sqrt{(-6)^2}=-6,\ c=\sqrt{(-2)^2}=2$

$\therefore 2a^2\times b^2-b\div c=2\times 4\times 36-(-6)\times\dfrac{1}{2}$

$=288+3=291$

3. $a<0$ 일 때, $\sqrt{81a^2}\div(-\sqrt{3}a)^2+\sqrt{(-0.5a)^2}\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2-3$　　② $0.1a^2+3$　　③ $0.5a^2-3$
④ $0.5a^2+3$　　⑤ a^2-3

해설

$\sqrt{81a^2}\div(-\sqrt{3}a)^2+\sqrt{(-0.5a)^2}\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$
$=-9a\times\left(-\frac{1}{3a}\right)+(-0.5a)\times\left(-\frac{1}{5}a\right)$
$=3+0.1a^2$

4. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2\times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$\therefore x = 2\times 5, 2\times 3^2\times 5, \cdots$ ㉠

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$15 + x = 16, 25, 36, 49, 64, \cdots$

$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x는 10 이다.

5. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10　② 13　③ 16　④ 19　⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y}=\sqrt{2x+2x-3}=\sqrt{4x-3}$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4\times 10-3}=\sqrt{37}>7^2$)

$\therefore\ \sqrt{4x-3}=7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

6. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$

$\sqrt{2x+y}=\sqrt{2x+15-5x}=\sqrt{15-3x}$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$\sqrt{15-3x}=\sqrt{9}$

$15-3x=9$

$\therefore\ x=2$

7. 다음 수 중 가장 작은 수를 x, 가장 큰 수를 y 라고 할 때 x^2+y^2 의 값을 구하여라.

보기

$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$
가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$
$\therefore x^2+y^2=(-\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2=2+6=8$

8. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 무리수이다.

㉡ 2 의 양의 제곱근이다.

㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.

㉣ 기약분수로 나타내질 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

9. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　② $b - a < 0$　③ $b + \sqrt{7} > 3$
④ $ab > 0$　⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right) \\ &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$
$\therefore\ a - b < 0$

② $$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right) \\ &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$
$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
(우변)$= 3 = \sqrt{9}$
$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ ab < 0$

⑤ $$\begin{aligned} a + 1 &= \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1 \\ &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$
$\therefore\ a + 1 > 0$

10. $\sqrt{ab}=3$ 일 때, $\sqrt{ab}-\dfrac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0$, $b>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$\sqrt{ab}-\dfrac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}}$

$=\sqrt{ab}-5\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$

$=3-5\times3+2\times3=-6$

11. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(x)=42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=17$

해설

$N(1)+\cdots+N(3)=1\times3=3$
$N(4)+\cdots+N(8)=2\times5=10$
$N(9)+\cdots+N(15)=3\times7=21$
$N(16)+N(17)=4\times2=8$
$x=17$ 일 때, 성립

12. $\dfrac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\dfrac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$

$=\dfrac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

$=\dfrac{2k\sqrt{6}}{3}-k-2\sqrt{6}$

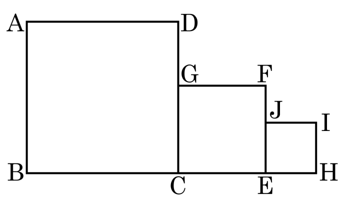
$=\left(\dfrac{2}{3}k-2\right)\sqrt{6}-k$

값이 유리수가 되어야 하므로

$\dfrac{2}{3}k-2=0$

$\therefore k=3$

13. 다음 그림에서 □ABCD , □CEFG , □EHIJ 는 모두 정사각형이고 그 넓이는 각각 S_1, S_2, S_3 이다. $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{3}S_1$, $S_3 = \frac{1}{3}S_2$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{9}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$

해설

$S_1 = 1$ 이므로, $\overline{BC} = 1$,

$S_2 = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$, $\overline{CE} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$S_3 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, $\overline{EH} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

$\therefore\ \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EH} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4+\sqrt{3}}{3}$

14. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45)=a\sqrt{5}+b$ 이다. 이 때, $2a+b$ 의 값을 구하면?

