

1. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡

오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢

주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉤

x^3 의 계수는 3이다.
- ㉥

상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

② ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉥ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

2. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = -1, c = 2$ ② $a = -1, b = 1, c = -2$
③ $a = 1, b = 1, c = 2$ ④ $a = -1, b = -1, c = -2$
⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

3. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

4. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

5. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 10 ③ 20 ④ -10 ⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 6, \quad xy = 12 \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6 \\&= 0\end{aligned}$$

6. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - i\bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$

② $2+i$

③ $2+2i$

④ $1-i$

⑤ $2-i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi-2ai+2b-ai-b$$

$$= (a+b) + (-3a+b)i = 3-5i$$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

따라서 $z=2+i$ 이다.

7. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x + \frac{1}{x} = t$ 라 하고,

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

9. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

10. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0,$$
$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0$

∴ $x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$

∴ $x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x - 1)^2(x - 2) = 0$

∴ $1, 2$

∴ 공통근 : $x = 1$

11. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ㉠ $\frac{1}{4}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 0 ㉣ 1 ㉤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

12. 등식 $x^3 + x - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$ 가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 3

④ 7

⑤ -7

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x - 1 \\ &= (x - a)(x - b)(x - c) \\ &= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc \\ &\therefore a + b + c = 0, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3 \end{aligned}$$

13. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2\text{일 때}, (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2+3x+2 로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+5$

② $-3x$

③ $3x+6$

④ $4x+7$

⑤ $5x+8$

해설

다항식 $f(x)$ 를 x^2+3x+2 , 즉 $(x+1)(x+2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b \text{로 놓을 수 있다.}$$

문제의 조건에서 $f(-1) = 3$, $f(-2) = -1$ 이므로

$$f(-1) = -a + b = 3$$

$$f(-2) = -2a + b = -1$$

이것을 풀면 $a = 4$, $b = 7$

따라서, 구하는 나머지는 $4x+7$

15. x 에 관한 항등식 $x^3 + 2x^2 - 3x + 5 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 를 만족시키는 a, b, c, d 에 대하여 $abcd$ 의 값은?

① -10 ② 10 ③ 50 ④ 100 ⑤ 200

해설

$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$
 $= (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d$
 $= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d$
따라서 $x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ 를 $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막의 몫이 a 이다.

$a = 1, b = 5, c = 4, d = 5$
 $\therefore abcd = 100$

16. 다음 중 $x(x+1)(x+2)(x+3)-24$ 의 인수인 것은?

① $(x-4)$

② $(x+1)$

③ (x^2-3x+6)

④ (x^2+3x+6)

⑤ (x^2-3x-6)

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)-24 \\ &= x(x+3)(x+1)(x+2)-24 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)-24 \\ & x^2+3x=X \text{로 치환하면} \\ & X(X+2)-24=X^2+2X-24 \\ &= (X+6)(X-4) \\ &= (x^2+3x+6)(x^2+3x-4) \\ &= (x^2+3x+6)(x-1)(x+4) \end{aligned}$$

17. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

18. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$
 $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면
 $A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$
 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$
 $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$
따라서, $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.
 $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
 $B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 0, b = -4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 7$

19. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?
- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면
 $L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2)$ 이고,
 L 을 인수분해하면
 $L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$
 $\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$
따라서, 두 다항식은
 $(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$
 $(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10$ 이므로
두 다항식의 합은
 $(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$

20. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3} \text{ 이므로,}$$

$$\text{두 근은 } 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$$

$$p = -(\text{두근의 합}) = -4$$

$$q = (\text{두근의 곱}) = 1$$

$$\therefore p + q = -3$$

21. x 에 관한 다음 이차방정식이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 또 음근의 절댓값이 양근 보다 크기 위한 m 의 범위를 구하면?

$(m+3)x^2-4mx+2m-1=0$

- ① $-2 < m < 0$

②

 $-3 < m < 0$

③ $-2 < m < 1$
- ④ $-2 < m < 2$

⑤ $-2 < m < 3$

해설

음근의 절댓값이 양근보다 크기 위한 조건은
 $\alpha + \beta < 0, \alpha\beta < 0$
 $\alpha + \beta = \frac{4m}{m+3} < 0$
 $\therefore 4m(m+3) < 0$
 $\therefore -3 < m < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $\alpha\beta = \frac{2m-1}{m+3} < 0$
 $\therefore (2m-1)(m+3) < 0$
 $\therefore -3 < m < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 동시에 만족하는 m 의 범위는
 $-3 < m < 0$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 6$ 이 $x = 1$ 일 때 최솟값 5를 가진다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + 6 \\&= a(x-1)^2 + 5 \\&\quad (\because x=1 \text{일 때, 최솟값 } 5 \text{를 가진다.}) \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 5 \\&= ax^2 - 2ax + a + 5 \\\therefore a + 5 &= 6, \quad -2a = b \\\therefore a &= 1, \quad b = -2 \\\therefore a + b &= 1 + (-2) = -1\end{aligned}$$

23. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

24. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

25. 두 다항식 $x^2 + 4x + 2k$ 와 $x^2 + 3x + k$ 의 최대공약수가 x 에 대한 일차식일 때, 상수 k 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = x^2 + 4x + 2k, B = x^2 + 3x + k$ 라고 하면 $A - B = x + k$
 $A - B$ 는 최대공약수 G 를 인수로 갖고,
주어진 조건에서 두 식의 최대공약수가 일차식이므로
두 식의 최대공약수는 $x + k$ 이다.
 A, B 는 최대공약수 $x + k$ 를 인수로 가지므로
 A 에 $x = -k$ 를 대입하면
 $k^2 - 2k = 0, k(k - 2) = 0$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서, k 값들의 합은 2이다.

26. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}, \quad |a+b| > |c|$ 인 a, b, c 에 대하여

$\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$ 의 값은?

- ① $2a$ ② $2b$ ③ $-2c$ ④ $-2a$ ⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \leq 0, b \leq 0$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0, c \geq 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore a+b+c < 0$

$\therefore$ (주어진 식) $= |a+b+c| - |a+b| - |c|$
 $= -(a+b+c) + (a+b) - c$
 $= -2c$

27. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{1}{\beta}$ ② $\frac{2}{\beta}$ ③ β ④ 2β ⑤ β^2

해설

$$\begin{aligned}\beta^2 - \beta + 1 &= 0 \\ \alpha\beta &= 1 \text{에서 } \beta = \frac{1}{\alpha}, \\ \beta^2 &= \frac{1}{\alpha^2} \\ 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} &= 1 + \beta + \beta^2 = 2\beta \\ (\because \beta^2 + 1 &= \beta)\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(\text{별해1}) \\ 1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} &= \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha^2} = \frac{2}{\alpha} \quad (\because \alpha^2 - \alpha + 1 = 0) \\ \alpha\beta &= 1 \text{에서 } \beta = \frac{1}{\alpha} \\ \therefore \frac{2}{\alpha} &= 2\beta \\ (\text{별해2}) \\ x^2 - x + 1 &= 0 \text{의 근은 } \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \\ \alpha &= \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{라 하면} \\ \frac{2}{\alpha} &= \frac{2}{\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}} = 1 - \sqrt{3}i = 2\beta\end{aligned}$$

28. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$ 의 그래프가 직선 $y = mx - 2$ 보다 위쪽에 있을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?
- ㉠ $-6 < m < 2$ ㉡ $-4 < m < 1$ ㉢ $-2 < m < 0$
 ㉣ $2 < m < 5$ ㉤ $4 < m < 6$

해설

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2x + 2 > mx - 2$ 가 성립하므로
 $x^2 - (m + 2)x + 4 > 0$ 에서
 이차방정식 $x^2 - (m + 2)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = (m + 2)^2 - 16 < 0$
 $(m + 6)(m - 2) < 0$
 $\therefore -6 < m < 2$

29. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 - 2ax + 4a - 4 = (x - a)^2 - a^2 + 4a - 4$
이므로 $x = a$ 일 때 최솟값 $-a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.
 $\therefore m = -a^2 + 4a - 4 = -(a - 2)^2$
따라서 m 은 $a = 2$ 일 때 최댓값 0을 가진다.

30. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = 0$ 이 $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 한 근으로 가질 때, $2a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x = -1 + \sqrt{2}$ 에서 $x + 1 = \sqrt{2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $x^2 + 2x - 1 = 0$
 $\therefore x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx - 5 = (x^2 + 2x - 1)(x^2 + cx + 5)$
 $= x^4 + (2 + c)x^3 + (4 + 2c)x^2 + (10 - c)x - 5$
 $\therefore 2 + c = 5, 4 + 2c = a, 10 - c = b$
 $\therefore a = 10, b = 7, c = 3$

31. $\alpha = \frac{1 + \sqrt{5}i}{2}$ 에 대하여 $z = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$ 이라 할 때, $7z\bar{z}$ 의 값을 구하시오.

