1. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변)이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

② $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

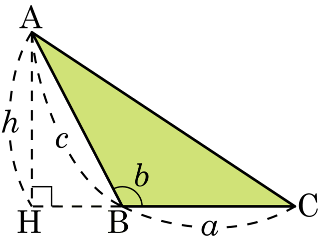
④ $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle C = 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
c 가 가장 긴 변이므로
$c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90°$ 이다.

2. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것은?



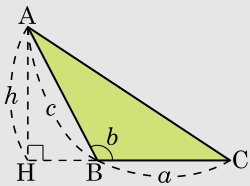
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 180° - \angle B$

$\sin(180° - \angle B) = \dfrac{\square}{\square}$ 이므로 $h = \square \times \square$

$\therefore\ \triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180° - \angle B)$

① $\dfrac{h}{a}, a, \tan(180° - \angle B)$
② $\dfrac{c}{a}, a, \sin(180° - \angle B)$
③ $\dfrac{h}{c}, c, \cos(180° - \angle B)$
④ $\dfrac{c}{h}, c, \sin(180° - \angle B)$
⑤ $\dfrac{h}{c}, c, \sin(180° - \angle B)$

해설



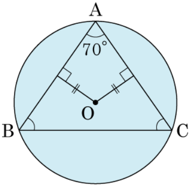
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 180° - \angle B$

$\sin(180° - \angle B) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$h = c \times \sin(180° - \angle B)$

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{1}{2}ac\sin(180° - \angle B)$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

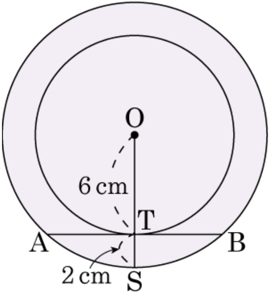
해설

원의 중심에서 접선까지의 거리가 같으므로

$\overline{AB} = \overline{AC}$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로,

$\angle B = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \square\sqrt{\square}(\mathrm{cm})$ 라 할 때, □안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 작은 원의 접선이다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

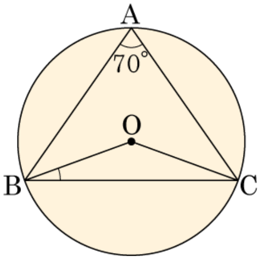
▷ 정답 : 7

해설

$\overline{\mathrm{AT}} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

5. 다음 그림에서 $\angle BAC = 70°$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기는?



① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$

④ $30°$ ⑤ $35°$

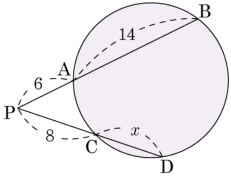
해설

$\angle BOC = 2 \times 70° = 140°$

$\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

6. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하면?

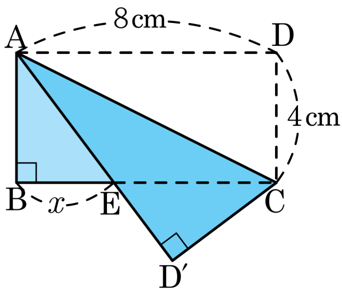


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $8 \times (8 + x) = 6 \times 20,\ x = 7$

7. 가로의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** $3\,\underline{\mathrm{cm}}$

해설

$\overline{\mathrm{EC}} = 8 - x$, $\overline{\mathrm{D'C}} = \overline{\mathrm{DC}} = 4(\mathrm{cm})$

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{DAC}(\because$ 엇각$) = \angle\mathrm{CAE}$

$\triangle\mathrm{AEC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EC}} = 8 - x$

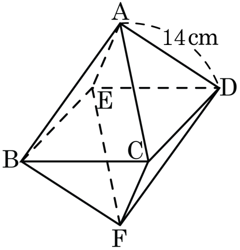
$\therefore\ \overline{\mathrm{ED'}} = x$

$\triangle\mathrm{ED'C}$ 에서 $\overline{\mathrm{EC}}^2 = \overline{\mathrm{ED'}}^2 + \overline{\mathrm{D'C}}^2$

$(8 - x)^2 = x^2 + 16$

$\therefore\ x = 3(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?



① $\dfrac{2740\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

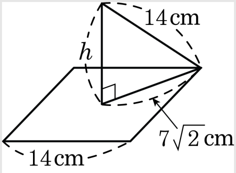
② $\dfrac{2741\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

③ $\dfrac{2743\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

④ $\dfrac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

⑤ $\dfrac{2746\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

해설



높이를 h, 부피를 V라 하면

$$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$$

9. $0° < x < 90°$ 일 때, $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ 을 만족시키는 x 의 값은?

