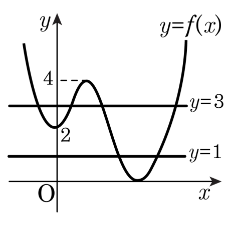
1. 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식 $\left\{f(x)\right\}^2 = 4f(x) - 3$ 의 실근의 개수는?



① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 6 개

해설

$\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 을 인수분해하면

$\left\{f(x) - 1\right\}\left\{f(x) - 3\right\} = 0$

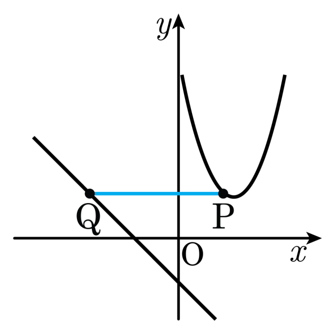
$\therefore f(x) = 1$ 또는 $f(x) = 3$

따라서, 위의 그래프와 같이

$f(x) = 1$ 과 $f(x) = 3$ 을 만족하는 x 는

각각 2 개와 4 개이므로 실근의 개수는 6 개이다.

2. 다음 그림에서 포물선 $y = x^2 - 5x + 8$ 위의 한 점 P 와 직선 $y = -x - 2$ 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 x 축에 평행할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = x^2 - 5x + 8$ 에서 점 P 의 좌표는 $\mathrm{P}(a, a^2 - 5a + 8)$
$y = -x - 2$ 에서 점 Q 의 좌표는 $\mathrm{Q}(b, \ -b - 2)$
점 P 와 점 Q 의 y 좌표가 같으므로
$a^2 - 5a + 8 = -b - 2,\ b = -a^2 + 5a - 10$ 이다.
$\overline{\mathrm{PQ}} = a - b = a^2 - 4a + 10 = (a - 2)^2 + 6$
$\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 6 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2사분면을 지나지 않는다고 할 때, a의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$ ② $a \leq -\frac{3}{4}$ ③ $a \leq \frac{3}{4}$
④ $a \leq 3$ ⑤ $a \geq -3$

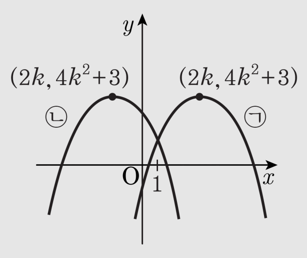
해설

$y = a(x-2)^2 + 3(a < 0)$
$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$
(y절편) ≤ 0, $4a + 3 \leq 0$
$\therefore\ a \leq -\frac{3}{4}$

4. $x \geq 1$ 에 대하여 $y = -x^2 + 4kx + 3$ 이 최댓값 11 을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{9}{4}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설



$y = -x^2 + 4kx + 3 = -(x-2k)^2 + (4k^2+3)$

㉠ 경우 : $2k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$

최대 : $4k^2 + 3 = 11,\ k^2 = 2$

$\therefore\ k = \sqrt{2}\ \left(\because\ k \geq \frac{1}{2}\right)$

㉡ 경우 : $2k \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2}$

최대 : $y = -1 + 4k + 3 = 4k + 2 = 11$

$k = \frac{4}{9}$ 인데 $k \leq \frac{1}{2}$ 이므로

∴ 해가 존재하지 않음.

$\therefore\ k = \sqrt{2}$

5. 함수 $f(x) = \dfrac{-4}{\sqrt{px^2 + 2x - p + 3}}$ 가 최솟값을 가질 때, 정수 p 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

분모가 항상 음수이므로 주어진 함수가 최소가 될 때는 함수 $y = px^2 + 2x - p + 3 \cdots$ ㉠ 이 최댓값을 가질 때이다.
만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함숫값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.
따라서 $p > 0 \cdots$ ㉡
$D = p^2 - 3p + 1 < 0 \cdots$ ㉢ 의 두 식이 모두 만족되면, ㉠이 양의 최솟값을 갖는다.
$p^2 - 3p + 1 < 0$ 에서 $\dfrac{3 - \sqrt{5}}{2} < p < \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$
따라서 정수 p 의 최댓값은 2 이다.

6. 실수 $x,\ y$ 가 $2x^2 + y^2 = 4x$ 를 만족할 때 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, $M - m$ 의 값은 얼마인가?

