

1. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$
㉤ $y = -3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$	㉦ $y = 2x^2$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉦

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉢ 또는 ㉢, ㉥이다.

2. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$
㉤ $y = -\frac{2}{3}x^2$	㉥ $y = 2x^2$	㉦ $y = \frac{5}{2}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢,㉤이다.
- ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0,0)$ 이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉤이다.
- ④ ㉥ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉥의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠,㉡,㉤,㉥이다.
- ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0,0)$ 이다.
- ④ ㉥그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

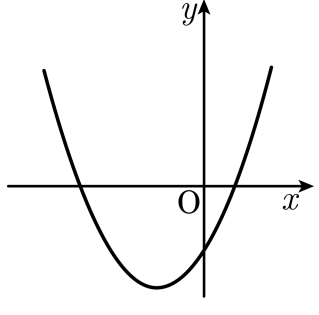
3. 이차함수 $y = -4x^2 + 8x - 4$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는?

- ① (1, 0) ② (-1, 0) ③ (0, 1)
④ (2, 0) ⑤ (-2, 0)

해설

$y = 0$ 을 대입하면
 $-4x^2 + 8x - 4 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
 $x = 1$
 $\therefore (1, 0)$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 :

0

▷ 정답 : $abc < \underline{0}$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

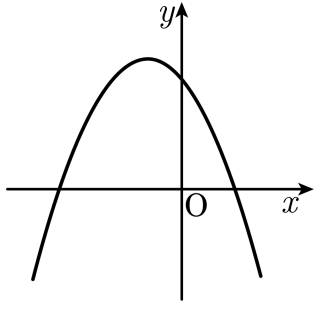
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

$\therefore abc < 0$

5. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

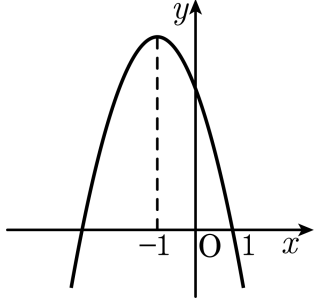
▷ 정답 : $p > 0$

▷ 정답 : $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0, p > 0, q > 0$ 이다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- | | |
|---|---|
| ☐ ㉠ $ab < 0$ | ☐ ㉡ $ac < 0$ |
| ☐ ㉢ $a - b + c > 0$ | ☐ ㉣ $a + b + c < 0$ |
| ☐ ㉤ $4a - 2b + c > 0$ | ☐ ㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

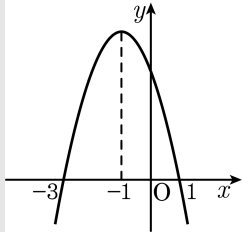
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

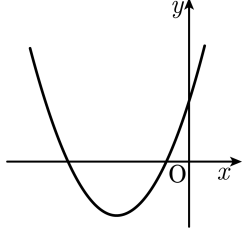
- ㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.
 ㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.
 ㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$
 ㉣ $f(1) = a + b + c = 0$
 ㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$$

$$\text{㉥ } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$$

7. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

해설

y 축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에 있으므로, 일차함수의 계수 a 는 이차항의 계수와 부호가 같다.

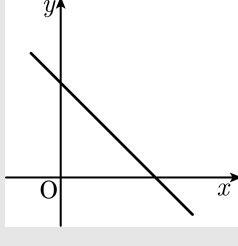
$$\therefore a > 0$$

그리고, 그래프가 y 축과 만나는 점이 원점을 기준으로

x 축보다 위에 있으므로

$$-b > 0 \quad \therefore b < 0$$

$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$ 이므로 제 3 사분면은 지나지 않는다.



8. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

점 $(-3, -9)$ 를 지난다.

9. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

10. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

11. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

12. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0$ ($xy \neq 0$) 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$

13. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

14. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 \text{ } (\because n > 0)$$

15. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

16. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x+3 < 2(x+1) \text{ , } x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1 - x \\ &= -x - 1 + 1 - x \\ &= -2x\end{aligned}$$

17. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 91 개

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n < 100$ 인 자연수이므로

$$1 \leq n \pm 1 \leq 101$$

$1 < n+1 \leq 101$
 $n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1 보다 큰 자연수이
 된다.

므로
100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n

의 개수는 9 개이고,
자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

18. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n) = 11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\frac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(n) = 11$ 이므로

$11 \leq \sqrt{n} < 12$

$121 \leq n < 144$

따라서 최댓값 $a = 143$, 최솟값 $b = 121$ 이다.

즉, $f\left(\frac{a-b}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\frac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.

19. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1$ 일 때, $a^4 + b^4 + (a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{1}{ab} - 1 \text{ 에서}$$

$$\frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{1 - ab}{ab}, a^2 + b^2 + ab = 1$$

$$\therefore (a + b)^2 = 1 + ab$$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 + (a + b)^4 &= a^4 + b^4 + (1 + ab)^2 \\ &= a^4 + b^4 + a^2b^2 + 2ab + 1 \\ &= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= (a^2 - ab + b^2) + 2ab + 1 \\ &= a^2 + ab + b^2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

20. 밑변의 길이가 20cm, 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

- ① 2 초
- ② 3 초
- ③ 4 초
- ④ 5 초
- ⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20+2x)(16-x)=\frac{1}{2}\times 20\times 16$$
$$2(10+x)(16-x)=20\times 16$$
$$(10+x)(16-x)=10\times 16$$
$$x^2-6x=0$$
$$x(x-6)=0$$
$$x=0, 6$$
$$\therefore 6 \text{ 초 후}$$