1. 다음 중 좌표평면 위의 임의의 점 $P(x,\ y)$ 를 원점에 대하여 대칭이동시키는 것을 나타낸 식은?

① $f:(x,\ y) \to (-x,\ -y)$

② $f:(x,\ y) \to (-y,\ x)$

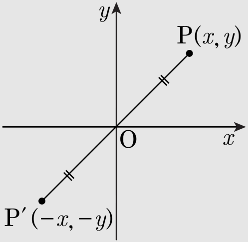
③ $f:(x,\ y) \to (-x,\ y)$

④ $f:(x,\ y) \to (x,\ y)$

⑤ $f:(x,\ y) \to (y,\ x)$

해설

좌표 평면 위에 직선 $y=x$ 위에 있지 않은 임의의 한 점을 잡아서 직접 원점에 대해 대칭시켜서 두 점의 좌표 사이의 관계를 찾아본다.



다음 그림과 같이 좌표평면 위의 임의의 점
$P(x,\ y)$ 을 원점에 대하여 대칭이동 시키면
점 $P'(-x,\ -y)$ 이 되므로 이를 옳게 나타낸 식은
$f:(x,\ y) \to (-x,\ -y)$ 이다.

2. 점 P $(3, -4)$를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P′ 이라 할 때, 선분 PP′ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 P$(3, -4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점
P′ 의 좌표는 $(3, 4)$이므로
$\overline{\mathrm{PP}'} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$

3. 원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을

y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x)^2+y^2+a(-x)+by=0$

즉, $x^2+y^2-ax+by=0$

이것이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 과

같으므로 계수를 비교하면

$-a=2-b,\ b=2a-4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=6,\ b=8$

$\therefore\ a+b=6+8=14$

4. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

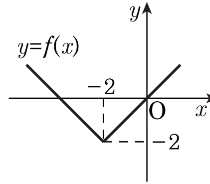
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

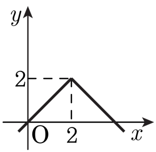
해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 원의 방정식은
$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고
반지름의 길이가 2 이므로
$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$
$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$
$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
$\therefore a = 2,\ b = -6,\ c = 6$
따라서, 구하는 $a,\ b,\ c$ 의 값의 합은
$2 + (-6) + 6 = 2$

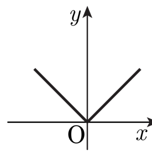
5. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



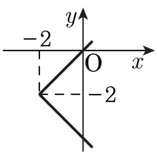
①



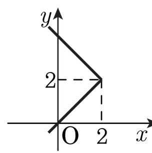
②



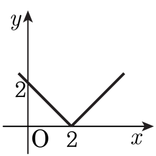
③



④



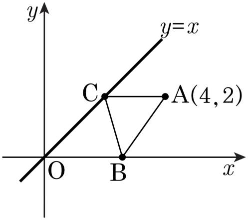
⑤



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를
y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2 만큼 평행 이동 한 것이다.

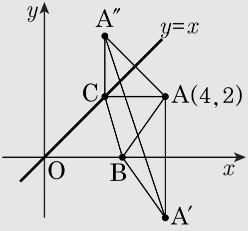
6. 다음 그림과 같이 점 A(4, 2) 와 x 축과 직선 $y = x$ 위에 각각 두 점 B, C 가 있다. 이 때, △ABC 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하면?



① $2\sqrt{5}$　② $2\sqrt{10}$　③ $3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{3}$　⑤ $3\sqrt{5}$

해설



점 A(4, 2) 를 x 축에 대칭이동한 점 A′(4, −2) 와 $y = x$ 에 대칭이동한 점 A″(2, 4) 를 구하여 연결하면 다음 그림에서

$$(\triangle \text{ABC의 둘레}) = \overline{\text{AB}} + \overline{\text{AC}} + \overline{\text{BC}}$$
$$= \overline{\text{A}'\text{B}} + \overline{\text{A}''\text{C}} + \overline{\text{BC}} \geq \overline{\text{A}'\text{A}''}$$

점 B 와 C 를 직선 A′A″ 이 각각 x 축과 직선 $y = x$ 와 만나는 점으로 잡을 때, △ABC 의 둘레의 길이가 최소이다.

이 때, 최솟값은 $\sqrt{(4-2)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$ 이다.