1. 다항식 x^3+ax+b가 다항식 x^2-x+1로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2=x-1$을 대입하면
$ax+(b-1)=0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a=0,\ b-1=0$
$\therefore\ a=0,\ b=1$
$\therefore a+b=1$

해설

x^3+ax+b
$=(x^2-x+1)Q(x)$
$=(x^2-x+1)(x+b)$
$\therefore\ b=1,\ a=0$

2. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$$
$$= (x-1)(x+2)Q(x)$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$a + b - 4 = 0,\ -8a + 4b - 4 = 0$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1,\ b = 3$

$\therefore\ ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$a = 1,\ b = 3\ \therefore\ ab = 3$

3. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개　② 12 개　③ 16 개　④ 24 개　⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$\therefore \ (3+1)(3+1) = 16$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면
$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$
$\therefore a = 1,\ b = -2$
$\therefore a - b = 3$

5. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = -(x-1)(x+3)$
$= -x^2 - 2x + 3$
$= -(x+1)^2 + 4$
$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

6. x의 범위가 $1 \le x \le 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ 이므로

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),
$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)
따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

7. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,
$(y+1)^2+y^2=5$
$y^2+y-2=0$
$(y+2)(y-1)=0$
$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$
$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$
$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$
$\therefore\ xy=2$

8. x^3+x^2+2를 다항식 x^2+2x-1로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$라 할 때, $Q(x)+R(x)$의 값은?

① $2x-3$ ② $2x$ ③ $3x+2$

④ $4x$ ⑤ $4x+1$

해설

x^3+x^2+2를 x^2+2x-1로 직접 나누면

$Q(x)=x-1,\ \ R(x)=3x+1$

$\therefore\ Q(x)+R(x)=4x$

9. 다음 중 식의 전개가 바르지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$
$=(x^2-x-6)(x^2-x-2)$
$x^2-x=Y$라 놓자.

$$\begin{aligned}(Y-6)(Y-2) &= Y^2-8Y+12\\ &=(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12\\ &=x^4-2x^3-7x^2+8x+12\end{aligned}$$

10. 복소수 $(1+i)x^2+2(2+i)x+3-3i$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 x의 값은?
(단, $i^2=-1$)

① -1　② 1　③ -3　④ 3　⑤ 7

해설

$(x^2+4x+3)+(x^2+2x-3)i$가 순허수이어야 하므로
$x^2+4x+3=0,\ x^2+2x-3\neq 0$
$(x+3)(x+1)=0,\ x=-1,\ x=-3$
$(x+3)(x-1)\neq 0,\ x\neq 1,\ x\neq -3$
$\therefore\ x=-1$

11. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$,

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ 이므로

(준식) $=(-i)^{50}+i^{50}-(-i)^{100}$

$=\{(-i)^2\}^{25}+(i^2)^{25}-\{(-i)^2\}^{50}$

$=-1-1-1=-3$

12. 복소수 α,β 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$

② $\overline{\alpha^n}=(\overline{\alpha})^n$

③ $\overline{\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}=\dfrac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}}$(단, $\alpha\neq 0$)

④ $\overline{(\overline{\alpha})}=\alpha$

⑤ $\alpha+\overline{\alpha}=\alpha\overline{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha=2,\ \overline{\alpha}=2$

13. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{-2}-\dfrac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a+bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{-3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{-2}-\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$$
$$=(\sqrt{-3}\times\sqrt{2})\times(\sqrt{3}\times\sqrt{-2})-\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$$
$$=\sqrt{-6}\times\sqrt{-6}-\sqrt{-2}-\sqrt{-2}$$
$$=-\sqrt{36}-\sqrt{2}i-\sqrt{2}i=-6-2\sqrt{2}i$$
$$\therefore\ ab=12\sqrt{2}$$

14. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(a^2-2a-3)x=a+1$

$(a-3)(a+1)x=a+1$

$\therefore a=3$ 이면 해가 없다.

15. 방정식 $|x|+|x-1|=9$의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$|x|+|x-1|=9$에서

ⅰ) $x<0$일 때,

$-x-x+1=9$

$\therefore\ x=-4$

ⅱ) $0\le x<1$일 때,

$x-x+1=9$(성립하지 않음)

ⅲ) $x\ge 1$일 때,

$x+x-1=9$

$\therefore\ x=5$

따라서 모든 근의 곱은

$(-4)\times 5=-20$

16. 다음 내용은 이차방정식에 대한 설명이다. 괄호 안에 알맞은 것은?

> (가) 를 계수로 갖는 이차방정식은 (나) 의 범위에서 항상 근을 갖는다. 따라서 (다) 를 계수로 갖는 이차식 $ax^2 + bx + c$ 는 (라) 의 범위에서는 반드시 (마) 의 곱으로 인수분해된다.

