

1. $\sqrt{(-4)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $12\sqrt{6\sqrt{576}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -24$

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = (\pm 2)^2$$

$$\therefore a = -2$$

$$12\sqrt{6\sqrt{576}} = 12\sqrt{6 \times 24}$$

$$= 12 \times 12$$

$$= 144$$

$$= (\pm 12)^2$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 12 = -24$$

2. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- Ⓐ $\sqrt{(x-y)^2} = x - y$
Ⓑ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
Ⓒ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① Ⓐ ② Ⓑ ③ Ⓒ ④ Ⓐ, Ⓑ Ⓓ Ⓐ, Ⓒ

해설

$$\begin{aligned} &\text{Ⓐ } x - y > 0, \quad \sqrt{(x-y)^2} = x - y \\ &\text{Ⓑ } y - x < 0, \\ &\quad \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} \\ &\quad = x + (-y) - (y-x) = 2x - 2y \\ &\text{Ⓒ } \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} \\ &\quad = x - (-y) - (x-y) \\ &\quad = x + y - x + y = 2y \end{aligned}$$

3. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6(제곱수)이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

4. $\sqrt{\frac{14x}{0.63}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.63}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

5. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

| | | |
|---|--|---|
| $\textcircled{\text{A}} \quad \sqrt{(3-x)^2}$ | $\textcircled{\text{B}} \quad -\sqrt{(x-3)^2}$ | $\textcircled{\text{C}} \quad \sqrt{(1+y)^2}$ |
| $\textcircled{\text{D}} \quad -(\sqrt{-y})^2$ | $\textcircled{\text{E}} \quad -\sqrt{(y-3)^2}$ | $\textcircled{\text{F}} \quad \sqrt{(x-1)^2}$ |

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\textcircled{\text{B}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{E}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{D}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{C}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{F}}$

▷ 정답: $\textcircled{\text{A}}$

해설

$\textcircled{\text{A}} : 3-x, 4 < 3-x < 5$

$\textcircled{\text{B}} : x-3, -5 < x-3 < -4$

$\textcircled{\text{C}} : -y-1, 0 < -y-1 < 1$

$\textcircled{\text{D}} : y, -2 < y < -1$

$\textcircled{\text{E}} : y-3, -5 < y-3 < -4$

$\textcircled{\text{F}} : -x+1, 2 < -x+1 < 3$

$\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서 $x < y$ 므로 $x-3 < y-3$

6. 자연수 x 에 대하여
 \sqrt{x} 미만의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(220) - f(144)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{196}(=14) &< \sqrt{220} < \sqrt{225}(=15) \text{ 이므로} \\ f(220) &= (\sqrt{220} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 14 \\ \sqrt{144} &= \sqrt{(12)^2} = 12 \text{ 이므로} \\ f(144) &= (\sqrt{144} \text{ 미만의 자연수의 개수}) = 11 \\ \therefore f(220) - f(144) &= 14 - 11 = 3\end{aligned}$$

7. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- Ⓐ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- Ⓑ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- Ⓒ $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 는 항상 무리수이다.
- Ⓓ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- Ⓔ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답: 2개

해설

Ⓐ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.

Ⓑ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

Ⓐ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a - b$ 는 항상 무리수이다.

Ⓑ $b = a - \sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.

Ⓒ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab = 1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.

Ⓓ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.

Ⓔ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ⓒ

▷ 정답: Ⓟ

해설

ⓐ $a = 0$ 일 경우 $ab = 0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

ⓑ $a = 2$ 일 때, $b = \sqrt{2}$ 이면 $ab^2 = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4$ 가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ⓒ, Ⓟ 이다.

9. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 \sqrt{n} 의 꼴로 나타낼 수 있는
가장 큰 수를 \sqrt{a} , 가장 작은 수를 \sqrt{b} 라고 할 때, $\sqrt{a - b}$ 를 구하여라.
(단, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{26}$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64}, \\ \sqrt{a} = \sqrt{63}, a = 63, \\ \sqrt{b} = \sqrt{37}, b = 37, \\ \sqrt{a - b} = \sqrt{63 - 37} = \sqrt{26}$$

10. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

11. 함수 $f(x)$ 는 각 항의 계수가 유리수인 이차함수이다. 이러한 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음의 식이 성립할 때, 함수 $f(x)$ 의 상수항을 구하여라.

