1. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y=-2x^2$	㉡ $y=-\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{6}x^2$
㉣ $y=-3x^2$	㉤ $y=\frac{1}{6}x^2$	㉥ $y=2x^2$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

x축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

따라서 ㉠, ㉥ 또는 ㉢, ㉤이다.

2. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$ ㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$ ㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉣ $y = -\frac{2}{3}x^2$ ㉤ $y = 2x^2$ ㉥ $y = \frac{5}{2}x^2$

① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢,㉣이다.

② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.

④ ㉤ 그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 2$이다.

⑤ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 아래로 볼록한 것은 ㉠,㉡,㉤,㉥이다.
② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
④ ㉤그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

3. 이차함수 $y=-4x^2+8x-4$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(1,\ 0)$ ② $(-1,\ 0)$ ③ $(0,\ 1)$

④ $(2,\ 0)$ ⑤ $(-2,\ 0)$

해설

$y=0$ 을 대입하면

$-4x^2+8x-4=0$

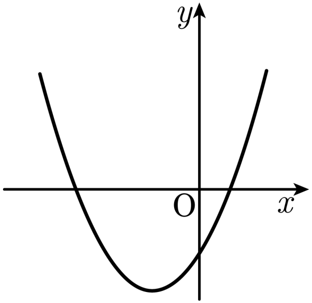
$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x=1$

$\therefore\ (1,\ 0)$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : $\underline{0}$

▷ 정답 : $abc < \underline{0}$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

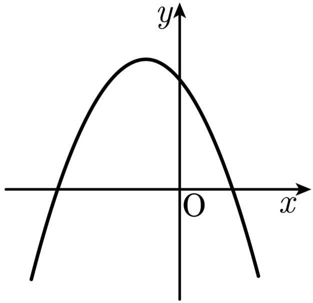
축의 식 $-\dfrac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0,\ b > 0,\ c < 0$

$\therefore\ abc < 0$

5. 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

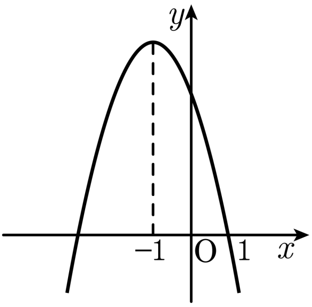
▷ 정답 : $p > 0$

▷ 정답 : $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0$, $p > 0$, $q > 0$ 이다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$	㉡ $ac < 0$
㉢ $a - b + c > 0$	㉣ $a + b + c < 0$
㉤ $4a - 2b + c > 0$	㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

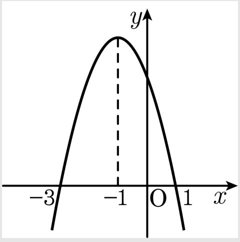
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

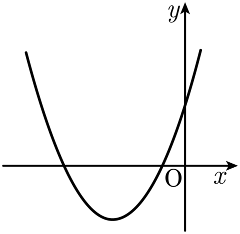
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.
㉡ $a < 0$, $c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.
㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$
㉣ $f(1) = a + b + c = 0$
㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$\therefore\ f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

7. $y = x^2 + ax - b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 일차함수 $y = bx + a$ 가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

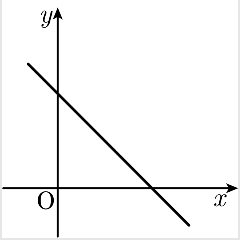
해설

y축을 기준으로 그래프의 축이 왼쪽에 있으므로, 일차함수의 계수 a는 이차항의 계수와 부호가 같다.

$\therefore a > 0$

그리고, 그래프가 y축과 만나는 점이 원점을 기준으로 x축보다 위에 있으므로

$-b > 0 \quad \therefore b < 0$



$y = bx + a$ 의 그래프는 $a > 0, b < 0$이므로 제 3사분면은 지나지 않는다.

8. 이차함수 $y=-x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점이 $(0,\ 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.

② $y=x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

③ 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

④ x가 증가함에 따라 $x<0$ 일 때, y는 증가한다.

⑤ 점 $(-3,\ 9)$ 를 지난다.

해설

점 $(-3,\ -9)$ 를 지난다.

9. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

10. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ $\cdots\cdots$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

11. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$　② $-4\sqrt{2}$　③ 6

④ 0　⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3>2\sqrt{2}$이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}\\&=|3-2\sqrt{2}|-|2\sqrt{2}-3|\\&=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\\&=0\end{aligned}$$

12. $x^2+4xy+4y^2=0(xy\neq 0)$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$x^2+4xy+4y^2=0$ 에서 $(x+2y)^2=0$

$\therefore x=-2y$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x=-2y$를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y}=\frac{(-3y)^2}{(-4y^2)}=\frac{9y^2}{(-4y^2)}=-\frac{9}{4}$$

13. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$
$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$
따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

14. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\dfrac{(n+1)(n-2)}{2} = 44$ 이므로

$n^2 - n - 90 = 0$

$(n+9)(n-10) = 0$

$\therefore n = 10 \ (\because n > 0)$

15. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의

x 절편을 $\alpha,\ \beta\ (\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -a,\ \ \alpha\beta = a - 1$ 이다.

$\alpha - \beta = 2$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$4 = a^2 - 4a + 4$

$a^2 - 4a = 0$

$a(a - 4) = 0$

$\therefore\ \ a = 0$ 또는 $a = 4$

따라서 a 의 값의 합은 4 이다.

16. $3x+3<2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2}+(-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$3x+3<2(x+1)$, $x<-1$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2}+\left(-\sqrt{1-x}\right)^2 &= -(x+1)+1-x \\ &= -x-1+1-x \\ &= -2x\end{aligned}$$

17. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 91 개

해설

$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \ldots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1 보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \leq 100$ 인 자연수이므로

$1 < n+1 \leq 101$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \cdots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1 보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n 의 개수는 9 개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개) 이다.

18. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n)=11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\dfrac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 2

해설

$f(n)=11$ 이므로
$11 \leq \sqrt{n} < 12$
$121 \leq n < 144$
따라서 최댓값 $a=143$, 최솟값 $b=121$ 이다.
즉, $f\left(\dfrac{a-b}{3}\right)=f\left(\dfrac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\dfrac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.

19. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{1}{ab}-1$ 일 때, $a^4+b^4+(a+b)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{1}{ab}-1$ 에서

$\frac{b^2+a^2}{ab}=\frac{1-ab}{ab}$, $a^2+b^2+ab=1$

$\therefore\ (a+b)^2=1+ab$

$$\begin{aligned}\therefore\ & a^4+b^4+(a+b)^4\\ &=a^4+b^4+(1+ab)^2\\ &=a^4+b^4+a^2b^2+2ab+1\\ &=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)+2ab+1\\ &=(a^2-ab+b^2)+2ab+1\\ &=a^2+ab+b^2+1\\ &=2\end{aligned}$$

20. 밑변의 길이가 20cm , 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20+2x)(16-x)=\frac{1}{2}\times 20\times 16$$

$$2(10+x)(16-x)=20\times 16$$

$$(10+x)(16-x)=10\times 16$$

$$x^2-6x=0$$

$$x(x-6)=0$$

$$x=0,\ 6$$

$\therefore$ 6 초 후