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y^2 = -2x^2 + 4x$ 를 $x^2 + y^2$ 에 대입하면
$-x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \cdots$ ①
$x,\ y$ 가 실수이므로
$-2x^2 + 4x \geq 0 \ \rightarrow\ x(x-2) \leq 0$
$\therefore\ 0 \leq x \leq 2 \cdots$ ②
② 의 범위에서 ①의 최대, 최소는
$x = 0$ 일 때 최솟값 0, $x = 2$ 일 때 최댓값 4 이다.
$\therefore\ M - m = 4$

7. 권당 90000 원인 책을 100 권까지는 정가에 팔고, 101 권부터는 판매량이 1 권씩 증가할 때마다 200 원씩 할인해서 판다고 할 때, 총 판매금액이 최대가 될 때의 권당 판매 가격을 구하여라.

▶ 답 : ________ 원

▷ 정답 : 55000 원

해설

판매량을 x 권이라 하면

(1) $x \leq 100$ 일 때

(총 판매 금액) $= 90000 \times x = 90000x$

따라서 $x = 100$ 일 때, 총 판매금액의 최댓값은 9000000 원이다.

(2) $x > 100$ 일 때

(판매가) $= 90000 - 200(x - 100) = 110000 - 200x$

$$\begin{aligned} (\text{총 판매 금액}) &= x(110000 - 200x) \\ &= -200x^2 + 110000x \\ &= -200(x - 275)^2 + 15125000 \end{aligned}$$

따라서 판매권수가 $x = 275$ 일 때, 총 판매 금액의 최댓값은 15125000 원이다.

(1), (2)에 의하면 판매량이 275 권일 때, 총 판매금액이 15125000 원이고,

이때의 판매가는 한 권당 55000 원이다.

8. 사차방정식 $x^4-2x^2+ax+b=0$이 허근 $1+2i$를 가질 때, 실근 α,β와 a,b의 합 $\alpha+\beta+a+b$의 값은? (단, a,b는 실수이고 $i=\sqrt{-1}$)

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 7

해설

계수가 실수이므로 $1+2i$가 근이면 $1-2i$도 근이다.
따라서 $f(x)=x^4-2x^2+ax+b$는 $\{x-(1+2i)\}\{x-(1-2i)\}$
즉, x^2-2x+5로 나누어 떨어져야 한다.
$f(x)=x^4-2x^2+ax+b=(x^2-2x+5)(x^2+2x-3)+(a-16)x+b+15$
따라서, $a=16,\ b=-15$
$x^2+2x-3=0$에서 $\alpha+\beta=-2$
$\therefore\ \alpha+\beta+a+b=-1$

9. 방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 α, 방정식 $x^3 = 2$의 한 허근을 β라고 할 때, $x^3 - 2 = (x-\beta)(x-\alpha\beta)p(x)$를 만족시키는 다항식 $p(x)$에 대하여 $p(\alpha^5\beta)$의 값은?

① α　② $\alpha\beta$　③ α^2　④ 0　⑤ 1

해설

$\beta^3 = 2,\ (\alpha\beta)^3 = \alpha^3\beta^3 = 2,$
$(\alpha^2\beta)^3 = (\alpha^3)^2 \cdot \beta^3 = 2$이므로
방정식 $x^3 = 2$의 근은 $\beta,\ \alpha\beta,\ \alpha^2\beta$이다.
따라서 $x^3 - 2 = (x-\beta)(x-\alpha\beta)(x-\alpha^2\beta)$
$\therefore\ p(x) = x - \alpha^2\beta$

$$\begin{aligned}\therefore\ p(\alpha^5\beta) &= \alpha^5\beta - \alpha^2\beta \\ &= \alpha^3 \cdot \alpha^2\beta - \alpha^2\beta \\ &= \alpha^2\beta - \alpha^2\beta \\ &= 0\end{aligned}$$

10. $x^{2n}+x^n+1$이 x^2+x+1로 나누어 떨어지는 두 자리의 양의 정수 n의 개수는?

