

1. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 라고 할 때, 12 를 x, y 를 이용해 나타낸 것으로 옳은 것은?

① x^4y^3

② x^4y^2

③ x^7

④ x^3y^3

⑤ x^3y^4

해설

$$12 = \sqrt{144} = \sqrt{2^4 3^2} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{3^2} = x^4 y^2$$

2. $\sqrt{27}$ 은 $\square$ 의 3 배이고, $\sqrt{\frac{1}{8}}$ 은 $\square$ 의 $\frac{1}{2}$ 배일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 차례로 써라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{3}$

▷ 정답: $\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

$$\sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{1}{2 \times 2 \times 2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

3. $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{150} - \sqrt{48}$ 을 x, y 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $5xy - 4y$ 또는 $\frac{10y}{x} - 4y$

해설

$$150 = \frac{300}{2}, 48 = 16 \times 3 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{150} - \sqrt{48} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 4\sqrt{3} = \frac{10y}{x} - 4y$$

또는

$$150 = 5^2 \times 6, 48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{150} = 5\sqrt{6} = 5\sqrt{2}\sqrt{3}, \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{150} - \sqrt{48} = 5\sqrt{2}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 5xy - 4y$$

4. $ax^2 + 40x + 16$ 이 완전제곱식이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 25$

해설

$$ax^2 + 40x + 16 = (\sqrt{a}x + 4)^2 \text{ 이다.}$$

$$40 = 2 \times \sqrt{a} \times 4 \text{ 이므로 } \sqrt{a} = 5$$

$$\therefore a = 25$$

5. 다음이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 것을 써라.

$$\frac{1}{25}x^2 + \text{} + \frac{25}{4}y^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm xy$

해설

$$\frac{1}{25}x^2 + \text{} + \frac{25}{4}y^2 = \left(\frac{1}{5}x \pm \frac{5}{2}y\right)^2 \text{ 이므로 } \text{} = \pm xy$$

6. $\frac{x^2}{9} + Ax + \frac{9}{4}$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값은?

① $\pm \frac{1}{3}$

② ± 1

③ $\pm \frac{3}{2}$

④ $\pm \frac{1}{2}$

⑤ $\pm \frac{1}{4}$

해설

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 \pm x + \frac{9}{4}$$

$$\therefore A = \pm 1$$

7. $(2x-1)^2 - (x+2)^2$ 을 인수분해하면 $(3x+a)(x+b)$ 가 된다고 한다.
이 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$2x-1=A$, $x+2=B$ 로 치환하면

$$(2x-1)^2 - (x+2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x-1+x+2)(2x-1-x-2)$$

$$= (3x+1)(x-3)$$

$$\therefore a=1, b=-3$$

$$\therefore a-b=1+3=4$$

8. $(3x - 2)^2 - (2x + 3)^2 = (Ax + 1)(x + B)$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A + B = 0$

해설

$3x - 2 = X$, $2x + 3 = Y$ 로 치환하면

$$(3x - 2)^2 - (2x + 3)^2$$

$$= X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= (5x + 1)(x - 5)$$

$$\therefore A = 5, B = -5$$

$$\therefore A + B = 0 \text{ 이다.}$$

9. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

$$\therefore a+3b = -1+9=8$$

10. 다음중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하면 계산하기에 가장 편리한 것은?

① 99^2

② 102^2

③ 73×67

④ 98×102

⑤ 101×102

해설

$$\begin{aligned} 101 \times 102 &= (100 + 1)(100 + 2) \\ &= 100^2 + (1 + 2) \times 100 + 1 \times 2 \end{aligned}$$

11. 다음 식을 계산하여라.

$$7(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & (8-1)(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^2-1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^4-1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^8-1)-8^8 \\ &= -1 \end{aligned}$$

12. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 1.7×2.3

② 94×86

③ 28×31

④ 99×101

⑤ 52×48

해설

①, ②, ④, ⑤ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

13. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

14. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수) + (무리수)

② (무리수) - (무리수)

③ (유리수) × (무리수)

④ (무리수) ÷ (무리수)

⑤ (무리수) - (유리수)

해설

① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)

② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)

③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)

④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

15. 다음 중 옳은 것은?

- ① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.
- ② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.
- ③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.
- ⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

- ① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
 - ② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 - ⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.
- 따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

16. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

17. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

18. 다음을 만족하는 양수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{5c}{a-b}}$ 의 값을 구하여라.

$$2\sqrt{8} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{98} = b\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1800} = c\sqrt{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

$$2\sqrt{8} = \sqrt{32} = \sqrt{a}$$

$$\sqrt{98} = 7\sqrt{2} = b\sqrt{2}$$

$$\sqrt{1800} = 30\sqrt{2} = c\sqrt{2}$$

이므로 $a = 32, b = 7, c = 30$ 이다.

$$\therefore \sqrt{\frac{5c}{a-b}} = \sqrt{\frac{5 \times 30}{32-7}} = \sqrt{6}$$

19. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

20. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

21. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2} \\ &= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x = y$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

22. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

23. $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\sqrt{2}$

해설

$$x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3+2\sqrt{2},$$

$$\frac{1}{x} = 3-2\sqrt{2}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (3+2\sqrt{2} + 3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2} - 3+2\sqrt{2})$$

$$= 6 \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

24. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은? (단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

25. $\sqrt{19} < \sqrt{5x} < \sqrt{699}$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{5x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\sqrt{19}$ 과 $\sqrt{699}$ 사이의 자연수 :

$\sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{7^2}, \sqrt{8^2}, \dots, \sqrt{24^2}, \sqrt{25^2}, \sqrt{26^2}$

이 중에서 5 의 배수는

$\sqrt{5^2}, \sqrt{10^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{20^2}, \sqrt{25^2}$

$\therefore$ 5 개

26. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$

$3 \leq \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \leq y-1 < 50$, 즉 $10 \leq y < 51$

두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.

따라서 $x=3, y=10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

27. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x, y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

28. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$11 < \sqrt{140} < 12$ 이므로

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$

29. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11 개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

$$5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$$

$$25 \leq \frac{2x}{k} < 36$$

$$\frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k$$

이를 만족하는 x 의 개수가 11 개이므로,

$$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$$

$$(36 - 25)k = 22$$

$$\therefore k = 2$$

30. 양의 무리수 a 의 소수부분을 b 라 하면 $a^2 + b^2 = 7$ 이다. 이 때, a 의 정수부분을 구하여라. (단, $b \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$0 < b < 1 \text{ 이므로 } 0 < b^2 < 1$$

$$6 < 7 - b^2 < 7 \text{ 이므로 } 6 < a^2 < 7$$

따라서, $2 < \sqrt{6} < a < \sqrt{7} < 3$ 이므로 a 의 정수부분은 2 이다.