① -28　　② -7　　③ 0　　④ 7　　⑤ 21

해설

ⅰ) $8<\sqrt{80}=4\sqrt{5}<9$ $\therefore f(80)=4\sqrt{5}-8$

ⅱ) $6<\sqrt{45}=3\sqrt{5}<7$ $\therefore f(45)=3\sqrt{5}-6$

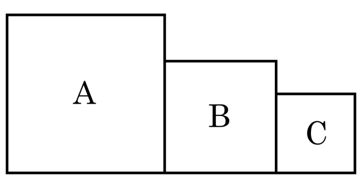
$$\therefore f(80)+f(45)=4\sqrt{5}-8+3\sqrt{5}-6$$
$$=7\sqrt{5}-14$$

$7\sqrt{5}-14=a\sqrt{5}+b$이므로

$\therefore a=7, b=-14$

$\therefore 2a+b=14+(-14)=0$

15. 다음 그림에서 사각형 A, B, C 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 $2\,\text{cm}^2$ 일 때, C 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}$ cm　② $\frac{1}{2}$ cm　③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

(B 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 = 1$

(C 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

따라서, C 의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ cm 이다.

16. $Ax^2+36x+B=(2x+C)^2$ 에서 양수 $A,\ B,\ C$ 의 합을 구하면?

① 4 ② 9 ③ 81 ④ 90 ⑤ 94

해설

$Ax^2+36x+B=4x^2+2\times2Cx+C^2$ 이므로 $A=4,\ B=81,\ C=9$ 이다.
따라서 $A+B+C=4+81+9=94$ 이다.

17. $0 < x < 1,\ -2 < y < -1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(xy)^2} + \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} - \sqrt{(x-y)^2 + 4xy}$$

① $-xy$ ② $2x - xy$ ③ $2x + xy$

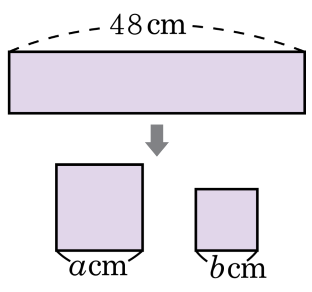
④ $2y - xy$ ⑤ $x - xy$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - 4xy} &= \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} \\ \sqrt{(x-y)^2 + 4xy} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2} \\ &= \sqrt{(x+y)^2}\text{이므로}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |xy| + |x-y| - |x+y| \\ &= -xy + x - y + x + y \\ &= 2x - xy\end{aligned}$$

18. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$4a + 4b = 48$ 이므로 $a + b = 12$

또, $a^2 + b^2 = 74$

$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$

$74 = 144 - 2ab$

$ab = 35$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4$

$a - b > 0,\ a - b = 2$

$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$

19. $2(x+2)^2+(x+2)(3x-1)-(3x-1)^2=-(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1　② 3　③ 0　④ 2　⑤ -2

해설

$x+2=A,\ 3x-1=B$로 치환하면
$2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$
$=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$
$=-(x-5)(4x+1)$
$\therefore ab+cd=1\times(-5)+4\times1=-1$

20. 다음 중 $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy$ 의 인수는?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y+1$ ④ $x+y$ ⑤ $x-y$

해설

$$\begin{aligned} x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy &= xy(xy - x - y + 1) \\ &= xy\{x(y-1) - (y-1)\} \\ &= xy(x-1)(y-1) \end{aligned}$$

21. x^4-13x^2+36을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x+13$ ② $4x$ ③ $4x-13$
④ $2x^2-13$ ⑤ $2x^2+5$

해설

$x^4-13x^2+36=(x^2-9)(x^2-4)$
$=(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$
$\therefore$ (일차식 인수들의 합)
$=x+3+x-3+x+2+x-2=4x$

22. $\dfrac{2009^3+1}{2008\times 2009+1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2010

해설

$2009 = x$ 라 하면

$$\frac{x^3+1}{(x-1)\times x+1} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$= x+1 = 2009+1 = 2010$$

23. $a=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $b=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2+3ab+b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$a^2+3ab+b^2$

$=(a+b)^2+ab$

$=\left(\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}\right)^2+\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$

$=\left(\dfrac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}\right)^2+\dfrac{1}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=\left(\dfrac{6}{9-8}\right)^2+\dfrac{1}{9-8}=36+1=37$

24. $x+\frac{1}{x}=4$ 일 때, $x-\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $-2\sqrt{3}$
④ $-3\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=4^2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2=16$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=16-2=14$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=14-2=12$$

$$x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$$

25. $a = \dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$, $b = \dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2+2ab+b^2$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$$
$$= \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)^2$$
$$= \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

26. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

① 4　　② 8　　③ 14　　④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$x^2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y^2=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$(xy)^2=x^2y^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$

$xy=1(\because\ x>0, y>0)$

따라서, $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=1\times4=4$ 이다.