① (가) 복소수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 실수 (마) 이차식

② (가) 복소수 (나) 실수 (다) 복소수 (라) 실수 (마) 일차식

③ (가) 복소수 (나) 실수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식

④ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식

⑤ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 일차식

해설

(가) 실수, (나) 복소수, (다) 실수, (라) 복소수, (마) 일차식

17. $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$의 해를 α라 하면 2α의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$　　② $\sqrt{2} + 1$　　③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$　　⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$일 때, $[x] = 0$이므로

$-4x - 1 = 0$

$\therefore\ x = -\frac{1}{4}$(부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$일 때, $[x] = 1$이므로

$4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore\ x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore\ 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

18. 이차방정식 $x^2-3x+4=0$의 두 근을 a, b라 할 때, a^2+b^2와 ab를 두 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-8x+12=0$
② $x^2-7x+12=0$
③ $x^2+7x+12=0$
④ $x^2+5x+4=0$
⑤ $x^2-5x+4=0$

해설

$x^2-3x+4=0$의 두 근이 a, b라면

$a+b=3,\ ab=4$

$$\begin{cases} a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=9-8=1 \\ ab=4 \end{cases}$$

1, 4를 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-5x+4=0$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2,\ 0)$, $(8,\ 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0), (q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$y = a(x-2)(x-8)$
$\quad = a(x^2 - 10x + 16)$
$\quad = a(x-5)^2 - 9a$
$-9a = -9$
$\therefore a = 1$
$y = x^2 - 10x + 16$
$b = -10$, $c = 16$
$\therefore\ a + b + c = 1 + (-10) + 16 = 7$

20. $x^2+x+1=0$일 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2+x+1=0$에서 양변을 x로 나누면

$x+\dfrac{1}{x}=-1$

$\therefore x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3x\cdot\dfrac{1}{x}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=-1-3\cdot(-1)=2$

21. 어떤 일차식 $g(x)$에 대하여
$x^4+2x^3-3x^2-g(x)=\left\{(x-\alpha)(x-\beta)\right\}^2$가 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= \{(x-\alpha)(x-\beta)\}^2\\ &= \left\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\right\}^2\\ &= x^4-2(\alpha+\beta)x^3\\ &+\left\{(\alpha+\beta)^2+2\alpha\beta\right\}x^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)x+\alpha^2\beta^2\\ &= x^4+2x^3-3x^2-g(x)\end{aligned}$$

$g(x)$가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면
$-2(\alpha+\beta)=2,\ (\alpha+\beta)^2+2\alpha\beta=-3$
$\therefore\ \alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=-2$

22. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율(%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때, $t = 0$은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$이 1990년을 나타내도록 변형하면?

① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

② $P = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$

③ $P = 0.35(t-1)^2 - 5.75(t-1) + 20.9$

④ $P = 0.35(t+2)^2 - 5.75(t+2) + 20.9$

⑤ $P = 0.35(t-2)^2 - 5.75(t-2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$일 때,
$t = 0 \rightarrow 1985$년, $t = 1 \rightarrow 1990$년, $t = 2 \rightarrow 1995$년
$P_2(t) = 0.35(t+1)^2 - 5.75(t+1) + 20.9$이면,
$P_2(0) = P_1(1)$이므로 $P_2(t)$에서
$t = 0 \rightarrow 1990$년임을 알 수 있다.

23. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$의 인수가 아닌 것은?

① $a-b$　　② $b-c$　　③ $c-a$

④ $a+b+c$　　⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a에 관하여 정리하면

(준식)$= a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$

$= (b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$

$= (b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$

$= (b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

24. x에 관한 세 개의 다항식 $A(x)=x^4-10x^2+9$, $B(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$, $C(x)=x(x-3)(x^2+a)-(x-3)(x^2+b)+8$의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$의 값은?

① 4　　② -4　　③ 8　　④ -8　　⑤ 2

해설

$A(x)=x^4-10x^2+9=(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$

$B(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$

$\quad\quad=(x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$

$\therefore$두 다항식의 최대공약수는$(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$는 $x-3$으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는$(x-1)(x+1)$이다.

