1. $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$가 항상 성립하도록 하는 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$이므로

$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$

$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b\cdots$㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

즉, $-a+b=-3,\ a-1=3,\ b=1$

이므로 $a=4,\ b=1$

$\therefore\ a+b=5$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 $x-2$, $x-1$로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b라 할 때, $a+b$의 값은?

① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$f(x) = (x-2)Q(x) + a$

$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$

$f(2) = 4 = a,\ f(1) = -2 = b$

$\therefore a + b = 2$

3. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+8$이 $x-1$과 $x-2$로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 $a,\ b$의 값은?

① $a=-2,\ b=-8$

② $a=3,\ b=4$

③ $a=-1,\ b=-3$

④ $a=4,\ b=-2$

⑤ $a=-3,\ b=7$

해설

$f(x)=2x^3+ax^2+bx+8$로 놓으면
$x-1$과 $x-2$로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1)=0,\ f(2)=0$이어야 한다.

$$\therefore f(1)=2+a+b+8=0,$$
$$f(2)=16+4a+2b+8=0$$

$\therefore\ a+b=-10,\ 2a+b=-12$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=-8$

4. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= X(X+1)-6 \\
&= X^2+X-6 \\
&= (X+3)(X-2) \\
&= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\
&= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)
\end{aligned}
$$

5. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

6. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

7. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0$, $g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

8. 사차식 $3x^4-5x^2+4x-7$을 이차식 A로 나누었더니 몫이 x^2-2이고 나머지가 $4x-5$일 때, 이차식 A를 구하면?

① $3x^2-2$ ② $3x^2-1$ ③ $3x^2$

④ $3x^2+1$ ⑤ $3x^2+2$

해설

검산식 : $3x^4-5x^2+4x-7=A(x^2-2)+4x-5$

$$A=\frac{3x^4-5x^2-2}{x^2-2}=3x^2+1$$

9. $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2$ 이고 $ab\neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax+by=0$ ② $a+b=x+y$ ③ $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

④ $x=y$ ⑤ $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}$

해설

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2=0$을

간단히 정리하면

$a^2y^2+b^2x^2-2abxy=0$

즉, $(ay-bx)^2=0$

$\therefore\ ay-bx=0(\because\ a,\ x,\ b,\ y$는 실수$)$

따라서, $ay=bx$에서 $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}$

10. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+y+z=1$에서

$x+y=1-z$

$y+z=1-x$

$z+x=1-y$

$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$

$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$

$=1-1+2-3=-1$

11. 두 다항식 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$, $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값을 구하면?

① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서
x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1+2x+3x^2+4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1+2x+3x^2+4x^3+5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
$\therefore\ a=b \quad \therefore\ a-b=0$

12. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$
② $\sqrt{12}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$
⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

$\therefore\ d = \sqrt{14}$

13. x에 대한 다항식 $(ax-1)^3$의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수 a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x=1$을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.
즉, $(a-1)^3=125, a-1=5$
$\therefore\ a=6$

14. x에 대한 다항식 $x^3 + kx^2 + kx - 1$을 $x - 2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_1(x)$, R_1, $x+2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_2(x)$, R_2라 할 때, $R_1 = R_2$를 만족하는 실수 k의 값을 구하면?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x^3 + kx^2 + kx - 1 &= (x-2)Q_1(x) + R_1 \\ &= (x+2)Q_2(x) + R_2 \end{aligned}$$

$x = 2$ 대입, $R_1 = 8 + 4k + 2k - 1 = 6k + 7$

$x = -2$ 대입, $R_2 = -8 + 4k - 2k - 1 = 2k - 9$

$R_1 = R_2$이므로 $6k + 7 = 2k - 9$

$\therefore\ k = -4$

15. 다항식 $f(x)$에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right)=3$, $f\left(\frac{1}{3}\right)=1$일 때, $f(x)$를 $(2x-1)(3x-1)$로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(2x-1)(3x-1)Q(x)+ax+b$

$x=\frac{1}{2}$, $x=\frac{1}{3}$을 각각 양변에 대입하면

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}a+b=3$, $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}a+b=1$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a=2 \Rightarrow a=12, b=-3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x-3$

16. 다항식 $f(x)$를 $x-2$, $x+2$로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$이다. $4a+b$의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(2)=5,\ f(-2)=3$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-4)Q(x)+ax+b \\ &= (x-2)(x+2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

$f(2)=2a+b=5,\ f(-2)=-2a+b=3$

$a=\dfrac{1}{2},\ b=4$

17. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$라고 할 때, $a+b$를 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$

$f(1)=a+b=3,\ f(2)=2a+b=1$

$a=-2,\ b=5$

$\therefore\ a+b=3$

18. $2^{16}-1$은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$을 인수분해하면
$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$
$=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\cdot17\cdot5\cdot3$
따라서 $2^{16}-1$을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수
즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

19. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 $20\,\mathrm{m}$이고 대각선의 길이가 $3\,\mathrm{m}$일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2인가?