① 45개 ② 50개 ③ 55개 ④ 60개 ⑤ 65개

해설

$x^{2n}+x^n+1$이 x^2+x+1로
나누어 떨어지므로
$x^{2n}+x^n+1=(x^2+x+1)Q(x)\cdots\cdots$㉠
$x^2+x+1=0$의 한 허근을
ω라고 놓으면
$\omega^2+\omega+1=0, \omega^3=1$이다.
㉠의 양변에 $x=\omega$를 대입하면
$\omega^{2n}+\omega^n+1=0$
(ⅰ) $n=3k$(k는 자연수)이면,
$\omega^n=\omega^{3k}=(\omega^3)^k=1$
$\therefore\ \omega^{2n}+\omega^n+1=1+1+1\neq 0$
$\therefore\ n\neq 3k$
(ⅱ) $n=3k+1$(k는 자연수)이면,
$\omega^n=\omega^{3k+1}=(\omega^3)^k\cdot\omega=\omega$
$\therefore\ \omega^{2n}+\omega^n+1=\omega^2+\omega+1=0$
(ⅲ) $n=3k+2$(k는 자연수)이면,
$\omega^n=\omega^{3k+2}=(\omega^3)^k\cdot\omega^2=\omega^2$
$\therefore\ \omega^{2n}+\omega^n+1$
$=(\omega^2)^2+\omega^2+1=\omega+\omega^2+1=0$
(ⅱ), (ⅲ)에서 n은
3의 배수가 아닌 두 자리의 양의 정수이다.
따라서, n의 개수는 10에서 99까지
90개의 정수 가운데
3의 배수 30개를 제외하면
$90-30=60$(개)이다.

11. 연립방정식 $x^2+y^2=5(xy-1)=10xy-5(x+y)$ 의 해를 꼭지점으로 하는 도형의 넓이를 구하면?

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

해설

$(x+y)^2-2xy=5(xy-1)=10xy-5(x+y)$ 에서
$x+y=u,\ xy=v$ 라 놓으면

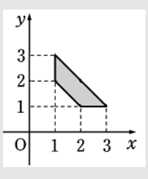
$\begin{cases} u^2-2v=5(v-1) \\ 5(v-1)=10v-5u \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} u^2=7v-5 \\ v=u-1 \end{cases}$ 을 풀면

$\therefore \begin{cases} u=3 \\ v=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} u=4 \\ v=3 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$ …… ㉠

$\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$ …… ㉡

㉠의 $x,\ y$ 는 $t^2-3t+2=0$ 의 근이므로
$(x,\ y)=(1,\ 2),\ (2,\ 1)$
㉡의 $x,\ y$ 는 $t^2-4t+3=0$ 의 근이므로
$(x,\ y)=(1,\ 3),\ (3,\ 1)$



구하는 도형은 그림의 사각형이다.
$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

12. x에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2+m^2x+n^2-2m=0$, $x^2-2mx+n^2+m^2=0$이 오직 하나의 공통근을 가지고, m, n이 실수일 때, $m+n$의 값은? (단, 중근인 경우에는 두 개의 실근으로 본다.)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

두 방정식의 공통근을 α라 하면

$\alpha^2+m^2\alpha+n^2-2m=0\cdots$ ①

$\alpha^2-2m\alpha+m^2+n^2=0\cdots$ ②

① − ② 하면

$(m^2+2m)\alpha-(m^2+2m)=0$

$\therefore\ (m^2+2m)(\alpha-1)=0$

$\therefore\ m^2+2m=0$ 또는 $\alpha-1=0$

그런데 $m^2+2m=0$일 때,

곧, $m^2=-2m$일 때에는 두 방정식이 일치하게 되므로 오직 하나의 공통근을 가진다는 문제의 뜻에 어긋난다.

$\therefore\ \alpha=1$

이것을 ①에 대입하면

$1+m^2+n^2-2m=0 \quad \therefore\ (m-1)^2+n^2=0$

문제의 조건으로부터 m, n은 실수이므로

$m-1=0,\ n=0$

$\therefore\ m=1,\ n=0 \quad \therefore\ m+n=1$

13. 다음의 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수 있는 수의 최댓값은?

내접원의 반지름의 길이가 1 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 r 라 하면, $r \geq \boxed{}$ 이다.