$\therefore$ 다항식 $C(\pm1)=0$

$\therefore\ C(1)=-a+b+4=0,\ C(-1)=a+b+4=0$

$\therefore\ a=0,\ b=-4$에서 $a+b=-4$

25. 유리수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 $(\sqrt{2}+i)^4 + a(\sqrt{2}+i)^3 + b(\sqrt{2}+i)^2 + c(\sqrt{2}+i) + d = 0$을 만족한다. 이 때, $a-b-c-d$의 값은? (단, $i^2=-1$)

① -7　　② 3　　③ 1　　④ -1

해설

$(\sqrt{2}+i)^4 = -7+4\sqrt{2}i$, $(\sqrt{2}+i)^3 = -\sqrt{2}+5i$,
$(\sqrt{2}+i)^2 = 1+2\sqrt{2}i$
$(-7+4\sqrt{2}i) + a(-\sqrt{2}+5i)$
$+b(1+2\sqrt{2}i) + c(\sqrt{2}+i) + d = 0$
$(-7-\sqrt{2}a+b+\sqrt{2}c+d)$
$+(4\sqrt{2}+5a+2\sqrt{2}b+c)i = 0$
$\therefore\ (-7+b+d)+(c-a)\sqrt{2}=0,$
$(5a+c)+(4+2b)\sqrt{2}=0$
$a,\ b,\ c,\ d$ 는 유리수이므로 $-7+b+d=0$:
$c-a=0,\ 5a+c=0,\ 4+2b=0$
$\therefore\ a=0,\ b=-2,\ c=0,\ d=9$
$\therefore\ a-b-c-d=-7$

26. $x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$가 x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{8}{49}$ ② $\frac{49}{8}$ ③ 49 ④ 8 ⑤ 0

해설

$x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$를 x에 대해 정리하면
$x^2 + 5yx + ay^2 + y - 2$
이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면
판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.
$D = (25 - 4a)y^2 - 4y + 8$
$\frac{D'}{4} = 4 - 8(25 - 4a) = 0,$
$4 - 200 + 32a = 0$
$\therefore\ a = \frac{49}{8}$

27. 이차함수 $y=-x^2-2kx+4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1　　② -2　　③ 3　　④ -4　　⑤ 5

해설

$y=-x^2-2kx+4k=-(x+k)^2+k^2+4k$
$M=k^2+4k$ 이므로
$M=(k+2)^2-4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

28. x 가 실수일 때, $x^2+4y^2-8x+16y-4=0$ 을 만족하는 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면
$x^2-8x+4y^2+16y-4=0$
이것은 x 에 대한 이차 방정식으로 볼 때
x 가 실수이므로 실근을 갖는다.
$\therefore\ D/4=(-4)^2-(4y^2+16y-4)\geq 0$
$\rightarrow\ 4y^2+16y-20\leq 0$
$\rightarrow\ y^2+4y-5\leq 0$
$\rightarrow\ (y+5)(y-1)\leq 0$
$\therefore\ -5\leq y\leq 1$
$\therefore\ y$ 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -5

29. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $2x-1$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -2이다. 다항식 $xf(x)$를 $x-\frac{1}{2}$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 적은 것은?

① $2xQ(x)-2,\ -1$
② $2xQ(x)-1,\ -1$
③ $\frac{1}{2}xQ(x)-2,\ 1$
④ $\frac{1}{2}xQ(x)-1,\ 1$
⑤ $\frac{1}{2}xQ(x)+1,\ 2$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x-1)Q(x)-2 \\ &= \left(x-\frac{1}{2}\right)2Q(x)-2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xf(x) &= \left(x-\frac{1}{2}\right)2xQ(x)-2x \\ &= \left(x-\frac{1}{2}\right)2xQ(x)-2\left(x-\frac{1}{2}\right)-1 \\ &= \left(x-\frac{1}{2}\right)\{2xQ(x)-2\}-1 \end{aligned}$$

30. 다항식 $f(x)$를 $(x+2)(x-1)$, x^2+2x+2로 나눈 나머지가 각각 16, $-11x+2$라고 한다. 이 때, $f(x)$를 $(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라고 하면 $R(0)$의 값은?

① 6　② 8　③ -2　④ 1　⑤ -4

해설

$R(x)$는 삼차 이하의 다항식이므로
$R(x)=ax^3+bx^2+cx+d$라 하면
$f(x)=(x+2)(x-1)Q_1(x)+16\cdots$㉠
$f(x)=(x^2+2x+2)Q_2(x)-11x+2$
$f(x)=(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x)+ax^3+bx^2+cx+d$
$=(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x)+(ax+k)(x^2+2x+2)-11x+2$
$=(x^2+2x+2)\{(x+2)(x-1)Q_3(x)+ax+k\}$
$-11x+2\cdots$㉡
㉠, ㉡에서
$f(1)=16=5(a+k)-11+2$
$\therefore\ a+k=5\cdots$㉢
$f(-2)=16=2(-2a+k)+22+2$
$\therefore\ -2a+k=-4\cdots$㉣
㉢, ㉣에서 $a=3,\ k=2$
따라서
$R(x)=(3x+2)(x^2+2x+2)-11x+2$
$\therefore R(0)=6$

31. 다음 중에서 $2x^3-(4a+3)x^2+2(3a-1)x+4a$의 인수인 것은?

