

1. a, b 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

I n 이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$ 은 실수이다.

II $-1 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$

III $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이다.

IV $0 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

① I, II

② I, III

③ II, III

④ I, IV

⑤ II, III, IV

해설

I. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in \mathbb{R}$ (참)

II. $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = |a+1| - |a-2|$
 $= a+1 - (2-a)$
 $= 2a-1 \neq 3$

III. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $b < 0, a \geq 0$ 이다.

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-(-b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(-b)i}$
 $= \sqrt{a(-b)i} = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}$

$\therefore \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)

IV. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.

$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

2. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a} \sqrt{a-1} \sqrt{1-a} \sqrt{-a}$ 를 간단히 하면?

① $a(1-a)$

② $a(a-1)$

③ $a^2(a-1)$

④ $a^2(1-a)^2$

⑤ $-a^2(1-a)^2$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0, a-1 < 0, 1-a > 0, -a < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a} \sqrt{a-1} \sqrt{1-a} \sqrt{-a} \\ &= \sqrt{a} \sqrt{-a} \sqrt{a-1} \sqrt{1-a} \\ &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{ai} \cdot \sqrt{1-a} \cdot \sqrt{1-ai} \\ &= \sqrt{a^2} \sqrt{(1-a)^2 i^2} \\ &= -a(1-a) = a(a-1) \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
 ㉡ $k = 1$ 이면 중근을 갖는다.
 ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
 ㉤ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>

㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 중근을 갖는다.<참>

㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>

㉤ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai (a \neq 1)$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.

4. x 에 대한 이차방정식 $(a+1)x^2 - 4x + 2 = 0$ 에 대하여 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.
 ㉡ $a > 1$ 일 때, 서로 다른 두 허근을 갖는다.
 ㉢ $a < 1$ 일 때, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a \neq -1$ 일 때, 주어진 방정식은 이차방정식이다.

서로 다른 두 실근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 4 - 2(a+1) = 2 - 2a > 0$$

$$\therefore a < 1$$

따라서 $a < -1$ 또는 $-1 < a < 1$ 일 때,

서로 다른 두 실근을 갖는다.

중근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.

서로 다른 두 허근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a < 0$$

$$\therefore a > 1$$

따라서 $a > 1$ 일 때 서로 다른 두 허근을 갖는다.

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + a+1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 하는 정수 a 값들의 곱은?

① -7

② -4

③ -1

④ 2

⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = 1 - a, \alpha\beta = a + 1$$

$$\alpha\beta - 1 = 1 - \alpha - \beta$$

$$\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$$

$$\text{즉, } (\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (0, 2), (2, 0), (-2, -4), (-4, -2)$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } 7$$

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

7. 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 w 라 할 때, $z = \frac{3w+1}{w+1}$ 이라 하면,

$z\bar{z}$ 의 값은?

(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근을 w 라 하면, 다른 근은 $\bar{w}$ 이다.

$$w + \bar{w} = -1, w\bar{w} = 1$$

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= \frac{3w+1}{w+1} \cdot \frac{3\bar{w}+1}{\bar{w}+1} \\ &= \frac{9w\bar{w} + 3(w + \bar{w}) + 1}{w\bar{w} + (w + \bar{w}) + 1} \\ &= 7 \end{aligned}$$

8. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{14}$ 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서 } 2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$$

양변을 제곱해서 정리하면 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

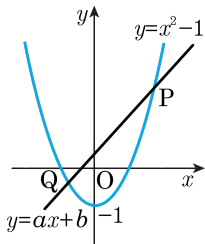
$$(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0, \alpha^3 = 1$$

$$\therefore \alpha^{3k+1} = \alpha, \alpha^{3k+2} = \alpha^2, \alpha^{3k} = 1$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (\alpha + \alpha^2 + 1) + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \\ &\quad \cdots + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \alpha + \alpha^2 \\ &= \alpha + \alpha^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$(\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 다음 그림과 같이 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x 의 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 한 교점 P의 x 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 $1 + \sqrt{2}$ 는 이차방정식 $x^2 - 1 = ax + b$ 의 근이다.