① $12\,\mathrm{m}^2$ ② $13\,\mathrm{m}^2$ ③ $14\,\mathrm{m}^2$ ④ $15\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $16\,\mathrm{m}^2$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$4(a+b+c)=20,\ a+b+c=5$

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=3,\ a^2+b^2+c^2=9$

$$\begin{aligned}(\text{겉넓이}) &= 2(ab+bc+ca)\\ &= (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\\ &= 25-9=16(\mathrm{m}^2)\end{aligned}$$

20. $x+y=2,\ x^3+y^3=14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy=-1$ ② $x^2+y^2=6$ ③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$ ⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서

$14=2^3-3xy\times 2$

$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 에서

$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ 에서

$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서

$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$ 에서

$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

21. x에 관한 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지는 $2x+1$이고, $g(x)$를 x^2-5x+6으로 나눈 나머지는 $x-4$이다. 이 때, $(x+2)f(x)+3g(x+1)$을 $x-2$로 나눈 나머지를 구하면?

① 7 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 23

해설

$f(x)=(x^2-4)p(x)+2x+1$에서 $f(2)=5$

$g(x)=(x^2-5x+6)q(x)+x-4$에서 $g(3)=-1$

$h(x)=(x+2)f(x)+3g(x+1)$이라 놓으면,

$h(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는

$h(2)=4f(2)+3g(3)=17$

22. 1999개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n=1\cdot 3,\ 2\cdot 4,\ 3\cdot 5,\ \cdots,\ 43\cdot 45(=1935)$의 43개

23. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$[x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y]$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$$x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y$$
$$=(x-y)(x^2+xy+y^2)+xy(x-y)+2(x+y)(x-y)+(x-y)$$
$$=(x-y)\{(x+y)^2+2(x+y)+1\}$$
$$=(x-y)(x+y+1)^2$$
$$p=-1, q=1, r=1$$
$$\therefore\ p^2+q^2+r^2=3$$

24. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}
&ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)\\
&=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2\\
&=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)\\
&=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&=-(b+c)(a-b)(a-c)\\
&=(a-b)(b+c)(c-a)
\end{aligned}$$

25. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$a-b=1+i$ ⋯⋯ ㉠

$b-c=1-i$ ⋯⋯ ㉡

㉠+㉡을 계산하면 $a-c=2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{(1+i)^2+(1-i)^2+(-2)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{1+2i-1+1-2i-1+4\}$

$=2$

26. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$　　② $(b+c)^2$　　③ $(a+b)(b+c)$

④ $(a-b)(a-c)$　　⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)$ $(\because\ c=-a-b)$

$=2a^2-ab-b^2$

$=(a-b)(2a+b)$

$=(a-b)(a+b+a)$

$=(a-b)(a-c)$ $(\because a+b=-c)$

27. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $\dfrac{a-b+c}{a+b+c}=\dfrac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 빗변의 길이가 a인 직각삼각형

② 빗변의 길이가 b인 직각삼각형

③ 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

④ $a=b$인 이등변삼각형

⑤ $b=c$인 이등변삼각형

해설

$\dfrac{a-b+c}{a+b+c}=\dfrac{-a-b+c}{a-b-c}$ 에서

$(a-b+c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a-b+c)$

$(a-b+c)(a-b-c)+(a+b+c)(a+b-c)=0$

(좌변)

$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}+\{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}$

$=(a-b)^2-c^2+(a+b)^2-c^2$

$=a^2-2ab+b^2-c^2+a^2+2ab+b^2-c^2$

$=2a^2+2b^2-2c^2$

따라서, $2a^2+2b^2-2c^2=0$이므로 $a^2+b^2=c^2$

그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

28. 다항식 $x^{2005}+x^5+x^3+1$을 삼차식 x^3+x^2+x+1로 나누었을 때의 나머지는?

① x^2-3　② x^2+x-2　③ $-x^2-1$

④ $-x^2+x$　⑤ $x-1$

해설

$x^{2005}+x^5+x^3+1=(x^3+x^2+x+1)Q(x)+ax^2+bx+c=$
$(x+1)(x^2+1)Q(x)+ax^2+bx+c$ 양변에 $x=-1$을 대입하면
$a-b+c=-2\cdots$ ㉠
$(x^2)^{1002}\times x+(x^2)^2\times x+x^2\times x+1$
$=(x+1)(x^2+1)Qx+ax^2+bx+c$에서
양변에 $x^2=-1$을 대입하면
$x+x-x+1=-a+bx+c$
$x+1=bx+c-a$
$\therefore\ b=1,\ c-a=1\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a=-1,\ b=1,\ c=0$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x^2+x$

해설

$x^{2005}+x^5+x^3+1$
$=(x^3+x^2+x+1)Q(x)+ax^2+bx+c$
$=(x+1)(x^2+1)Q(x)+ax^2+bx+c$
양변에 $x^2=-1$을 대입하면 좌변이 $x+1$
즉, 좌변의 식을 x^2+1로 나눈 나머지가 $x+1$
따라서 $ax^2+bx+c=a(x^2+1)+x+1$
$x^{2005}+x^5+x^3+1$
$=(x+1)(x^2+1)Q(x)+a(x^2+1)+x+1$
$=(x^2+1)\{(x+1)Q(x)+a\}+x+1$
양변에 $x=-1$을 대입하면 $-2=2a$
$\therefore\ a=-1$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x^2+x$

29. 다항식 x^6을 $x+\frac{1}{2}$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 할 때, $Q(x)$를 $x+\frac{1}{2}$로 나눌 때의 나머지는?

