

1. 다음 중 좌표평면 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 를 원점에 대하여 대칭이동시키는 것을 나타낸 식은?

- ①

$f : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$
- ②

$f : (x, y) \rightarrow (-y, x)$
- ③

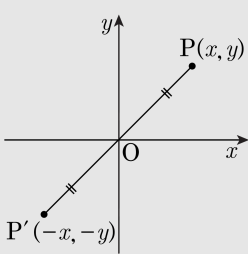
$f : (x, y) \rightarrow (-x, y)$
- ④

$f : (x, y) \rightarrow (x, y)$
- ⑤

$f : (x, y) \rightarrow (y, x)$

해설

좌표 평면 위에 직선 $y = x$ 위에 있지 않은 임의의 한 점을 잡아서 직접 원점에 대해 대칭시켜서 두 점의 좌표 사이의 관계를 찾아본다.
다음 그림과 같이 좌표평면 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 을 원점에 대하여 대칭이동시키면 점 $P'(-x, -y)$ 이 되므로 이를 옳게 나타낸 식은 $f : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 이다.



2. 점 P (3, -4)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 할 때, 선분 PP' 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 P(3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점

P' 의 좌표는 (3, 4)이므로

$$PP' = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$$

3. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2 - b, b = 2a - 4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

4. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여

대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고

반지름의 길이가 2 이므로

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$$

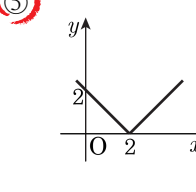
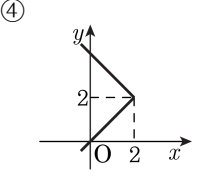
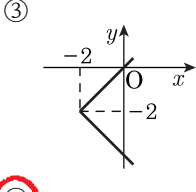
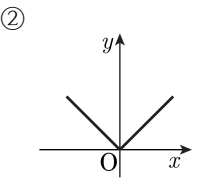
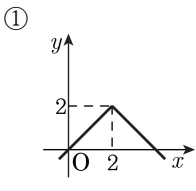
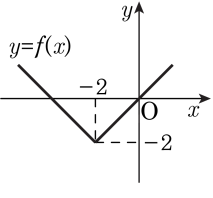
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = 6$$

따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은

$$2 + (-6) + 6 = 2$$

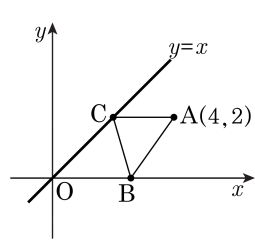
5. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

6. 다음 그림과 같이 점 A(4, 2)와 x 축과 직선 $y = x$ 위에 각각 두 점 B, C가 있다. 이때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하면?



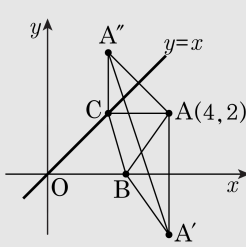
- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

점 A(4, 2)를 x 축에 대칭이동한 점 A'(4, -2)와

$y = x$ 에 대칭이동한 점 A''(2, 4)를 구하여

연결하면 다음 그림에서



$$(\triangle ABC \text{의 둘레}) = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \overline{A'B} + \overline{A''C} + \overline{BC} \geq \overline{A'A''}$$

점 B와 C를 직선 A'A''이 각각 x 축과 직선 $y = x$ 와 만나는 점으로 잡을 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 최소이다.

이 때, 최솟값은 $\sqrt{(4-2)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.