1. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\,\text{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 4 cm

해설

$r_1 = \sqrt{256} = 16\,\text{cm} \qquad \therefore\ r_2 = 4\ (\text{cm})$

2. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2\times 3^2)^2}}}\\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times(2\times 3^2)}}\\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}}\\ &= 3\sqrt{6^2}\\ &= 18\end{aligned}$$

3. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉢ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠$-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$

$\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$

㉡$-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$

$\Rightarrow -4 < x-2 < -2$

㉢$-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$

$\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$

㉣$-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 20$

$\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$

㉤$-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

4. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$

$xy = 30$

$(x,\ y) = (1,\ 30),\ (2,\ 15),\ (3,\ 10),\ (5,\ 6),$
$(6,\ 5),\ (10,\ 3),\ (15,\ 2),\ (30,\ 1)$

5. $\sqrt{59+a}=b$라 할 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그 때의 b의 합 $a+b$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 $64, 81, 100, \cdots$ 이므로
$59+a=64, 81, 100\cdots$
$\therefore a=5, 22, 41, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 $a=5$, $b=\sqrt{59+5}=8$이다.
$\therefore a+b=5+8=13$

6. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$　② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$　③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
④ $\sqrt{-x^2y}$　⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

7. $\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x의 개수가 2개일 때, 이 식을 성립하게 하는 정수 A 는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

$\sqrt{5} < x < \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수 x 가 2 개가 되려면 $4 < \sqrt{A} \leq 5$ 여야 하므로 $16 < A \leq 25$

$A = 17,\ 18\ \cdots\ 23,\ 24,\ 25$ 이므로 9 개이다.

8. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2$, $b = \sqrt{2}$ 라 하면
① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
② $\dfrac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수
④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수
⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

9. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b},\ \sqrt{a}+\sqrt{b},\ \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b},\ B = \sqrt{a}+\sqrt{b},\ C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
A, B , C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
$A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a+b$
$B^2 = (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$
$C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0(\because a > 0,\ b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a+b+\sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 이다.

10. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5=\sqrt{25}$,
$9=\sqrt{81}$,
$a=80$,
$b=26$,
$\therefore a+b=106$

11. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8　　② 15　　③ 35　　④ 50　　⑤ 99

해설

$S(n) = \left(\sqrt{2}-1\right) + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right) = \sqrt{n+1}-1$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

12. a, b 가 $ab=8$, $a-b=2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}-1$

해설

$a-b=2$, $a=2+b$이므로 $ab=8$에 대입하면

$(2+b)b=8$

$\therefore\ b^2+2b-8=0$

$\therefore\ b=2$

$\therefore\ a=2+b=2+2=4$

$\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{2b}{a}}=\sqrt{\frac{4}{2}}-\sqrt{\frac{2\times2}{4}}=\sqrt{2}-1$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$
② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$
③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$
④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$
⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots ㉠ \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $\times 2\sqrt{2}$ + ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rl} & 4x + 2\sqrt{6}\,y = 20\sqrt{3} \\ +) & 3x - 2\sqrt{6}\,y = -2\sqrt{3} \\ \hline & 7x \qquad\quad = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2,\ \ \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$

$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

14. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b}=1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	$\cdots$
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	$\cdots$
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	$\cdots$
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	$\cdots$
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	$\cdots$
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	$\cdots$

① $a=1.000,\ b=1.13$
② $a=1.005,\ b=1.15$
③ $a=1.049,\ b=1.42$
④ $a=1.196,\ b=1.22$
⑤ $a=1.192,\ b=1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43}=1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22}=1.105$ 이다. 따라서 $a=1.196, b=1.22$ 이다.

15. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$685^2 = 469225$, $686^2 = 470596$,
$687^2 = 471969$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로
$685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$
$685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$
$6.85 < \sqrt{47} < 6.86$
따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

16. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{s}{6}$

해설

(B의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (A의 넓이) $= \frac{1}{2}s$

(C의 넓이) $= \frac{1}{3} \times$ (B의 넓이) $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}s = \frac{1}{6}s$

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

17. $x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 나머지가 $x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -7$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$ 을 $(x-6)(x+1)$ 로 나눈 몫을 $x+p$ 라 하면

$x^3 + ax^2 + bx + 13$
$= (x-6)(x+1)(x+p) + x + 1$
$= x^3 + (p-5)x^2 + (-5p-5)x - 6p + 1$