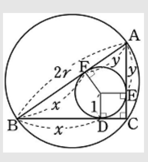
① 2　　② $1+\sqrt{2}$　　③ $1+\sqrt{3}$

④ $2+\sqrt{2}$　　⑤ $2+\sqrt{3}$

해설

아래 그림과 같이 내접원의 반지름이 1 인 직각삼각형 ABC와 내접원의 접점을 각각

, D, E, F 라 하고, $\overline{BD}=x, \overline{AE}=y$ 라 하면



$\overline{AB}=2r$ 이고 $\overline{BF}=x, \overline{AF}=y$ 이므로

$2r=x+y\cdots$ ㉠

또, 피타고라스정리에 의하여

$(x+1)^2+(y+1)^2=(2r)^2\cdots$ ㉡

㉠에서 $y=2r-x$ 를 ㉡에 대입하여 정리하면

$x^2-2rx+2r+1=0\cdots$ ㉢

㉢이 실근을 가지므로

$D/4=r^2-(2r+1)\geq 0$

$\therefore\ r\geq 1+\sqrt{2}$

14. 연립방정식 $\begin{cases} xy+yz=44 \\ xz+yz=23 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 해의 쌍 (x, y, z) 에 대하여 $x+y+z$ 의 값을 구하면?

① 23　　② 24　　③ 25　　④ 26　　⑤ 29

해설

$xy+yz=44 \cdots\cdots$ ①
$xz+yz=23 \cdots\cdots$ ②
②식의 $(x+y)z=23$ 에서 $x,\ y,\ z$ 는 자연수이므로
$x+y>1$ 이고 23은 소수이므로 $z=1,\ x+y=23$
이 결과를 ①에 대입하면
$\therefore\ xy+yz=(23-y)y+y=44$
$\therefore\ y^2-24y+44=0$
$\therefore\ (y-2)(y-22)=0$
$\therefore\ y=2,\ y=22$
이 때, $x=21,\ x=1$
따라서 주어진 연립방정식을 만족하는 자연수 해의 쌍은
$(x,\ y,\ z)=(21,\ 2,\ 1),\ (1,\ 22,\ 1)$ 의 두 개 뿐이다.
$\therefore\ x+y+z=24$

15. 어느 가게에서 물건을 파는데 한 개에 80원하는 물건 세 개를 사면 210원, 다섯 개를 사면 320원으로 할인해 준다고 한다. 어느 날 매상액이 모두 1440원이었고 한 명의 고객이 한 개, 세 개, 다섯 개 중 어느 한 가지만 샀다고 할 때, 이 날 물건을 사고 간 고객의 수로 적당하지 않은 것은?

① 6명　② 9명　③ 12명　④ 14명　⑤ 18명

해설

물건을 한 개, 세 개, 다섯 개를 산 사람의 수를
각각 $x,\ y,\ z$라고 하면
$x,\ y,\ z$는 0이상의 정수이고
$80x+210y+320z=1440$ 양변을 10으로 나누면
$8x+21y+32z=144$ ……㉠
㉠을 변형하면
$3(48-7y)=8(x+4z)$ ……㉡
3, 8이 서로 소이므로
$48-7y=8k$
$(k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 6)$ ……㉢
㉢을 ㉡에 대입하면
$x+4z=3k$ ……㉣
㉢에서 $7y=48-8k$,
$y=\dfrac{8(6-k)}{7}$ ……㉤
㉤에서 $\dfrac{6-k}{7}$가 정수이므로
$k=6,\ y=0,\ x+4z=18$
$\therefore (x,\ y,\ z)$
$=(18,\ 0,\ 0),\ (14,\ 0,\ 1),\ (10,\ 0,\ 2),$
$(6,\ 0,\ 3),\ (2,\ 0,\ 4)$
이 날 물건을 구입한 고객의 수는
$x+y+z$이므로
$x+y+z=6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18$이다.

16. $x + y = 13$ 일 때, $5x - 9 < 2x + 3y < 2y + 9$ 를 만족하는 x의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

주어진 부등식 $5x - 9 < 2x + 3y < 2y + 9$ 에 $y = 13 - x$ 를 대입하면,

$5x - 9 < 2x + 3(13 - x) < 2(13 - x) + 9$

$5x - 9 < -x + 39 < -2x + 35$

둘로 나누어 풀면,

$5x - 9 < -x + 39$

$6x < 48$

$\therefore\ x < 8$

$-x + 39 < -2x + 35$

$\therefore\ x < -4$

따라서 해가 $x < -4$ 이므로 x의 값 중 가장 큰 정수는 -5이다.

17. 부등식 $\frac{n-15}{2} < x < \frac{n+5}{3}$ 에 대하여
$n = 1, 2, 3$ 일 때의 각 부등식을 모두 만족하는 정수 x의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$n = 1$ 일 때, $-7 < x < 2$

$n = 2$ 일 때, $-\frac{13}{2} < x < \frac{7}{3}$

$n = 3$ 일 때, $-6 < x < \frac{8}{3}$

공통 부분을 찾으면 $-6 < x < 2$

따라서 정수 x 중 가장 큰 값은 1, 가장 작은 값은 -5 이므로, 두 값의 합은 -4 이다.