$$(1 + \sqrt{2})^2 - 1 = a(1 + \sqrt{2}) + b$$

$$2 + 2\sqrt{2} = a + b + a\sqrt{2}$$

a, b 가 유리수이므로 무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2 = a + b, \quad 2 = a$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 0$$

10. x 가 실수일 때, 함수 $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3} = k \text{ 라 하면}$$

$$x^2 + 4x - 1 = k(x^2 - 2x + 3)$$

$$(k - 1)x^2 - (2k + 4)x + 3k + 1 = 0$$

$$D/4 = (k + 2)^2 - (k - 1)(3k + 1) \geq 0$$

$$-2k^2 + 6k + 5 \geq 0$$

근과 계수의 관계에 의해 최댓값 최솟값의 합은 3이다.

11. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① 90 cm^2

② 92 cm^2

③ 94 cm^2

④ 96 cm^2

⑤ 98 cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$, 높이를 $y \text{ cm}$ 라 하면

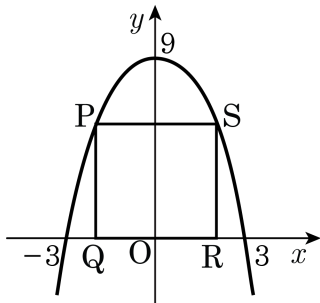
$$y = \frac{1}{2}x(28 - x)$$

$$= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98$$

12. 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면

$(0, 9)$ 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,

$(3, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$

$R(a, 0)$ 이라 하면 (단, $0 < a < 3$), $S(a, -a^2 + 9)$

직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$

둘레는 $2\{2a + (-a^2 + 9)\} = -2(a - 1)^2 + 20$

따라서 둘레의 최댓값은 20

13. 사차방정식 $x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x 에 대하여 $x + \frac{1}{x} = a$ 라 하자. 이 때, a 가 될 수 있는 모든 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^4 - x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변을
 x^2 으로 나누면

$$x^2 - x - 4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = a$ 로 치환하면

$$x^2 - a - 6 = 0, (a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

따라서, 모든 A 의 값의 합은 $3 + (-2) = 1$

14. 삼차방정식 $x^3 + (p-4)x - 2p = 0$ 의 중근을 α , 다른 한 근을 β 라 할 때 $\alpha + \beta + p$ 의 값을 구하면?

- ① -10 또는 -2 ② -10 또는 -1 ③ -10 또는 2
④ -10 또는 4 ⑤ -10 또는 5

해설

$f(x) = x^3 + (p-4)x - 2p$ 로 놓으면 $f(2) = 0$ 이므로

$$f(x) = (x-2)(x^2 + 2x + p) = 0$$

따라서 $x = 2$, $x^2 + 2x + p = 0$

그런데 중근을 가져야 하므로

i) $x = 2$ 가 $x^2 + 2x + p$ 의 근일 때

$$2^2 + 2 \times 2 + p = 0$$

$$\therefore p = -8, f(x) = (x-2)(x^2 + 2x - 8) = (x-2)^2(x+4)$$

$$\therefore \alpha = 2, \beta = -4$$

$$\text{따라서, } \alpha + \beta + p = 2 + (-4) + (-8) = -10$$

ii) $x^2 + 2x + p = 0$ 이 중근을 가질 때

$$D/4 = 0 \text{이므로 } D/4 = 1 - p = 0$$

$$\therefore p = 1, f(x) = (x-2)(x^2 + 2x + 1) = (x-2)(x+1)^2$$

$$\therefore \alpha = -1, \beta = 2, p = 1$$

$$\text{따라서, } \alpha + \beta + p = -1 + 2 + 1 = 2$$

i) ii)로부터 $\alpha + \beta + p$ 의 값은 -10 또는 2이다.

15. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=xy \\ \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=0 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값은?