계수를 비교해보면

$a = p - 5$

$b = -5p - 5$

$13 = -6p + 1$ 에서 $p = -2$ 이므로

$\therefore\ a = -7,\ b = 5$

18. $a^2 = b^2 + c^2$ 일 때, $(a-b+c)(a+b-c)$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c) = \{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$b-c = X$ 로 치환하면
$\therefore\ (a-X)(a+X) = a^2 - X^2 = (b^2+c^2)-(b-c)^2 = 2bc$

19. 다음 식을 전개하여라.
$(x+2y+z)^2+(x-2y-z)^2-(-x+2y-z)^2-(-x-2y+z)^2$

▶ 답:

▷ 정답: $16yz$

해설

(주어진 식)
$= (x+2y+z)^2-(x+2y-z)^2+(x-2y-z)^2-(x-2y+z)^2$
$= \{(x+2y)+z\}^2-\{(x+2y)-z\}^2+$
$\{(x-2y)-z\}^2-\{(x-2y)+z\}^2$
$= 4z(x+2y)-4z(x-2y)$
$= 4xz+8yz-4xz+8yz$
$= 16yz$

20. 자연수 x 를 7 로 나누면 4 가 남고, 자연수 y 를 7 로 나누면 5 가 남는다. xy 를 7 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

x 를 7 로 나누었을 때의 몫을 a, y 를 7 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$x = 7a + 4,\ y = 7b + 5$

$$\begin{aligned} \therefore\ xy &= (7a + 4)(7b + 5) \\ &= 49ab + 35a + 28b + 20 \\ &= 7(7ab + 5a + 4b + 2) + 6 \end{aligned}$$

따라서 xy 를 7 로 나눈 나머지는 6 이다.

21. $abc \neq 0$, $a+b+c=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$ 일 때, $(a-2)(b-2)(c-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{1}{2}$ 이므로

$ab+bc+ca=\frac{1}{2}abc$

$$\begin{aligned}\therefore\ &(a-2)(b-2)(c-2)\\&=(ab-2a-2b+4)(c-2)\\&=abc-2ab-2ac+4a-2bc+4b+4c-8\\&=abc-2(ab+bc+ca)+4(a+b+c)-8\\&=4(a+b+c)-8\ \left(\because\ ab+bc+ca=\frac{1}{2}abc\right)\\&=4\times\frac{1}{4}-8\\&=-7\end{aligned}$$

22. 다음을 계산하여라.

$$\left(\frac{4}{2002\times2006}+1\right)\left(\frac{4}{2004\times2008}+1\right)\left(\frac{4}{2006\times2010}+1\right)\left(\frac{4}{2008\times2012}+1\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식은 $\frac{4}{a(a+4)}+1=\frac{4+a(a+4)}{a(a+4)}=\frac{(a+2)^2}{a(a+4)}$ 의 곱의 꼴이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= \frac{2004^2}{2002\times2006}\times\frac{2006^2}{2004\times2008}\\ &\times\frac{2008^2}{2006\times2010}\times\frac{2010^2}{2008\times2012}\\ &= \frac{2004}{2002}\times\frac{2010}{2012}\\ &= 1\end{aligned}$$

23. $a+b+c=-1$, $ab+bc+ca=-6$, $abc=3$ 일 때, $\dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{14}{3}$

해설

$\dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 에서

$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$

$=(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2$

$=(ab+bc+ca)^2-2(ab^2c+abc^2+a^2bc)$

$=(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)$

$=(-6)^2-2\times3\times(-1)=42$

$\therefore \dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}=\dfrac{42}{9}=\dfrac{14}{3}$

24. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?

① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$ ③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$
④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$ ⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 = \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$

25. $f(x)=4x+2$, $g(x)=6x^2-5x-4$ 에 대하여 $\dfrac{g(x)}{f(x)}=ax+b$ 로 나타내어질 때, $2ab$ 의 값을 구하면?

① -3　② -6　③ 3　④ 6　⑤ 12

해설

$g(x)=(ax+b)f(x)$ 이므로

$$
\begin{aligned}
6x^2-5x-4&=(3x-4)(2x+1)\\
&=\left(\frac{3}{2}x-2\right)(4x+2)\\
&=\left(\frac{3}{2}x-2\right)f(x)
\end{aligned}
$$

$\therefore a=\dfrac{3}{2},\ b=-2$

$\therefore\ 2ab=-6$

26. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = -2$

해설

$x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$
$= \left(x^2 - 3x + 2\right)\left(x^2 + ax + b\right)$
$= x^4 + (a-3)x^3 + (b-3a)x^2 + (-3b+2a)x + 2b$