① $0°$ ② $15°$ ③ $30°$ ④ $45°$ ⑤ $60°$

해설

$\sin x = \mathrm{A}$ 라고 하면

$2\mathrm{A}^2 - 3\mathrm{A} + 1 = 0$

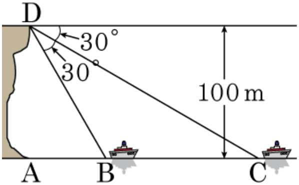
$(2\mathrm{A} - 1)(\mathrm{A} - 1) = 0$

$\mathrm{A} = \frac{1}{2},\ 1$

$\sin x = \frac{1}{2},\ \sin x = 1$ 즉, $x = 30°$ 또는 $x = 90°$ 이다.

$0° < x < 90°$ 이므로 $x = 30°$ 이다.

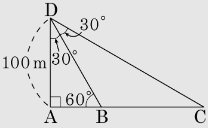
10. 높이 100m 인 절벽에서 배의 후미를 내려다 본 각의 크기는 $60°$ 였다. 10 분 후 다시 배의 후미를 내려다 보니, 내려다 본 각의 크기는 $30°$ 이었다. 이 배가 10 분 동안 간 거리는?



① $50\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ ② $\dfrac{125\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{m}$ ③ $\dfrac{200\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{m}$

④ $\dfrac{175\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{m}$ ⑤ $\dfrac{215\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{m}$

해설



$$\overline{AB} = 100\tan 30° = 100 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{3}\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

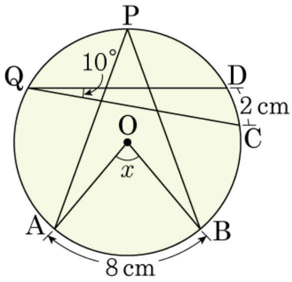
$$\overline{AC} = 100\tan 60° = 100\sqrt{3}(\mathrm{m})$$

따라서 $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$

$$= \left(100 - \frac{100}{3}\right)\sqrt{3}$$

$$= \frac{200}{3}\sqrt{3}(\mathrm{m})$$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\circ}$

▷ **정답 :** 80 $\underline{\circ}$

해설

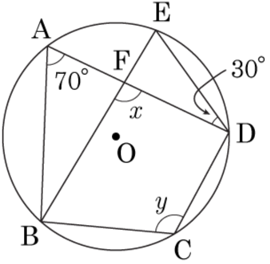
$5.0\text{pt}\widehat{\mathrm{AB}} : 5.0\text{pt}\widehat{\mathrm{CD}} = \angle\mathrm{APB} : \angle\mathrm{CQD}$

$4 : 1 = \angle\mathrm{APB} : 10\,^\circ$

$\angle\mathrm{APB} = 40\,^\circ$

$\therefore\ \angle x = 40\,^\circ \times 2 = 80\,^\circ$

12. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① $200°$ ② $210°$ ③ $220°$

④ $230°$ ⑤ $240°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AE}$ 에 대하여 $\angle ADE = \angle ABE$ 이므로 $\angle ABE = 30°$

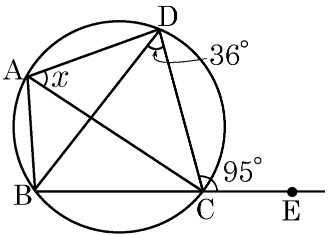
한편, $\triangle ABF$ 에서 $\angle x = \angle ABF + \angle BAF = 30° + 70° = 100°$

또한, $\square ABCD$ 에서 대각의 합은 $180°$ 이므로

$\angle y = 180° - 70° = 110°$

$\therefore \angle x + \angle y = 100° + 110° = 210°$

13. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36°$ (호 BC 의 원주각)

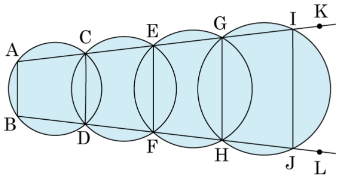
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCE$

$36° + \angle x = 95°$

$\therefore \ \angle x = 59°$

14. 다음 그림과 같이 원의 교점을 $\overleftrightarrow{AK}$, $\overleftrightarrow{BL}$ 이 지날 때, $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 말하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{EF}$

▷ 정답 : $\overline{IJ}$

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로

$\angle ABD = \angle DCE$

□CDFE 도 원에 내접하므로

$\angle DCE = \angle EFH$

□EFHG 도 원에 내접하므로

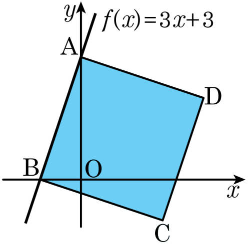
$\angle EFH = \angle HGI$

□GHJI 도 원에 내접하므로

$\angle HGI = \angle IJL$

$\therefore$ $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{IJ}$ ($\because$ $\angle ABD = \angle EFH = \angle IJL$ 으로 동위각의 크기가 같다)

15. 함수 $f(x)$ 와 y 축, x 축이 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

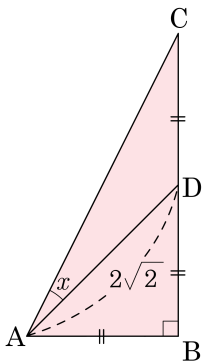
$\mathrm{A}=(0,3)$, $\mathrm{B}=(-1,0)$ 이므로

$\overline{\mathrm{OA}}=3$, $\overline{\mathrm{OB}}=1$

따라서 피타고라스 정리에 대입하면 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{10}$ 이 성립한다.