(단, $xy \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0 \text{ 에서}$$

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x+y)^2 - 2xy}{xy} \text{ 이므로}$$

$x+y=u$, $xy=v$ 라 하면

주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u-v=0 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{u^2-2v}{v}=0 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$\frac{u^2-2v}{v} = \frac{v(v-2)}{v} = 0$$

$$\therefore v=0 \text{ 또는 } v=2$$

그런데 주어진 조건에서

$v=xy \neq 0$ 이므로 $v=2$ 이다.

따라서, ㉠에서 $u=v=2$ 이므로

$$x+y=2$$

16. $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 정수 m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면

$$\alpha + \beta = 1 - m \cdots \textcircled{㉠}, \alpha\beta = m + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$ (α, β 는 정수)

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -4 \end{cases} \quad \text{를 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면}$$

$$m = -1, 7$$

17. 복소수 α 의 실수부가 양이고, $\alpha^3 = i$ 일 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하면?
(단, $i^2 = -1$)

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면

$$\alpha^3 = (a + bi)^3 = a^3 - 3ab^2 + (3a^2b - b^3)i = i$$

$$a(a^2 - 3b^2) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b(3a^2 - b^2) = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$a > 0$ 이므로 $a^2 = 3b^2$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$b(9b^2 - b^2) = 1, 8b^3 = 1$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = \sqrt{3}b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i} = \sqrt{3}$$

18. 방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 α , $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^3 + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\alpha^3 - 3\alpha + 1 = 0 \text{에서 } \alpha^3 - 3\alpha = -1$$

$$\beta^2 - \alpha\beta + 1 = 0 \text{에서 양변을 } \beta \text{로 나누면}$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = \alpha (\because \beta \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta^3 + \frac{1}{\beta} &= \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^3 - 3\beta \cdot \frac{1}{\beta} \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha^3 - 3\alpha = -1 \end{aligned}$$

19. α 는 이차방정식 $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이고 β 는 이차방정식 $bx^2 - 2ax + a = 0$ 의 근이라고 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

β 가 방정식 $bx^2 - 2ax + a = 0$ 의 근이므로

$$b\beta^2 - 2a\beta + a = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$ax^2 - 2ax + b = 0$ 에 $x = \frac{1}{\beta}$ 를 대입하면,

①에 의해서

$$a\left(\frac{1}{\beta}\right)^2 - 2a\left(\frac{1}{\beta}\right) + b = \frac{1}{\beta^2}(b\beta^2 - 2a\beta + a) = 0$$

따라서, $x = \frac{1}{\beta}$ 은 방정식 $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이다.

그런데 α 도 이 방정식 $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이므로 방정식 $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 두 근은 α 와 $\frac{1}{\beta}$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해서 $\alpha + \frac{1}{\beta} = 2$

20. 두 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 이 성립할 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x^2}{3} + (y-2)^2 = 1$ 에서 $x^2 = -3y^2 + 12y - 9$ 를 주어진 식에

대입하면

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x^2 + (-3y^2 + 12y - 9) + y^2 \\ &= -2y^2 + 12y - 9 \\ &= -2(y-3)^2 + 9 \end{aligned}$$

그런데 x, y 는 실수이므로

$$x^2 = -3y^2 + 12y - 9 \geq 0$$

$-3y^2 + 12y - 9 \geq 0$, $y^2 - 4y + 3 \leq 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 3$ 이다.

따라서 $x^2 + y^2$ 는 $y = 1$ 일 때 최솟값이 1, $y = 3$ 일 때 최댓값이 9 이므로 구하는 값은 $1 + 9 = 10$ 이다.

21. 둘레의 길이가 10 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

부채꼴의 반지름의 길이를 r , 호의 길이를 l 이라고 하면 $2r + l = 10$, $l = 10 - 2r$

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r(10 - 2r) \\ &= -r^2 + 5r \\ &= -\left(r - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 넓이가 최대가 된다.