① $2x+1$ ② $x+2$ ③ $x+2a$
④ $x+a$ ⑤ $2x-1$

해설

$2x^3-(4a+3)x^2+2(3a-1)x+4a$
$=2x^3-4ax^2-3x^2+6ax-2x+4a$
$=(2x^3-3x^2-2x)-2a(2x^2-3x-2)$
$=x(2x^2-3x-2)-2a(2x^2-3x-2)$
$=(2x^2-3x-2)(x-2a)$
$=(x-2a)(2x+1)(x-2)$

32. 정수 n을 3으로 나눈 나머지를 a라 할 때, $f(n)=3+ai$로 나타내기로 한다. 이 때, $f(n-1)\cdot f(n)\cdot f(n+1)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

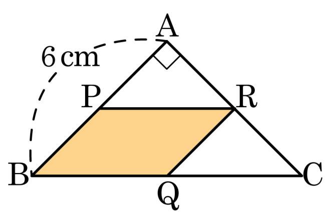
① $21-27i$　② $21+27i$　③ $27+21i$

④ $27-21i$　⑤ $30+25i$

해설

a는 0, 1, 2 중 어느 한 값이다.
n을 3으로 나눈 나머지를 0이라 생각하면
$n-1$, $n+1$을 3으로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
$f(n)=3$, $f(n-1)=3+2i$, $f(n+1)=3+i$
$\therefore\ f(n-1)\cdot f(n)\cdot f(n+1)$
$=(3+2i)\cdot 3\cdot(3+i)$
$=21+27i$
(n을 3으로 나눈 나머지를 1이나 2로 생각하여도 $f(n-1)\cdot f(n)\cdot f(n+1)$의 결과는 같다.)

33. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. □PBQR 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$\square PBQR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle RQC)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{2} \times (6-x)^2 + \frac{1}{2}x^2 \right\}$

$= 18 - (x^2 - 6x + 18)$

$= -x^2 + 6x$

$= -(x-3)^2 + 9$

따라서 $\overline{BP} = 3\text{cm}$ 일 때, □PBQR 의 넓이가 최대가 된다.

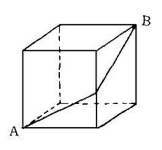
34. x에 관한 방정식 $x^4-3x^3+5x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1-2i$일 때, 실수 a, b의 값을 구하면?

① $a=-1, b=-2$　② $a=-1, b=-10$
③ $a=1, b=4$　④ $a=1, b=6$
⑤ $a=2, b=6$

해설

$x=1-2i$에서 $x-1=-2i$
양변을 제곱하면 $x^2-2x+1=-4 \Leftrightarrow x^2-2x+5=0$
$x^4-3x^3+5x^2+ax+b=0$의 좌변을 x^2-2x+5로 나누면 나누어 떨어진다.
실제로 나눗셈을 하여 정리하면
$x^4-3x^3+5x^2+ax+b$
$=(x^2-2x+5)(x^2-x-2)+(a+1)x+b+10=0$
$x^2-2x+5=0$이므로
$(a+1)x+b+10=0$
$\therefore\ a+1=0,\ b+10=0$
$\therefore\ a=-1,\ b=-10$

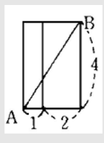
35. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 합이 28 cm, 겉넓이가 $28cm^2$, 부피가 $8cm^3$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체에서 면을 따라 꼭지점 A 에서 꼭짓점 B 에 이르는 가장 짧은 거리는?

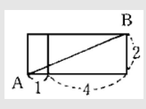


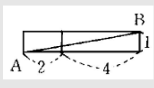
① 5cm ② 6cm ③ $2\sqrt{5}$cm
④ $\sqrt{29}$cm ⑤ $\sqrt{37}$cm

해설

각 모서리의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면
$4(a+b+c)=28$
$2(ab+bc+ca)=28$
$abc=8$
$\therefore\ a+b+c=7$
$ab+bc+ca=14$
$abc=8$
이 때, $a,\ b,\ c$ 를 세 근으로 하는 x 에 대한 삼차방정식은 $x^3-7x^2+14x-8=0\ (x-1)(x-2)(x-4)=0$ 그러므로 모서리의 길이는 각각 1cm , 2cm , 4cm 이다. 이제 꼭짓점 A 에서 꼭지점 B에 이르는 거리를전개도를 이용하여 구해 보자.

(i) 

(ii) 

(iii) 

(i) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$
(ii) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}(cm)$
(iii) 에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}(cm)$
따라서 A 에서 B 에 이르는 가장 짧은 거리는 5cm