① $\frac{1}{64}$　② $-\frac{1}{32}$　③ $\frac{3}{32}$　④ $-\frac{3}{16}$　⑤ $\frac{1}{16}$

해설

나머지정리에 의하여 $R=\left(-\frac{1}{2}\right)^6$

$a=-\frac{1}{2}$로 놓으면

$R=a^6$

$x^6=(x-a)Q(x)+a^6$에서

$$Q(x)=\frac{x^6-a^6}{x-a}$$
$$=x^5+ax^4+a^2x^3+a^3x^2+a^4x+a^5$$

$Q(x)$를 $x-a$로 나눈 나머지는 $Q(a)$의 값과 같으므로 $Q(a)=6a^5$

따라서 $Q\left(-\frac{1}{2}\right)=6\left(-\frac{1}{2}\right)^5=-\frac{3}{16}$

30. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, x^2-4x+5, $(x-1)(x^2-4x+5)$ 로 나누면 나머지가 각각 4, $px+q$, $(x-r)^2$ 이 될 때, pqr 의 값은? (단, $r>0$)

① -24 ② -36 ③ 20 ④ 18 ⑤ 14

해설

$f(x)=(x^2-4x+5)Q(x)+px+q\cdots$①
$=(x-1)(x^2-4x+5)Q'(x)+(x-r)^2\cdots$②
$=(x-1)(x^2-4x+5)Q'(x)+(x^2-4x+5)+px+q\cdots$③
$f(1)=4$ 이므로 ②에서 $f(1)=(1-r)^2=4$
$r>0$ 이므로 $r=3$
②, ③을 비교해 보면
$(x-r)^2=(x^2-4x+5)+px+q$
$r=3$ 을 대입하면
$(x-3)^2=x^2+(p-4)x+(q+5)$
$\therefore\ p-4=-6,\ q+5=9$
$\therefore\ p=-2,\ q=4$
$\therefore\ pqr=-24$

31. a, b 가 양의 정수이고, 다항식 $f(x) = x^4 + ax^3 + x^2 + bx - 2$ 이다. $f(x)$ 가 일차식 $x - \alpha$ 를 인수로 갖게 하는 정수 α 의 값과 $a, b(a > b)$ 의 값에 대하여 $\alpha^2 + a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

α가 될 수 있는 상수항 -2의 약수인 ±1, ± 2을 준식에 차례로 대입해 보면

$f(1) = 1 + a + 1 + b - 2 = 0,\ a + b = 0$

$f(-1) = 1 - a + 1 - b - 2 = 0,\ a + b = 0$

$f(2) = 16 + 8a + 4 + 2b - 2 = 0,\ 4a + b = -9$

$f(-2) = 16 - 8a + 4 - 2b - 2 = 0,\ 4a + b = 9$

그런데, 위의 세 식은 a, b가 양의 정수라는 조건을 충족시키지 못한다.

$\therefore\ \alpha = -2$ 이고 $4a + b = 9$

$\alpha = -2, a = 2,\ b = 1\ (\because\ a > b\ )$

$\therefore\ \alpha^2 + a^2 + b^2 = 9$

32. $10^{20}-4$ 과 $10^{30}-8$ 의 최대공약수는 몇 자리의 자연수인가?

① 10자리 ② 11자리 ③ 12자리

④ 13자리 ⑤ 14자리

해설

$$10^{20}-4=(10^{10})^2-2^2$$
$$=\left(10^{10}-2\right)\left(10^{10}+2\right)$$
$$10^{30}-8=(10^{10})^3-2^3$$
$$=\left(10^{10}-2\right)\left(10^{20}+10^{10}\times 2+4\right)$$

$\therefore$ 최대 공약수는 $2\left(10^{10}-2\right)=2\cdot 10^{10}-4$

$\therefore$ 11자리수

33. x에 대한 두 다항식 $A=x(x-a-4)(x+a^2-1)$, $B=(x+3)(x+a)(x+a^2-5)$의 최대공약수가 x에 대한 이차식이 되도록 하는 정수 a에 대하여 a^2+a의 값을 구하면?

① 20 ② 16 ③ 10 ④ 5 ⑤ 2

해설

ⅰ) A의 인수 x를 최대공약수의 인수라고 하면
B에서 $x=0$을 대입하면
$3a(a^2-5)=0$, $a=0(\because a$가 정수$)$
$\Rightarrow$두 식의 최대공약수는 이차가 아니다.
ⅱ) B의 인수 $x+3$이 최대공약수의 인수라고 하면
A에서 $x=-3$을 대입하면
$-3(-a-7)(a^2-4)=0$, $a=-7, 2, -2$
$a=-7, 2$일 때 A, B의 최대공약수는 일차식
$a=-2$일 때
즉, $(x+3)(x-2)$가 최대공약수가 이차식이다.
$\therefore$ $a=-2$, $a^2+a=2$