

1.  $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점이  $A(-2, 3)$ ,  $B(-1, 4)$ ,  $C(9, 8)$ 일 때, 무게 중심의 좌표를 구하면?

- ① (2, 5)    ② (2, 6)    ③ (3, 5)    ④ (3, 6)    ⑤ (4, 5)

해설

$$G = \left( \frac{-2 - 1 + 9}{3}, \frac{3 + 4 + 8}{3} \right) = (2, 5)$$

2. 두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고,  $x$  절편이 2 인 직선의 방정식은?

- ①  $y = 3x - 6$       ②  $y = 3x - 2$       ③  $y = 3x - 1$   
④  $y = 3x + 6$       ⑤  $y = 3x + 2$

해설

두 점 (2, 1), (3, 4) 를 지나는 직선의 기울기는  $\frac{4-1}{3-2} = 3$  이므로, 구하는 직선의 기울기는 3 이고,  $x$  절편이 2 인 직선이므로,  
 $y = 3(x - 2)$   
 $\therefore y = 3x - 6$

3. 수직선 위의 두 점  $A(a), B(b)(a > b)$  사이의 거리  $\overline{AB}$ 는 5이고 점  $C(a+b)$ 의 좌표를  $-1$ 이라 할 때, 점  $D(a-b)$ 의 좌표는?

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때,  $A(a), B(b)$  사이의 거리는  $a - b$ 이므로,  $a - b = 5$  따라서  $D(a - b)$ 의 좌표는 5

4. 함수  $f(x) = ax + 1$ 이  $a$ 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

- ① (1,0)                      ② (1,1)                      ③ (0,1)  
④ (-1,0)                      ⑤ (0,-1)

해설

함수  $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는  $a$ 의 값에 관계없이 점(0, 1)을 지나는 직선이다.

5. 원  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$  과 같은 중심을 갖고, 점  $(1, 2)$  를 지나는 원의 반지름을  $r$  이라 할 때,  $r^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$  이므로  
중심은  $(2, -3)$  이다.  
구하는 원의 반지름을  $r$  라 하면  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$  이고,  
이 원이 점  $(1, 2)$  를 지나므로  
 $(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$   
 $\therefore r^2 = 26$

6. 두 직선  $x - 3y + 1 = 0$ ,  $x + y - 3 = 0$ 의 교점과 직선  $4x + 3y - 1 = 0$  사이의 거리는?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x - 3y + 1 = 0$ ,  $x + y - 3 = 0$ 의 교점은  $(2, 1)$

$\therefore 4x + 3y - 1 = 0$  까지의 거리 :

$$\frac{|4 \times 2 + 3 \times 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

7. 점 Q가 직선  $2x+y-4=0$  위를 움직일 때, 점 A(-2,3)과 Q를 잇는 선분 AQ의 중점 P의 자취의 방정식은?

- ①  $4x+2y-3=0$                       ②  $2x+3y+1=0$   
③  $4x-3y+1=0$                       ④  $x-4y-3=0$   
⑤  $-x+y+2=0$

해설

점 A(-2,3), Q(x, y)의 중점의 좌표를

P(X, Y)라 하면,

$$P(X, Y) = P\left(\frac{x-2}{2}, \frac{y+3}{2}\right) \text{이므로}$$

$$X = \frac{x-2}{2}, Y = \frac{y+3}{2}$$

$$\therefore x = 2X + 2, y = 2Y - 3$$

이것을  $2x+y-4=0$ 에 대입하면

$$2(2X+2) + (2Y-3) - 4 = 0$$

$$4X + 2Y - 3 = 0$$

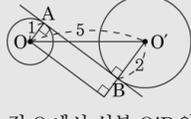
$$\therefore 4x + 2y - 3 = 0$$

8. 반지름의 길이가 각각 1, 2인 두 원 O, O'의 중심거리가 5일 때, 두 원의 공통내접선의 길이는?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

**해설**

주어진 두 원의 그래프를 다음 그림과 같이 나타내면  $\overline{AB}$ 가 공통내접선이 된다.



점 O에서 선분 O'B의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AO} = \overline{BH} = 1$$

$$\therefore \overline{OH} = 1 + 2 = 3$$

이때, 두 원의 중심거리가 5이므로

$\triangle OHO'$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{AB} = \overline{OH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

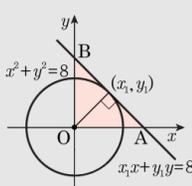
9. 원  $x^2 + y^2 = 8$  과 제1사분면에서 접하는 접선이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, 직각삼각형 OAB 의 넓이의 최소값을 구하여라. (단, O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

제1사분면에서의 원 위의 접점을  $(x_1, y_1)$  이라고 하면 접선의 방정식은  $x_1x + y_1y = 8 \dots\dots \textcircled{1}$  (단,  $x_1 > 0, y_1 > 0$ )



한편, 두 점 A, B 는 각각 접선  $\textcircled{1}$  과  $x$  축,  $y$  축의 교점이므로

$$A\left(\frac{8}{x_1}, 0\right), B\left(0, \frac{8}{y_1}\right)$$

따라서, 직각삼각형 OAB 의 넓이를 S 라고 하면

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x_1} \cdot \frac{8}{y_1} = \frac{32}{x_1 y_1}$$

이 때,  $(x_1, y_1)$  이 원  $x^2 + y^2 = 8$  위의 점이므로

$$x_1^2 + y_1^2 = 8 \text{ 이고}$$

$x_1 > 0, y_1 > 0$  에서

$$\frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \geq \sqrt{x_1^2 \cdot y_1^2} = x_1 y_1, x_1 y_1 \leq 4$$

$$\therefore \frac{1}{x_1 y_1} \geq \frac{1}{4} \leftarrow \frac{x_1^2 + y_1^2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore S = \frac{32}{x_1 y_1} \geq 32 \cdot \frac{1}{4} = 8 \text{ (단, 등호는 } x_1 = y_1 \text{ 일 때 성립)}$$

따라서, 구하는 넓이의 최소의 값은 8 이다.

10. 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점  $P(a, b)$  에 대하여  $\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$  의 최댓값은?

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
 ④  $1 + \sqrt{5}$             ⑤  $2(1 + \sqrt{5})$

**해설**  
 $\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$ 은 두 점  $(a, b)$ ,  $(3, 4)$  사이의 거리이고 점  $(a, b)$  는 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점이므로  $\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$  의 값이 최대인 경우는 점 P 의 위치가 그림과 같을 때이다. 원의 중심  $(0, 0)$  과  $(3, 4)$  의 거리는 5 이므로 최댓값은  $5 + 1 = 6$