$2b = 1,\ \therefore b = \frac{1}{2}$

$b - 3a + 2 = 1,\ \therefore a = \frac{1}{2}$

$\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$

$\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이라 하면
$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$ 라 쓸 수 있다.
$f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0$
$f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0$

$A = -\frac{5}{2},\ B = -\frac{1}{2}$

$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$

27. $x^2-y^2+9x+5y-a$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은? (단, a 는 정수)

① -14　　② -7　　③ -1　　④ 7　　⑤ 14

해설

$x^2-y^2+9x+5y-a$

$=(x+y+\alpha)(x-y+\beta)$

$=x^2-y^2+(\alpha+\beta)x+(-\alpha+\beta)y+\alpha\beta$

$$\begin{array}{rr} & \alpha+\beta=9 \\ +) & -\alpha+\beta=5 \\ \hline & 2\beta=14 \end{array}$$

$\beta=7,\ \alpha=2$

$\therefore\ a=-\alpha\beta=-2\times7=-14$

28. $2x-3$ 이 $2x^2+ax-15$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=7$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2+ax-15 &= (2x-3)(x+b) \\ &= 2x+(2b-3)x-3b \text{ 에서} \end{aligned}$$

$-15=-3b,\ b=5$

$a=2b-3=10-3=7$

29. $ab-6a+5b-48=0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a>0$, $b>0$)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$ab-6a+5b-48=0$
$b(a+5)-6a-48=0$
$b(a+5)-6(a+5)-18=0$
$(a+5)(b-6)=18$
$a>0$, $b>0$ 이므로 $a+5>5$
(ⅰ) $a+5=18$, $b-6=1$
$a=13$, $b=7$
(ⅱ) $a+5=9$, $b-6=2$
$a=4$, $b=8$
(ⅲ) $a+5=6$, $b-6=3$
$a=1$, $b=9$
$\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3 개

30. $a^4+a^2b^2+b^4$ 을 인수분해하면?

① $\left(a^2+ab+b^2\right)\left(a^2-ab+b^2\right)$
② $\left(a^2+ab+b\right)\left(a^2-ab+b\right)$
③ $\left(a^2+ab+b\right)\left(a^2-ab-b\right)$
④ $\left(a^2+ab-b\right)\left(a^2-ab+b\right)$
⑤ $\left(a+ab+b^2\right)\left(a-ab+b^2\right)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(a^2+b^2\right)^2-(ab)^2\\ &= \left(a^2+b^2+ab\right)\left(a^2+b^2-ab\right)\end{aligned}$$

31. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12 \\ &= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{lcrcr} 1 & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(3y-4) & \rightarrow & -6y+8 \\ 2 & & y-3 & \rightarrow & y-3 \ (+ \\ \hline & & & & -5y+5 \end{array}$$

$$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$$

$a = -3$, $b = 4$, $c = 2$, $d = -3$

$\therefore\ ab - cd = -12 - (-6) = -6$

32. $15 \times 7.6^2 - 7.4^2 \times 15$ 의 값은?

① 55 ② 45 ③ 35 ④ 15 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 15 \times (7.6^2 - 7.4^2) \\ &= 15 \times (7.6 + 7.4) \times (7.6 - 7.4) \\ &= 15 \times 15 \times 0.2 \\ &= 45\end{aligned}$$

33. $\dfrac{x^2-y^2}{xy-y^2}=3$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2-8x+16y-11$ 의 값은? (단, $x \neq y$)

① -13　② -7　③ -5　④ -3　⑤ -11

해설

$\dfrac{x^2-y^2}{xy-y^2}=3$ 에서 $\dfrac{(x+y)(x-y)}{y(x-y)}=3$,

$x \neq y$ 이므로 $x-y \neq 0$

따라서, $\dfrac{x+y}{y}=3,\ x=2y$

$x=2y$를 대입하면

$x^2-4xy+4y^2-8x+16y-11$

$=4y^2-8y^2+4y^2-16y+16y-11=-11$

34. $a+b=4$, $a-b=-2$ 일 때, $a^3-b^3+a^2b-ab^2+a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -34

해설

$a^3-b^3+a^2b-ab^2+a-b$
$=a^2(a+b)-b^2(a+b)+(a-b)$
$=(a+b)^2(a-b)+(a-b)$
$=4^2\times(-2)+(-2)$
$=-34$

35. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$　② $x - y^2$　③ $x^2 + y$
④ $x + y^2$　⑤ $x - y$

해설

$x^3 + x^2y - x - y$
$= x^2(x + y) - (x + y)$
$= (x + y)(x + 1)(x - 1)$ 이다.
따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.