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 + \sqrt{2} \\ f(\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$f(x)$ 는 이차함수이므로 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 로 놓으면

$$f(\sqrt{2}) = 2a + b\sqrt{2} + c = 7 + \sqrt{2} \cdots ①$$

$$f(\sqrt{3}) = 3a + b\sqrt{3} + c = 2 + \sqrt{3} \cdots ②$$

$$\textcircled{1} \text{에 의하여 } 2a + c = 7$$

$$\textcircled{2} \text{에 의하여 } 3a + c = 2$$

$$\text{연립방정식을 풀면 } \therefore a = -5, c = 17$$

12. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$$11 < \sqrt{140} < 12 \text{ 이므로}$$

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$

13. 넓이가 8π 인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$$

한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ 이다.

따라서 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

14. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6$ 일 때, $a^3 - b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{125}$

해설

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4, \frac{b-a}{ab} = 4, a-b = -4ab \cdots \textcircled{\text{①}}$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 6, \frac{a^2+b^2}{a^2b^2} = 6, a^2+b^2 = 6a^2b^2$$

$$(a-b)^2 + 2ab = 6a^2b^2 \cdots \textcircled{\text{②}}$$

①을 ②에 대입하면

$$(a-b)^2 + 2ab = (-4ab)^2 + 2ab = 6a^2b^2$$

$$2ab(5ab+1) = 0$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{5} (\because ab \neq 0) \cdots \textcircled{\text{③}}$$

$$\textcircled{\text{③}} \text{을 } \textcircled{\text{①}} \text{에 대입하면 } a-b = \frac{4}{5}$$

$$\therefore a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= \left(\frac{4}{5}\right)^3 + 3 \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times \frac{4}{5}$$

$$= \frac{4}{125}$$

15. $(x^3 + ax^2 - x + 5)(2x^3 - x^2 + x + b)$ 를 전개하였을 때, x^3 의 계수는 4, x 의 계수는 9가 되는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{4}$

해설

주어진 식에서 x^3 항은

$$bx^3 + ax^3 + x^3 + 10x^3 = (a + b + 11)x^3$$

$$\therefore a + b + 11 = 4 \quad \therefore a + b = -7 \cdots \textcircled{\text{①}}$$

x 항은 $-bx + 5x = (5 - b)x$

$$\therefore 5 - b = 9 \quad \therefore b = -4 \cdots \textcircled{\text{②}}$$

②를 ①에 대입하면 $a = -3$

$$\text{따라서 } \frac{a}{b} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \text{이다.}$$

16. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\&= (x^2 - y^2)^{999} \\&= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$

17. $x^2 = (y-1)^2$, $y^2 = -1$ 일 때, $(x-y-1)^4(x+y+1)^4$ 를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$(x-y-1)^4(x+y+1)^4 = \{x-(y+1)\}^4 \{x+(y+1)\}^4$$

주어진 식에서 $y+1 = A$ 로 치환하면

$$(x-A)^4(x+A)^4 = \{(x-A)(x+A)\}^4$$

$$= (x^2 - A^2)^4$$

$$= \{(y-1)^2 - (y+1)^2\}^4$$

$$= (-4y)^4$$

$$= 256y^4$$

$$y^2 = -1 \text{ } \diamond | \text{므로 } y^4 = 1$$

$$\therefore (x-y-1)^4(x+y+1)^4 = 256$$

18. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ 의 양변을 } x \text{ 로 나누면 } x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

주어진 식을 정리하면

$$x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = x^2 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

이므로

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9,$$

$$\therefore x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right) = 9 + 3 = 10$$

19. $x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 = x$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -1

▷ 정답: 0

해설

$x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ 에서 양변을 x^2 으로 나누면

$$x^2 + x - 2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0,$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 0,$$

$$x - \frac{1}{x} = t \text{로 놓으면}$$

$$t^2 + t = 0, t(t+1) = 0,$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = -1 \text{ 또는 } 0$$

20. $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{3}{4}$ 일 때, $x^2 + y^2 + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{289}{144}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{2}{3}, y = \frac{3}{4} \text{ 일 때}, \\x + y &= \frac{17}{12}, xy = \frac{1}{2} \\ \therefore x^2 + y^2 + 1 &= (x + y)^2 - 2xy + 1 \\&= \left(\frac{17}{12}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} + 1 \\&= \frac{289}{144}\end{aligned}$$

21. 이차식 $5x^2 + ax + 6$ 이 자연수가 x 의 계수인 두 일차식으로 인수분해될 때, 자연수 a 의 값 중에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$5x^2 + ax + 6$ 가
 $(5x + 3)(x + 2)$ 일 때, $a = 13$
 $(5x + 2)(x + 3)$ 일 때, $a = 17$
 $(5x + 1)(x + 6)$ 일 때, $a = 31$
 $(5x + 6)(x + 1)$ 일 때, $a = 11$
따라서 a 의 최댓값은 31이다.

22. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$
 $a + 3b = 10$ 이 되는 경우는
 $(1, 3), (4, 2), (7, 1)$ 이므로
 k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.
 $\therefore (k \text{의 최대값}) = 8$

23. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x - 6)(x - 14)$ 가 17 의 배수가 되려면

$x - 6$ 또는 $x - 14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.

이때, 0 이 모든 수의 배수이므로 $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$ 일 때,
최솟값을 갖는다.

자연수 x 의 최솟값은

$x - 6 = 0$ 일 때이므로 $x = 6$

24. $\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = 4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x-y = -5$

해설

$x+2 = X, y-3 = Y$ 로 치환하면

$$\frac{2(x+2)^2 + 2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)} = \frac{2X^2 + 2Y^2}{XY} = 4$$

$$2X^2 - 4XY + 2Y^2 = 0, (X-Y)^2 = 0$$

$$X - Y = x + 2 - y + 3 = 0$$

$$\therefore x - y = -5$$

25. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1) + p \\ &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x - 4) + p \\ & x^2 + 3x = A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4) + p = A^2 - 4A + p \\ & A^2 - 4A + p = (A-2)^2 \\ & \therefore p = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

26. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\ &= \frac{x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \end{aligned}$$

$$= \frac{(y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + y^2z - yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{(y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\}}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= -1$$

27. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{의 값을 구하여} \\ \text{라.}$$

▶ 답:

▷ 정답: $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$\begin{aligned} & z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z) \\ &= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + (z-y)yz \\ &= (z-y)\{x^2 - (z+y)x + yz\} \\ &= (z-y)(x-y)(x-z) \\ &= (x-y)(y-z)(z-x) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$

28. 두 정수 a, b 가 $(a - 1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$(a - 1)^2 - 4b^2 = 33 \text{ 에서}$$
$$(a + 2b - 1)(a - 2b - 1) = 33$$
$$a > 2b > 0 \text{ 이므로}$$
$$33 \times 1 = 33 \text{ 또는 } 11 \times 3 = 33$$

따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2 개 존재한다.

29. $x^2 + 2x - 1 = 0$ 일 때, $x^4 - 3x^2 + 6x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 1 &= 0 \text{에서} \\x^2 &= 1 - 2x \\x^4 &= (1 - 2x)^2 \\&= 1 - 4x + 4x^2 \\&= 1 - 4x + 4(1 - 2x) \\&= 1 - 4x + 4 - 8x \\&= 5 - 12x\end{aligned}$$
$$\therefore x^4 - 3x^2 + 6x = 5 - 12x - 3(1 - 2x) + 6x$$
$$= 5 - 12x - 3 + 6x + 6x$$
$$= 2$$

30. $p^7 = 1$ 일 때, $(1 - p) + (1 - p^2) + (1 - p^3) + \cdots + (1 - p^6)$ 의 값을 구하여라. (단, $p \neq \pm 1$)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} p^7 - 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ (p - 1)(p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1) &= 0 \text{ 이어서} \\ p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p + 1 &= 0 \text{ 이므로} \\ \therefore (1 - p) + (1 - p^2) + (1 - p^3) + \cdots + (1 - p^6) &= 6 - (p^6 + p^5 + p^4 + p^3 + p^2 + p) \\ &= 6 - (-1) \\ &= 7 \end{aligned}$$

31. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $2x - 1$, $x - y$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + x^2 - 2x^2y - x - xy + y$ 이다. 이 때 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $y = -1$

해설

$$\begin{aligned} y \text{에 관하여 내림차순으로 정리하면} \\ (\text{준식}) &= y(-2x^2 - x + 1) + 2x^3 + x^2 - x \\ &= y(-2x^2 - x + 1) + x(2x^2 + x - 1) \\ &= (x - y)(2x^2 + x - 1) \\ &= (x - y)(2x - 1)(x + 1) \end{aligned}$$

정육면체이므로 $x - y = 2x - 1 = x + 1$ 이다.

$$\therefore x = 2, y = -1$$