

1. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

2. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

3. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x + 2$ 로도 나누어떨어지고, $x - 1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

4. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

5. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식) $= (x-1)(x-2)(x-3)$

6. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$

- ① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$ $3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$ $x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$ 따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

7. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로
 $x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는
모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.
 $\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2$, $b = 1$
 $\therefore a + b = -1$

8. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} &(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, \quad b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$

㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

9. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

10. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$ 의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r \quad (a, r \text{ 는 상수}) \text{라 하면}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$$

$\therefore$ 일차항의 계수는 -1

12. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서

$f(-2) = g(-2)$ 이므로

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

13. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a+b+c+d+k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a+9$	$9a+24$
	1	$a+3$	$3a+8$	$9a+b+24$

이때 $k=3$, $c=3$, $a+3=4$, $3a+9=d$, $9a+b+24=37$

이므로

$k=3$, $c=3$, $a=1$, $d=12$, $b=4$

따라서 $a+b+c+d+k=1+4+3+12+3=23$

14. 임의의 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때, $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

- ① 56
- ② 28
- ③ -28
- ④ -46
- ⑤ -56

해설

a, b, c, d 는 $2x^3 - 5x + 2$ 를 $(x + 1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

-1	2	0	-5	2	
		-2	2	3	
-1	2	-2	-3	5	← d
		-2	4		
-1	2	-4	1		← c
		-2			
-1	2	-6			← b
	↑				
	a				

$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$

15. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

16. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$
$$= \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

- ① 0
- ② -1
- ③ 1
- ④ -10
- ⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면,

(우변) $= \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$

양변의 계수를 비교하면

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$

17. 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에 대하여 $a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c$ 인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

18. 삼차항의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이 성립할 때, $f(0)$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -3 ④ 1 ⑤ 3

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 두면,

$$f(1) = 1 + a + b + c = 3$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 3$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 3$$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = -6, b = 11, c = -3$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$$

$$\therefore f(0) = -3$$

해설

$f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이므로

$$f(x) - 3 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$f(0) - 3 = -1 \times (-2) \times (-3) = -6$$

$$\therefore f(0) = -3$$

19. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $x^{100}-1=a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{100}(x-1)^{100}$ 이 성립할 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2^m+k$ 이다. $m+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98

해설

$x=0$ 을 대입하면

$$a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{100}=-1\cdots\textcircled{1}$$

$x=2$ 를 대입하면

$$a_0+a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=2^{100}-1\cdots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2}: 2(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100})=2^{100}-2$$

$$\therefore a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2^{99}-1$$

$$\therefore m=99, k=-1 \text{ 이므로 } m+k=98$$

20. x 에 대한 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $f(x)$ 의 상수항은?

- ① 11
- ② 12
- ③ 13
- ④ 14
- ⑤ 15

해설

$f(x) + 8 = (x + 2)^2(ax + b) \cdots \textcircled{㉠}$

$1 - f(x) = (x^2 - 1)Q(x) \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡}$ 에서 $f(1) = 1, f(-1) = 1$

그러므로 $\textcircled{㉠}$ 에서

$1 + 8 = 9(a + b) \cdots \textcircled{㉢}$

$1 + 8 = -a + b \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}$ 에서 $a = -4, b = 5$

$\therefore f(x) = (x + 2)^2(-4x + 5) - 8$

$\therefore$ 상수항은 $f(0) = 2^2 \cdot 5 - 8 = 12$

21. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

22. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

9999 = a 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$

23. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 4
- ② -4
- ③ 8
- ④ -8
- ⑤ 2

해설

$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$
 $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$
 $\quad = (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$
 $\therefore$ 두 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)(x-3)$
그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로
세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.
 $\therefore$ 다항식 $C(\pm 1) = 0$
 $\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0, C(-1) = a + b + 4 = 0$
 $\therefore a = 0, b = -4$ 에서 $a + b = -4$

24. 최고차항의 계수가 1 인 두 이차다항식 A, B 에 대하여 A, B 의 최대공약수를 (A, B) , A, B 의 최소공배수를 $[A, B]$ 라 하자. 다항식 A, B 가

$$(A + B, A - B) = 2x - 3, [A + B, A - B] = 2x^2 + x - 6$$

을 만족할 때, $2[A, B] = 0$ 과 같은 해를 갖는 것은?

- ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ ② $x^3 + 4x^2 - 2x - 7$
 ③ $x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ ④ $3x^3 - x^2 + 2x - 1$
 ⑤ $-x^3 + 2x^2 - 5x + 7$

해설

$A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소) 라 하자.
 $(A + B, A - B) = ((a + b)G, (a - b)G) = 2x - 3$ 이므로
 G 는 $2x - 3$
 따라서 A, B 는 $2x - 3$ 으로 나누어떨어지고 a, b 는 일차식이다.
 또 $[A + B, A - B] = [(a + b)G, (a - b)G] = 2x^2 + x - 6$
 $= (x + 2)(2x - 3)$ 이므로 $(a + b)(a - b)G = (x + 2)(2x - 3)$
 $\therefore (a + b)(a - b) = x + 2$ 이고
 a, b 는 모두 일차식이므로
 $a + b = x + 2, a - b = 1$ 이라 하고 연립하여 풀면
 $a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$
 $b = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 $\therefore [A, B] = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)(2x - 3)$
 $= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\right)(2x - 3)$
 $= \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{8}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $= \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $\therefore 2[A, B] = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2}$
 따라서 $2[A, B]$ 와 같은 것은 ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ 이다.