18. 연립부등식 $5x-3>a$, $4x+3\le -x-2a$ 의 해가 존재하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a<-2$

해설

주어진 부등식을

$$\begin{cases} 5x-3>a & \cdots ㉠ \\ 4x+3\le -x-2a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x>\dfrac{a+3}{5}$

㉡에서 $x\le \dfrac{-2a-3}{5}$

해가 존재해야 하므로 $\dfrac{a+3}{5}<\dfrac{-2a-3}{5}$

$\therefore\ a<-2$

19. 명수, 우빈, 지원이는 각자 그림 1 점씩을 그려 교무실 앞에 나란히 전시해 놓고, 지나가시는 선생님들께 가장 마음에 드는 그림 1 개만 골라 그림 옆 종이에 스티커를 붙여달라고 하였다. 처음에 총 40 개의 스티커가 있었고, 중간 점검 결과 명수는 10 표, 우빈이는 8 표, 지원이는 7 표를 얻었을 때, 남은 스티커의 획득 여부에 관계없이 명수가 가장 많은 스티커를 받으려면 최소 몇 개의 스티커를 더 얻어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

중간 점검 결과는 $10+8+7=25$(개) 이므로 남은 스티커 개수는 $40-25=15$ (개) 이다.
명수가 가장 많은 스티커를 얻기 위해 접전을 펼칠 때는 2 등인 우빈이와 경쟁할 때이고, 명수가 x 개의 스티커를 얻었다고 가정하면 그로부터 명수가 얻게 되는 스티커의 수의 합이 나머지 $(15-x)$ 개를 모두 우빈이가 얻는 결과보다도 많으면 무조건 명수는 가장 많은 스티커를 받게 된다. 즉,

$$10+x>8+(15-x)$$

$$\therefore\ x>\frac{13}{2}$$

따라서 명수가 가장 많은 스티커를 받는다는 사실이 확정되기 위해서는 최소 7 개의 스티커를 더 얻어야 한다.

20. 원가에 2 할의 이익률로 정가를 정한 상품을 $x\%$ 의 할인율로 할인 판매하였을 때, 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되게 하려고 한다. 자연수 x의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

원가를 a 원이라 하면 정가는 $1.2a$ 원이고
정가의 $x\%$ 를 할인한 가격은 $1.2a(1-0.01x)$ 원이다. 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되려면
$a \le 1.2a(1-0.01x) \le 1.1a$
$\therefore \frac{25}{3} \le x \le \frac{50}{3}$
x가 될 수 있는 자연수는
9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
따라서 x의 최댓값은 16

21. 민식이는 자판기에서 1 잔에 200 원 하는 커피와 1 잔에 300 원하는 코코아를 합쳐서 18 잔을 사려고 한다. 코코아를 커피보다 많이 사고, 전체 가격은 5,000 원을 넘기지 않으려고 한다. 다음 중 살 수 있는 코코아의 잔수로 틀린 것은?

① 11 잔 ② 12 잔 ③ 13 잔 ④ 14 잔 ⑤ 15 잔

해설

코코아의 잔수를 x 라고 하면 커피의 잔수는 $18 - x$ 이다. 코코아가 커피보다 많으므로, $x > 18 - x$ 이다. 300 원짜리 코코아 x 개와 200 원짜리 커피 $(18 - x)$ 개를 사서 5,000 원을 넘기지 않음으로, 이를 식으로 나타내면 $300x + 200(18 - x) \le 5000$ 이다. 위의 두 방정식을 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} x > 18 - x \\ 300x + 200(18 - x) \le 5000 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,

$$\begin{cases} x > 9 \\ x \le 14 \end{cases}$$

$9 < x \le 14$ 이다. 따라서 살 수 있는 코코아의 잔 수는 10, 11, 12, 13, 14 잔 이다.