22. 다음과 같은 식의 변형을 이용하여 알 수 있는 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수를 나타낸다.)

$$\begin{aligned}\overline{az^3 + bz^2 + cz + d} &= \overline{az^3} + \overline{bz^2} + \overline{cz} + \overline{d} \\ &= \overline{a} \bar{z}^3 + \overline{b} \bar{z}^2 + \overline{c} \bar{z} + \overline{d} \\ &= \overline{a}(\bar{z})^3 + \overline{b}(\bar{z})^2 + \overline{c}(\bar{z}) + \overline{d}\end{aligned}$$

- ① z 가 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이면, $\bar{z}$ 는 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이다.
- ② z 가 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이면, $\bar{z}$ 는 $\bar{a}x^3 + \bar{b}x^2 + \bar{c}x + \bar{d} = 0$ 의 근이다.
- ③ $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근과 $\bar{a}x^3 + \bar{b}x^2 + \bar{c}x + \bar{d} = 0$ 의 근은 같다.
- ④ $\bar{z}$ 가 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이면, z 는 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이다.
- ⑤ $\bar{z}$ 가 $\bar{a}x^3 + \bar{b}x^2 + \bar{c}x + \bar{d} = 0$ 의 근이면, z 는 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이다.

해설

z 가 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 근이면,

$$\begin{aligned}\overline{ax^3 + bx^2 + cx + d} &= 0 \\ \overline{ax^3 + bx^2 + cx + d} &= \overline{a} \bar{z}^3 + \overline{b} \bar{z}^2 + \overline{c} \bar{z} + \overline{d} \\ &= \overline{a}(\bar{z})^3 + \overline{b}(\bar{z})^2 + \overline{c}(\bar{z}) + \overline{d} \\ &= 0 \text{ 이므로} \\ \bar{z} \text{ 는 } \bar{a}x^3 + \bar{b}x^2 + \bar{c}x + \bar{d} &= 0 \text{ 의 근이다.}\end{aligned}$$

23. x 에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2 + m^2x + n^2 - 2m = 0$, $x^2 - 2mx + n^2 + m^2 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 가지고, m, n 이 실수일 때, $m+n$ 의 값은? (단, 중근인 경우에는 두 개의 실근으로 본다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

두 방정식의 공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + m^2\alpha + n^2 - 2m = 0 \cdots ①$$

$$\alpha^2 - 2m\alpha + m^2 + n^2 = 0 \cdots ②$$

① - ②하면

$$(m^2 + 2m)\alpha - (m^2 + 2m) = 0$$

$$\therefore (m^2 + 2m)(\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore m^2 + 2m = 0 \text{ 또는 } \alpha - 1 = 0$$

그런데 $m^2 + 2m = 0$ 일 때,

곧, $m^2 = -2m$ 일 때에는 두 방정식이 일치하게 되므로 오직 하나의 공통근을 가진다는 문제의 뜻에 어긋난다.

$$\therefore \alpha = 1$$

이것을 ①에 대입하면

$$1 + m^2 + n^2 - 2m = 0 \quad \therefore (m-1)^2 + n^2 = 0$$

문제의 조건으로부터 m, n 은 실수이므로

$$m-1 = 0, n = 0$$

$$\therefore m = 1, n = 0 \quad \therefore m + n = 1$$

24. 이차방정식 $x^2 - mx + m + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되는 m 의 값은 두 개가 있다. 다음 중 이 두 수를 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 + 4x + 32 = 0$

② $x^2 + 4x - 32 = 0$

③ $x^2 - 4x + 32 = 0$

④ $x^2 - 4x - 32 = 0$

⑤ $x^2 + 4x - 30 = 0$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = m \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$\alpha\beta = m + 4 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta + 1 = 5, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 5$

$\alpha - 1$	$\beta - 1$	α	β	$\alpha + \beta = m$
1	5	2	6	8
5	1	6	2	8
-1	-5	0	-4	-4
-5	-1	-4	0	-4

따라서 $m = 8, -4$ 이고 이 두 수를 두 근으로 하는 이차방정식은
 $x^2 - 4x - 32 = 0$

25. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}$$