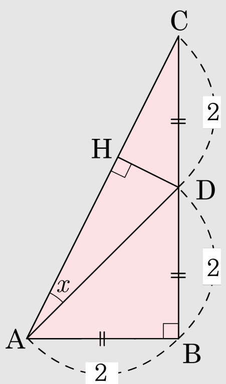
그러므로 구하고자 하는 □ABCD 의 넓이는 10 이다.

16. 다음 직각삼각형에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



① $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　② $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　③ $\dfrac{3}{10}$
④ $\dfrac{10\sqrt{10}}{3}$　⑤ $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

해설



$$\cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD} = 2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

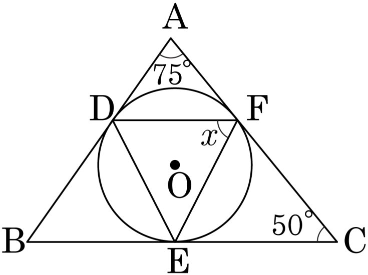
$$\triangle ACD = \triangle ABC - \triangle ABD = 2$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{DH} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot\overline{DH} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{DH} = \frac{2}{\sqrt{5}},\quad \overline{AH} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DH}^2} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

따라서 $\cos x = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AD}} = \dfrac{\frac{6}{\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ 이다.

17. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle DAF = 75°$, $\angle ECF = 50°$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : 62.5 $\underline{°}$

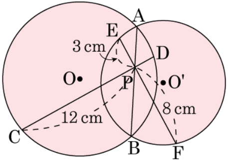
해설

$\angle ABC = 180° - (75° + 50°) = 55°$

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BED = \angle DFE = (180° - 55°) \div 2 = 62.5°$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 점 P 는 원 O 의 현 CD 와 원 O′ 의 현 EF 의 교점이다. $\overline{PE}=3\,\mathrm{cm}$, $\overline{PF}=8\mathrm{cm}$, $\overline{PC}=12\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

원 O 에서 $\overline{AP}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}\cdots$ ㉠

원 O′ 에서 $\overline{AP}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$

$12\times\overline{PD}=3\times8 \qquad \therefore \overline{PD}=2(\mathrm{cm})$

19. 변의 길이가 각각 4, 6, 8 인 삼각형 ABC 에서 변 AB, BC, CD 의 중점을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 87

해설

파푸스의 정리에 의해

$$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2=2\left\{\overline{\mathrm{AE}}^2+\left(\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{2}\right)^2\right\}\cdots ㉠$$

$$\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{AB}}^2=2\left\{\overline{\mathrm{BF}}^2+\left(\frac{\overline{\mathrm{CA}}}{2}\right)^2\right\}\cdots ㉡$$

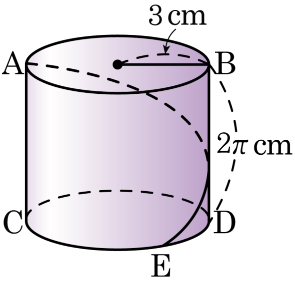
$$\overline{\mathrm{CA}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2=2\left\{\overline{\mathrm{CD}}^2+\left(\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{2}\right)^2\right\}\cdots ㉢$$

㉠ + ㉡ + ㉢를 하면

$$\frac{3}{4}\left(\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2\right)=\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2$$

$$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=\frac{3}{4}\left(4^2+6^2+8^2\right)=87$$

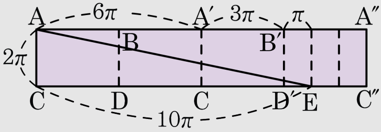
20. 다음 원기둥의 점 A 에서 출발하여 모선 BD 를 두 번 지난 후, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 를 2 : 1 로 나누는 점 E 로 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{26}\pi$ cm

해설



$$\overline{\mathrm{AE}}^2 = \overline{\mathrm{AC}}^2 + \overline{\mathrm{CE}}^2$$
$$= (2\pi)^2 + (10\pi)^2 = 104\pi^2$$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}} = 2\sqrt{26}\pi(\text{ cm})$