22. 가위로 어떤 볼록사각형의 대각선을 따라 잘랐더니 세 변의 길이가 각각 4, 5, y 인 삼각형 A 와 12, y, x 인 삼각형 B 가 만들어졌다. 삼각형 A 의 변의 길이 중 y 가 가장 길고, 삼각형 B 의 변의 길이 중 y 가 가장 짧을 때, x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 21$

해설

삼각형 A 에서 $y < 4 + 5$, 즉 $y < 9$

삼각형 B 에서

1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < y + 12$

그런데 $y < 9$ 이므로 $x < y + 12 < 9 + 12$

$\therefore\ x < 21$

2) 12 가 가장 긴 변인 경우 : $12 < x + y$

그런데 $y < 9$ 이므로 $12 < x + y < x + 9$

$\therefore\ x > 3$

따라서 1), 2) 에 의해서 $3 < x < 21$ 이다.

23. 2% 의 소금물 200g 이하와 2.5% 의 소금물 200g 이하를 섞은 후, 여기에 3.5% 의 소금물을 더해서 3% 의 소금물 600g 을 만들려고 한다. 이 때, 3.5% 의 소금물을 가능한 한 많이 섞으려고 한다면 몇 g 까지 섞을 수 있겠는가?

▶ 답 : ______ g

▷ 정답 : 400 g

해설

2% 의 소금물을 xg , 2.5% 의 소금물을 yg , 3.5% 의 소금물을 zg 사용하여 3% 의 소금물 600g 을 만들었다고 한다면

$x+y+z=600\cdots$ ①

$0.02x+0.025y+0.035z=600\times 0.03$

$4x+5y+7z=3600\cdots$ ②

①, ② 에 의하여 $-x+2z=600$

$\therefore x=2z-600$

그런데 $0\le x\le 200$ 이므로

$0\le 2z-600\le 200$

$\therefore 300\le z\le 400\cdots$ ③

또 ①, ② 에 의하여 $y+3z=1200$

$\therefore y=1200-3z$

그런데 $0\le y\le 200$ 이므로

$0\le 1200-3z\le 200$

$\therefore \frac{1000}{3}\le z\le 400\cdots$ ④

③, ④ 에 의해서 $\frac{1000}{3}\le z\le 400$

따라서 3.5% 의 소금물은 최대 400g 까지 섞을 수 있다.

24. 전자사전을 사기 위해 x 일 동안 한달에 20000 원씩 모으면 11000 원이 남고, 한달에 18000 원씩 모으면 9000 원 미만이 부족하다. x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

전자사전을 사기 위해 필요한 돈은 $(20000x - 11000)$ 원이므로

$18000x < (20000x - 11000) < 18000x + 9000$

각 변에서 $18000x$ 를 빼면

$0 < 2000x - 11000 < 9000$

$\therefore 5.5 < x < 10$

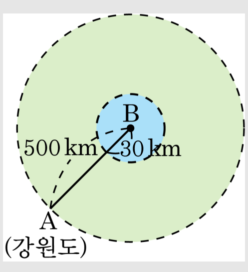
따라서 x 의 최댓값은 9 이다.

25. 강원도에서 북동쪽으로 500km 떨어진 해상에 태풍의 중심이 생성되었다. 이 태풍은 현재 중심에서 반지름의 길이가 30km 인 크기로 세력권이 형성되어 있으며 시속 20km 의 속도로 남서쪽으로 진행하고 있다. 태풍 세력권의 반지름의 길이가 매시 10km 씩 길어지고 있을 때, 강원도는 태풍의 세력권에 몇 시간 동안 들어가게 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 시간

▷ 정답 : $\frac{112}{3}$ 시간

해설



다음 그림과 같이 강원도를 A, 태풍의 중심을 B 라고 하면
강원도가 t 시간 동안 세력권에 있을 조건은
$\overline{AB} \le$ (세력권의 반지름의 길이)
이 때, $\overline{AB} = |500 - 20t|$ 이므로
$|500 - 20t| \le 30 + 10t$
1) $500 - 20t \ge 0$ 일 때, 즉, $t \le 25$
$500 - 20t \le 30 + 10t,\ t \ge \frac{47}{3}$
$\therefore\ \frac{47}{3} \le t \le 25$
2) $500 - 20t < 0$ 일 때, 즉 $t > 25$
$-500 + 20t \le 30 + 10t,\ t \le 53$
$\therefore\ 25 < t \le 53$
1), 2) 에서 $\frac{47}{3} \le t \le 53$ 일 때 태풍의 세력권에 있으므로 $53 - \frac{47}{3} = \frac{112}{3}$ (시간) 동안 태풍의 세력권에 있다.