

1.  $x$ 가 1 이상 50 이하인 자연수일 때,  $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때,  $x$ 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로  $x$ 는 21의 배수이다.  
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

2.  $\frac{a}{70}$  를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면  $\frac{1}{b}$  이다.  $a$  가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$  가 유한소수이려면  $a$  는 7 의 배수이어야 하고,

가장 작은 한 자리의 자연수이므로 7 이다.  $\frac{7}{70} = \frac{7}{2 \times 5 \times 7} =$

$\frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$  이므로  $b = 10$  이다.

따라서  $a + b = 7 + 10 = 17$  이다.

3. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

①  $4 \div 25$

②  $3 \div 18$

③  $11 \div 50$

④  $7 \div 4$

⑤  $21 \div 14$

#### 해설

②  $3 \div 18 = 0.16666\ldots$  이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

4. 양의 기약분수  $\frac{a}{b}$  에 대하여  $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$  일 때,  $x+y+z$  의 값을 구하여라.  
(단,  $x, y, z$  는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99$$

$$\therefore x=6$$

$$10y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=7$$

$$x+y+z=6+2+7=15$$

5.  $\frac{20}{7}$  를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\cdots$  이므로 6 개의 숫자가 반복된다.  $20 = 6 \times 3 + 2$  이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고  $30 = 6 \times 5 + 0$  이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

6.  $0.15\dot{8} = a \times 0.00\dot{1}$  ,  $0.0\dot{5} = 5 \times b$  일 때,  $ab$ 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{143}{90}$

해설

$$\frac{158 - 15}{900} = a \times \frac{1}{900}, \quad a = 143$$

$$\frac{5}{90} = 5 \times b, \quad b = \frac{1}{90}$$

$$\therefore ab = \frac{143}{90}$$

7. 다음 부등식을 만족하는 한 자리의 자연수  $a$  의 값을 모두 더하여라.

$$\frac{1}{6} < (0.\dot{a})^2 < \frac{5}{9}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{6} < \left(\frac{a}{9}\right)^2 < \frac{5}{9}$$

$$\frac{27}{162} < \frac{2a^2}{162} < \frac{90}{162}$$

따라서  $27 < 2a^2 < 90$  ,

$\frac{27}{2} < a^2 < 45$  이므로  $a = 4, 5, 6$  이다.

따라서  $a$  의 값을 모두 더하면  $4 + 5 + 6 = 15$  이다.

8.  $0.\dot{a}b, 0.\dot{b}a$  인 두 수의 합이  $0.\dot{2}$ 이다. 두 수의 차를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디를 구하면?(단,  $a > b \geq 0$ )

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} &= \frac{11a+11b}{99} = \frac{11(a+b)}{99} \\ &= \frac{a+b}{9} = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

$$\therefore a+b=2 \therefore a=2, b=0$$

$$\frac{20}{99} - \frac{2}{99} = \frac{18}{99} = 0.\dot{1}\dot{8}$$

따라서 순환마디는 18이다.

9.  $x + y = 3$  이고,  $A = 2^{2x}$ ,  $B = 2^{2y}$  일 때,  $AB$  의 값은?

①  $2^2$

②  $2^4$

③  $2^6$

④  $2^8$

⑤  $2^{10}$

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

10.  $(-27)^3 \div (-3)^n = 3^4$  일 때,  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(-3)^9 \div (-3)^n = 3^4$$

$$9 - n = 4$$

$$\therefore n = 5$$

11. 자연수  $n$  이 홀수일 때, 다음 식의 값을 구하여라.  
$$(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} + (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$n$  : 홀수,  $n+1$  : 짝수,  $n+2$  : 홀수

$2n$  : 짝수,  $2n+1$  : 홀수이므로

$$(-1) - (+1) - (-1) + (+1) - (-1) = 1$$

12.  $2^{17} \times 5^{20}$  은  $n$  자리의 자연수이고,  $3^{2008}$  의 일의 자리의 숫자는  $m$  일 때,  $n + m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

$3^m$  의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

13.  $x_1 = 97$ ,  $x_2 = \frac{2}{x_1}$ ,  $x_3 = \frac{3}{x_2}$ ,  $x_4 = \frac{4}{x_3}$ ,  $\cdots$ ,  $x_{10} = \frac{10}{x_9}$  이라 할 때,  
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$  이고,  $x_1 \times x_2 = 2$  이고,  $x_3 \times x_4 = 4$  이다. 따라서  
 $x_9 \times x_{10} = 10$  이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

14. 반지름이  $4a$  인 원기둥에 물이  $h$ 만큼 담겨져 있다. 이 원기둥에 반지름이  $2a$  인 쇄공을 완전히 넣었을 때, 물의 높이는 얼마나 높아지는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{2}{3}a$

### 해설

원기둥 모양의 그릇에 쇄공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇄공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$  만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를  $h$ 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는  $\pi(4a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇄공의 부피) =  $\frac{4}{3}\pi(2a)^3$  이므로

$$h = \frac{\frac{32a^3\pi}{3}}{\frac{16a^2\pi}{1}} = \frac{32a^3\pi}{48a^2\pi} = \frac{2}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$

15.  $x = 2$ ,  $y = \frac{1}{3}$ ,  $z = -4$  일 때,  $\frac{xy^2z - 2x^2y + 5yz^2}{3x^2yz}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{y}{3x} - \frac{2}{3z} + \frac{5z}{3x^2} \\&= \frac{\frac{1}{3}}{6} - \left(\frac{2}{-12}\right) + \left(-\frac{20}{12}\right) \\&= \frac{1}{18} + \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \\&= -\frac{13}{9}\end{aligned}$$

16. 다음 조건을 만족하는  $a, b$  에 대하여  $\frac{(-3a^2b^3)^2}{4a^5b^5}$  의 값을 구하여라.

$a$  의 4배는  $b$  의 5배와 같다.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{9}{5}$

해설

$$4a = 5b$$

$$a = \frac{5b}{4}$$

$$(\text{준식}) = \frac{9a^4b^6}{4a^5b^5} = \frac{9b}{4a} = \frac{9b}{4 \times \frac{5b}{4}} = \frac{9b}{5b} = \frac{9}{5}$$

17. 부등식  $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1$  을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\frac{x-2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq 1, \quad 4(x-2) - 3(2x-3) \geq 12, \quad -2x \geq 11,$$

$$x \leq -\frac{11}{2}$$

따라서 가장 큰 정수는 -6 이다.