

1. $(x + 1 - a)(x - 9 - 3a)$ 가 완전제곱식이라고 할 때, a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② -1

③ $-\frac{3}{2}$

④ -2

⑤ -5

해설

$$1 - a = -9 - 3a$$

$$a = -5$$

2. $\frac{x^2}{9} + Ax + \frac{9}{4}$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값은?

① $\pm \frac{1}{3}$

② ± 1

③ $\pm \frac{3}{2}$

④ $\pm \frac{1}{2}$

⑤ $\pm \frac{1}{4}$

해설

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 \pm x + \frac{9}{4}$$

$$\therefore A = \pm 1$$

3. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 \square 안에 알맞은 수를 넣을 때, \square 안의 수가 가장 큰 것은?

① $x^2 - 12x + \square$

② $4x^2 - \square x + 25$

③ $9x^2 + \square x + 1$

④ $x^2 + 18x + \square$

⑤ $x^2 - \square x + 100$

해설

① $x^2 - 12x + \square = x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2$

$\therefore \square = 6^2 = 36$

② $4x^2 - \square x + 25 = (2x \pm 5)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 2 \times 5 = \pm 20$

③ $9x^2 + \square x + 1 = (3x \pm 1)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 3 \times 1 = \pm 6$

④ $x^2 + 18x + \square = x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2$

$\therefore \square = 9^2 = 81$

⑤ $x^2 - \square x + 100 = (x \pm 10)^2$

$\therefore \square = \pm 2 \times 1 \times 10 = \pm 20$

4. $x^2 - 6x + A = (x + B)^2$ 일 때, AB 의 값은?

① -36

② -27

③ 27

④ 36

⑤ 216

해설

$$(x + B)^2 = x^2 + 2BxB^2 = x^2 - 6x + A$$

$$2B = -6, B = -3$$

$$B^2 = (-3)^2 = 9 = A$$

$$\therefore AB = 9 \times (-3) = -27$$

5. $(x + 2)^2 - (2x - 3)^2$ 을 간단히 하면 $-(ax + b)(x + c)$ 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a 는 양수)

① -5

② -1

③ -3

④ -10

⑤ -12

해설

$x + 2 = A$, $2x - 3 = B$ 로 치환하면

$$(x + 2)^2 - (2x - 3)^2$$

$$= A^2 - B^2$$

$$= (A + B)(A - B)$$

$$= (x + 2 + 2x - 3)(x + 2 - 2x + 3)$$

$$= (3x - 1)(-x + 5)$$

$$= -(3x - 1)(x - 5)$$

$$\therefore a + b + c = 3 + (-1) + (-5) = -3$$

6. $(x + 3y)^2 - 4y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 5y)(x - y)$

② $(x + 2y)(x - 2y)$

③ $(x - 5y)(x + y)$

④ $(x + 3y)(x + 2y)$

⑤ $(x + 5y)(x + y)$

해설

$$(x + 3y)^2 - 4y^2 = (x + 3y)^2 - (2y)^2 \text{ 이므로}$$

$$x + 3y = A, 2y = B \text{ 라 하면}$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

$$= (x + 3y + 2y)(x + 3y - 2y)$$

$$= (x + 5y)(x + y)$$

7. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$x^2 - (y^2 - 6y + 9)$$

$$= x^2 - (y - 3)^2$$

$$= (x + y - 3)(x - y + 3)$$

8. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1 = A$, $x-2 = B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + 3b = -1 + 9 = 8$$

9. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$\text{합} : (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

$$\text{곱} : (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어야 하므로

$$\text{합} : \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱} : ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

10. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\ &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\ &= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\ &= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

11. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

즉, $x = y$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

12. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

13. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{a - 1} \\ &= \frac{(a - 1)^2 + 2}{a - 1} \\ &= \frac{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2}{1 + \sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{(\sqrt{2})^2 + 2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2 + 2}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

15. $x = \frac{1}{5 - 3\sqrt{3}}$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{130 + 75\sqrt{5}}{2}$

② $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{130 + 75\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{120 + 75\sqrt{3}}{2}$

해설

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{(5 - 3\sqrt{3})(5 + 3\sqrt{3})} = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{-2}$$

$$\frac{1}{x} = 5 - 3\sqrt{3},$$

$$x^2 = \frac{52 + 30\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{1}{x^2} = 52 - 30\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{260 - 90\sqrt{3}}{4} = \frac{130 - 45\sqrt{3}}{2}$$

16. $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $24\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = 3 + 2\sqrt{2},$$

$$\frac{1}{x} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

17. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

① $2\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x + y > 0 \text{ 이므로 } x + y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

18. $x = \frac{1}{3 - \sqrt{8}}$ 일 때, $x^2 + 3x - 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $22 + 18\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{3 - \sqrt{8}} = \frac{3 + \sqrt{8}}{(3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8})} = 3 + \sqrt{8} = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 3x - 4 &= (x - 1)(x + 4) \\&= (3 + 2\sqrt{2} - 1)(3 + 2\sqrt{2} + 4) \\&= (2 + 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2}) \\&= 14 + 4\sqrt{2} + 14\sqrt{2} + 8 \\&= 22 + 18\sqrt{2}\end{aligned}$$

19. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 0$

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서

$x+2 = t$ 로 치환하면

$$6t^2 + 5t - 6 = (2t + 3)(3t - 2)$$

$t = x + 2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면

$$(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2)$$

$$= (2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1)$$

$$= 12 + 17\sqrt{2} + 5 = 17 + 17\sqrt{2}$$

따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

20. $x = \frac{1}{3 - \sqrt{7}}$ 일 때, $x^2 + 4x - 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $5 + \frac{7}{2}\sqrt{7}$

해설

$$x = \frac{1}{3 - \sqrt{7}} = \frac{3 + \sqrt{7}}{(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})} = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 4x - 5 &= (x - 1)(x + 5) \\&= \left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2} - 1\right) \left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2} + 5\right) \\&= \frac{1}{4} (1 + \sqrt{7}) (13 + \sqrt{7}) \\&= \frac{1}{4} (13 + \sqrt{7} + 12\sqrt{7} + 7) \\&= 5 + \frac{7}{2}\sqrt{7}\end{aligned}$$

21. 부등식 $-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수가 모두 3 개일 때, A 가 될 수 있는 자연수를 모두 더하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 인 정수가 모두 3 개가 되려면 $1 \leq \sqrt{A} < 2$

따라서 $1 \leq A < 4$ 이므로 $A = 1, 2, 3$ 이다.

$$\therefore 1 + 2 + 3 = 6$$

22. 부등식 $2\sqrt{8} < \sqrt{2x+1} < 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x 의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 : 21

▷ 정답 : 최솟값 : 16

해설

$2\sqrt{8} < \sqrt{2x+1} < 3\sqrt{5}$ 의 각 변을 제곱하면

$$32 < 2x + 1 < 45, \quad 31 < 2x < 44$$

$$\therefore \frac{31}{2} < x < 22$$

자연수 x 의 최댓값은 21 , 최솟값은 16 이다.

23. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

해설

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$2 < \sqrt{2x} \leq 3$$

각 변을 제곱하면

$$4 < 2x \leq 9$$

$$2 < x \leq \frac{9}{2}$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

24. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$

$\therefore -4 < b - a < 0$, $b - a = -3, -2, -1$

$b - a = -3$ 일 때,

$(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$

$b - a = -2$ 일 때,

$(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$

$b - a = -1$ 일 때,

$(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$

25. \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(3)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(17)} + \frac{1}{f(19)}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{29}{6}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(1), f(3) = 1$

$f(5), f(7) = 2$

$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$

$f(17), f(19) = 4$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \times \frac{1}{1} + 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{4} \\ &= 2 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = \frac{29}{6}\end{aligned}$$

26. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$11 < \sqrt{140} < 12$ 이므로

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$

27. $2\sqrt{17}$ 의 소수부분을 a , $\sqrt{125}$ 의 소수부분을 b 라고 할 때, $\sqrt{1360}$ 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2(a+8)(b+11)}{5}$

해설

$2\sqrt{17} = \sqrt{68}$ 에서 $8 < \sqrt{68} < 9$ 이므로 정수부분은 8 이다.

$$\text{즉, } 2\sqrt{17} - 8 = a$$

$$2\sqrt{17} = a + 8$$

$$\therefore \sqrt{17} = \frac{a+8}{2}$$

$11 < \sqrt{125} < 12$ 이므로 정수부분은 11 이다.

$$\text{즉, } 5\sqrt{5} - 11 = b$$

$$5\sqrt{5} = b + 11$$

$$\therefore \sqrt{5} = \frac{b+11}{5}$$

$$\therefore \sqrt{1360} = \sqrt{2^4 \times 5 \times 17} = 4\sqrt{17}\sqrt{5} = 4 \times \frac{a+8}{2} \times \frac{b+11}{5} =$$

$$\frac{2(a+8)(b+11)}{5}$$

28. 정수가 아닌 양의 실수 x 의 정수 부분이 y 이고, $x^2 + (x - y)^2 = 10$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{-3 + \sqrt{11}}{2}$

해설

$x = y + k$ (y 는 음이 아닌 정수, $0 \leq k < 1$)로 놓으면
 $0 \leq k^2 < 1$ 이고, $x - y$ 는 x 의 소수 부분이므로 $k = x - y$

$$x^2 + (x - y)^2 = 10, x^2 + k^2 = 10$$

$$0 \leq 10 - x^2 < 1, 9 < x^2 \leq 10$$

$$9 < (y + k)^2 \leq 10$$

$$\therefore 3 < y + k \leq \sqrt{10}$$

따라서 $y = 3$ 일 때만 성립하므로

$$x = 3 + k \cdots \textcircled{A}$$

$x^2 + k^2 = 10$ 에 \textcircled{A} 을 대입하면

$$\therefore k = x - y = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2} \quad (\because 0 \leq k < 1)$$