25. $\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = k \times 10^n$ (단, $0 < k < 10$, n 은 자연수)로 나타낼 때, n 의 값을 구하면?

- ① 72 ② 71 ③ 70 ④ 69 ⑤ 68

해설

$$\begin{aligned} \frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} &= N \text{이라고 하면} \\ \frac{10^{85}}{10^{15} + 10^{15}} &< N < \frac{10^{85}}{10^{15}} \\ \frac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} &< N < \frac{10 \times 10^{84}}{10^{15}} \\ 5 \times 10^{69} &< N < 10 \times 10^{69} \\ \text{따라서 } N &= k \times 10^{69} (5 < k < 10) \\ \therefore n &= 69 \end{aligned}$$

26. $x - y = 1$ 이고 $x^2 + y^2 = -1$ 일 때, $x^{10} + y^{13}$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x - y = 1$ 에서 $y = x - 1$
이것을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2x^2 - 2x + 2 = 0$
 $x^2 - x + 1 = 0$
양변에 $x + 1$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$
 $\therefore x^3 = -1$
또 $x = y + 1$ 을 $x^2 + y^2 = -1$ 에 대입하면
 $2y^2 + 2y + 2 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \therefore y^3 = 1$
 $\therefore x^{10} + y^{13} = (x^3)^3 \cdot x + (y^3)^4 \cdot y$
 $= (-1)^3 \cdot x + 1^4 \cdot y$
 $= -(x - y) = -1$

27. $x-1$ 로 나누면 나머지가 1이고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 -1 인 다항식 $f(x)$ 가 있다. $f(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. $f(0)=0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $Q(0)=0$ 이다.

㉡ $f(x)$ 는 이차식이 될 수 없다.

㉢ $f(x)$ 가 삼차식이면 $f(x)=x^3$ 이다

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$$
$$f(1)=a+b=1, \quad f(-1)=-a+b=-1$$
$$\therefore a=1, \quad b=0$$
$$\therefore f(x)=(x^2-1)Q(x)+x$$

㉠ $f(0)=-Q(0)=0 \quad \therefore$ 참

㉡ $f(x)$ 가 이차식이기 위해서는 $Q(x)$ 가 0이 아닌 상수이어야 하는데 $Q(0)=0$ 이므로 그런 경우는 없다. $\therefore$ 참

㉢ $Q(0)=0$ 이므로 $Q(x)=ax \ (a \neq 0)$
 $\therefore f(x)=ax(x^2-1)+x \ (a \neq 0) \quad \therefore$ 거짓

28. x^4 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $q(x)$, 나머지를 r_1 이라 하고, $q(x)$

를 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 나머지를 r_2 라 할 때, r_2 의 값은?

- ① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$x^4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)q(x) + r_1 \text{ 에서 } x = -\frac{1}{2} \text{ 을 대입하면}$$

$$r_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{2}\right)q(x) = x^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\text{이때, } a = -\frac{1}{2} \text{로 놓으면 } (x-a)q(x) = x^4 - a^4$$

$$\therefore q(x) = (x^4 - a^4) \div (x - a)$$

$$= (x+a)(x^2+a^2)$$

따라서, $q(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 나머지 r_2 는

$$q(a) = 4a^3$$

$$\therefore q\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$= -\frac{1}{2}$$

29. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$ 이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 8이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x^2 - x - 2$ ② $x^2 - x + 2$ ③ $x^2 + x - 2$
④ $-x^2 + 3x$ ⑤ $-x^2 + 3x + 2$

해설

$f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지는 $ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + a(x-1)^2 + (x+1)$$

($\because f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$)

양변에 $x = -2$ 를 대입하면 $f(-2) = 9a + (-2) + 1 = 8$

$$\therefore a = 1$$

$$ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 + x + 1 = x^2 - x + 2$$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $x^2 - x + 2$

30. 다음 중 $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$ 의 값과 같은 것은?

- ① $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$ ② $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$ ③ $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$
 ④ $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$ ⑤ $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서 $\frac{997}{1000}$ 과 $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면 $\frac{997+3}{1000} = 1$ 이므로

$a = \frac{997}{1000}$, $b = \frac{3}{1000}$, $c = -1$ 이라 하면

$a + b + c = 0$ 이 된다.

따라서 $a + b + c = 0$ 이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 에서 } a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{ 의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{ 와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$

31. 다음 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 이차식일 때, 상수 a, b 의 값의 곱 ab 를 구하면?

$$A = x^3 - ax - 2 \quad B = x^3 - 2x^2 + bx + 2$$

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} A = x^3 - ax - 2 \\ B = x^3 - 2x^2 + bx + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = x(2x^2 - 2x - a + b) \\ A - B = 2x^2 - (a + b)x - 4 \end{cases}$$

A, B 의 최대공약수는 $A + B, A - B$ 의 최대공약수와 일치하고 x 는 A, B 의 공약수가 아니다.

$$\therefore 2x^2 - 2x - a + b = 2x^2 - (a + b)x - 4$$

$$\therefore a + b = 2, \quad -a + b = -4$$

$$\therefore a = 3, \quad b = -1$$

$$\text{따라서, } ab = -3$$