

1. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$20 = 2^2 \times 5$, $45 = 3^2 \times 5$
최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

2. 6으로 나누거나 8로 나누어도 3이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

3. $\frac{n}{18}, \frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
- 다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.
- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18 과 24 의 공배수이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

4. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 2, 6 ② 3, 11 ③ 8, 10 ④ 12, 15 ⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

5. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

6. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두 수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

7. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

8. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

9. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

10. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

- ① 3
- ② 5
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 15

해설

3) 15

5

3) 45

3) 15

5

3) 90

3) 30

2) 10

5

15=3×5 45=3²×5 90=2×3²×5

따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

11. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 10 일 때, A 와 B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 10 을 소인수분해하면 $10 = 2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개) 이다.

따라서 두 자연수 A 와 B 의 공약수의 개수는 4개이다.

12. 세 수 16, 24, 36 의 공배수 중 700 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 720

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로, 144 의 배수 중 700
에 가장 가까운 수는 720 이다.

13. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24} \\ 2 \overline{) 18 \ 12} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

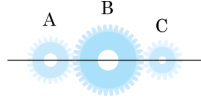
$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

14. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
-
- ① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$
세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

15. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답 :

바퀴

▷ 정답 : 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,
∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

16. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 90 이다.

17. 1부터 200까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 93 개

▷ 정답 : 93 개

해설

1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 66개
1부터 200까지의 자연수 중 5의 배수의 개수는 40개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이면서 5의 배수인 것의 개수는 13개
1부터 200까지의 자연수 중 3의 배수이거나 5의 배수인 것의 개수는
 $66 + 40 - 13 = 93$

18. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

19. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

20. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \overline{3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x} \\ 3) \overline{3 \quad 5 \quad 9} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

21. 가로 길이, 세로 길이, 높이의 길이가 각각 45cm, 60cm, 90cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자가 빈틈없이 들어있다. 과자 상자가 가장 적을 때의 개수는?

- ① 180 개 ② 72 개 ③ 36 개
④ 24 개 ⑤ 15 개

해설

과자 상자가 가장 적을 때 과자 상자 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 45, 60, 90 의 최대공약수인 15cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(45 \div 15) \times (60 \div 15) \times (90 \div 15) = 72 \text{ (개)}$$

22. 진야와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ **답:** 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4월 1일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30일 후인 5월 1일 화요일이다.

23. 가로 10cm, 세로 18cm 인 직사각형 모양의 타일로 한 변의 길이가 1m 보다 큰 정사각형을 만들 때, 최소한 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 180장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 10 과 18 의 공배수 중 세 자리의 가장 작은 자연수이다. 10 과 18 의 최소공배수는 90 이고, 90 의 배수 중 세 자리의 가장 작은 수는 180 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 180 cm 이다.

따라서 필요한 타일의 개수는 $(180 \div 10) \times (180 \div 18) = 18 \times 10 = 180$ (장)이다.

24. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 273

해설

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7,$$

두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.

$$\therefore 105 + 168 = 273$$

25. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때,
 $[[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \text{ (}\frac{p}{[p, q]}, q \text{는 서로소)} \\ &= [1, 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$