(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 복소수 x, y 에 대하여 $\overline{\left(\frac{y}{x}\right)} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ 이다.

$z = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$ 에서 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{5}i}{2}$ 이므로

직접 α 를 대입하여 z 를 구하고 $\bar{z}$ 를 구해서 풀 수도 있지만 그렇게 하면 계산이 너무 어려워진다.

따라서 복소수의 켤레복소수의 성질을 이용하여 풀도록 시도해 보자.

주어진 문제에서 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{5}i}{2}$

이므로 $\bar{\alpha} = \frac{1 - \sqrt{5}i}{2}$ 이다.

따라서, $\alpha + \bar{\alpha} = 1$, $\alpha\bar{\alpha} = \frac{3}{2}$ 이고

$z = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$, $\bar{z} = \frac{\bar{\alpha} - 1}{\bar{\alpha} + 1}$ 이므로

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= \frac{(\alpha - 1)(\bar{\alpha} - 1)}{(\alpha + 1)(\bar{\alpha} + 1)} \\ &= \frac{\alpha\bar{\alpha} - (\alpha + \bar{\alpha}) + 1}{\alpha\bar{\alpha} + (\alpha + \bar{\alpha}) + 1} \\ &= \frac{\frac{3}{2} - 1 + 1}{\frac{3}{2} + 1 + 1} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore 7z\bar{z} = 7 \times \frac{3}{7} = 3$$

32. $x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- $\textcircled{\tiny \Gamma} \quad x^5 + y^5 = -1$

$\textcircled{\tiny \ominus} \quad x^9 + y^9 = -1$

$\textcircled{\tiny \omin�} \quad x^{11} + y^{11} = -1$

- $\textcircled{\tiny 1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$

$\textcircled{\tiny 2} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \ominus}$

$\textcircled{\tiny 3} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \omin�}$

$\textcircled{\tiny 4} \quad \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \omin�}$

$\textcircled{\tiny 5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

각각 양변에 2을 곱하고 -1 을 이항한 후 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 + x + 1 = 0, y^2 + y + 1 = 0$$

$$x^2 = -x - 1 \cdots \textcircled{\tiny 1}$$

$\textcircled{\tiny 1}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^3 = -x^2 - x = -(x^2 + x) = 1 \quad (\because x^2 + x = -1)$$

$$x^3 = 1, y \text{에 대해서도 마찬가지로 하면 } y^3 = 1$$

$$\text{또한 } x + y = -1, xy = 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \Gamma} x^5 + y^5 &= x^3 \cdot x^2 + y^3 \cdot y^2 \\ &= x^2 + y^2 \\ &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \ominus} x^9 + y^9 &= (x^3)^3 + (y^3)^3 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \omin�} x^{11} + y^{11} &= (x^3)^3 \times x^2 + (y^3)^3 \times y^2 \\ &= x^2 + y^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

※다음과 같은 과정으로 필요한 값을 얻을 수 있다.

$$x^2 + x + 1 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \text{에서}$$

각각 양변에 $x - 1, y - 1$ 을 곱하면

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, (y - 1)(y^2 + y + 1) = 0$$

$$x^3 - 1 = 0, y^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = y^3 = 1$$

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용할 수도 있다.

x 와 y 를 X 에 대한 이차방정식의 두 근이라고 한다면 $x + y =$

$$-1, xy = 1 \text{이므로}$$

$$X^2 + X + 1 = 0 \Rightarrow X^3 = 1 \therefore x^3 = 1, y^3 = 1$$

33. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 해를 α, β 라고 할 때, 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 $f(\alpha) = \alpha, f(\beta) = \beta, f(\alpha + \beta) = \alpha + \beta, f(0) = -1$ 을 만족한다. 이 때 $ab + cd$ 의 값은?

- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근 : α, β ,
 $\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 1$
 $f(\alpha) = \alpha, f(\beta) = \beta$,
 $f(\alpha + \beta) = \alpha + \beta$ 이므로
 $f(x) - x = a(x - \alpha)(x - \beta) \{x - (\alpha + \beta)\}$
 $f(0) = -1 \Rightarrow -1 = -a\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $\therefore a = 1 (\because \alpha\beta = 1, \alpha + \beta = 1)$
 $f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - 1) + x$
 $(\because \alpha + \beta = 1)$
 $f(x) = x^3 - (\alpha + \beta + 1)x^2 + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1)x - \alpha\beta$
 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
 $\Leftrightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $a = 1, b = -2, c = 3, d = -1$
 $\therefore ab + cd = -2 - 3 = -5$