

1. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

2. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

3. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

5. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x+1)^2 + 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

6. x 의 범위가 $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x 의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

7. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = y + 1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{B} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

8. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

9. 다음 중 식의 전개가 바르지 않은 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2) = 1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) = x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2) = x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4) = a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c) = a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$x^2-x=Y$ 라 놓자.

$$(Y-6)(Y-2) = Y^2-8Y+12$$

$$= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$$

$$= x^4-2x^3-7x^2+8x+12$$

10. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

- ① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로

$$x^2 + 4x + 3 = 0, \quad x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$(x+3)(x+1) = 0, \quad x = -1, \quad x = -3$$

$$(x+3)(x-1) \neq 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -3$$

$$\therefore x = -1$$

11. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\&= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\&= -1 - 1 - 1 = -3\end{aligned}$$

12. 복소수 α, β 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

② $\overline{\alpha^n} = (\bar{\alpha})^n$

③ $\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ (단, $\alpha \neq 0$)

④ $\overline{(\bar{\alpha})} = \alpha$

⑤ $\alpha + \bar{\alpha} = \alpha\bar{\alpha}$ 이면 α 는 허수이다.

해설

⑤ (반례) $\alpha = 2, \bar{\alpha} = 2$

13. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a + bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\&= (\sqrt{-3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{-2}) - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\&= \sqrt{-6} \times \sqrt{-6} - \sqrt{-2} - \sqrt{-2} \\&= -\sqrt{36} - \sqrt{2}i - \sqrt{2}i = -6 - 2\sqrt{2}i \\&\therefore ab = 12\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. 방정식 $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

15. 방정식 $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$|x| + |x - 1| = 9 \text{에서}$$

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{(성립하지 않음)}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

16. 다음 내용은 이차방정식에 대한 설명이다. 괄호 안에 알맞은 것은?

(가)를 계수로 갖는 이차방정식은 (나)의 범위에서 항상 근을 갖는다. 따라서 (다)를 계수로 갖는 이차식 $ax^2 + bx + c$ 는 (라)의 범위에서는 반드시 (마)의 곱으로 인수분해된다.

- ① (가) 복소수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 실수 (마) 이차식
- ② (가) 복소수 (나) 실수 (다) 복소수 (라) 실수 (마) 일차식
- ③ (가) 복소수 (나) 실수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식
- ④ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식
- ⑤ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 일차식

해설

(가) 실수, (나) 복소수, (다) 실수, (라) 복소수, (마) 일차식

17. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $-4x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ (부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

18. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 와 ab 를 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x + 12 = 0$

② $x^2 - 7x + 12 = 0$

③ $x^2 + 7x + 12 = 0$

④ $x^2 + 5x + 4 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 4 = 0$

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 a, b 라면

$$a + b = 3, ab = 4$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 9 - 8 = 1 \\ ab = 4 \end{cases}$$

1, 4를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a\end{aligned}$$

$$-9a = -9$$

$$\therefore a = 1$$

$$y = x^2 - 10x + 16$$

$$b = -10, c = 16$$

$$\therefore a + b + c = 1 + (-10) + 16 = 7$$

20. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

21. 어떤 일차식 $g(x)$ 에 대하여

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x) = \{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2$ 가 성립한다. 이 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{우변}) &= \{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2 \\&= \{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}^2 \\&= x^4 - 2(\alpha + \beta)x^3 \\&\quad + \{(\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta\}x^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)x + \alpha^2\beta^2 \\&= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x)\end{aligned}$$

$g(x)$ 가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면

$$-2(\alpha + \beta) = 2, (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta = -3$$

$$\therefore \alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -2$$

22. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율(%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$$

이 때, $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
- ② $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
- ③ $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
- ④ $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
- ⑤ $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,

$t = 0 \rightarrow 1985$ 년, $t = 1 \rightarrow 1990$ 년, $t = 2 \rightarrow 1995$ 년

$P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,

$P_2(0) = P_1(1)$ 이므로 $P_2(t)$ 에서

$t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

23. 다음 중 다항식 $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b$

② $b - c$

③ $c - a$

④ $a + b + c$

⑤ $a - b + c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^3(b-c) - a(b^3 - c^3) + bc(b^2 - c^2) \\&= (b-c)\{a^3 - a(b^2 + bc + c^2) + bc(b+c)\} \\&= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2 - ca) - a(c^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b^2 + bc - ac - a^2) \\&= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)\end{aligned}$$

24. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 2

해설

$$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$$

$$B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$$

∴ 두 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.

$$\therefore \text{다항식 } C(\pm 1) = 0$$

$$\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0, C(-1) = a + b + 4 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = -4 \text{에서 } a + b = -4$$

25. 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $(\sqrt{2} + i)^4 + a(\sqrt{2} + i)^3 + b(\sqrt{2} + i)^2 + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$ 을 만족한다. 이 때, $a - b - c - d$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

① -7

② 3

③ 1

④ -1

해설

$$(\sqrt{2} + i)^4 = -7 + 4\sqrt{2}i, (\sqrt{2} + i)^3 = -\sqrt{2} + 5i,$$

$$(\sqrt{2} + i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$$

$$(-7 + 4\sqrt{2}i) + a(-\sqrt{2} + 5i)$$

$$+ b(1 + 2\sqrt{2}i) + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$$

$$(-7 - \sqrt{2}a + b + \sqrt{2}c + d)$$

$$+ (4\sqrt{2} + 5a + 2\sqrt{2}b + c)i = 0$$

$$\therefore (-7 + b + d) + (c - a)\sqrt{2} = 0,$$

$$(5a + c) + (4 + 2b)\sqrt{2} = 0$$

a, b, c, d 는 유리수이므로 $-7 + b + d = 0$:

$$c - a = 0, 5a + c = 0, 4 + 2b = 0$$

$$\therefore a = 0, b = -2, c = 0, d = 9$$

$$\therefore a - b - c - d = -7$$

26. $x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{8}{49}$

② $\frac{49}{8}$

③ 49

④ 8

⑤ 0

해설

$x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 를 x 에 대해 정리하면

$$x^2 + 5yx + ay^2 + y - 2$$

이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면
판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (25 - 4a)y^2 - 4y + 8$$

$$\frac{D'}{4} = 4 - 8(25 - 4a) = 0,$$

$$4 - 200 + 32a = 0$$

$$\therefore a = \frac{49}{8}$$

27. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

28. x 가 실수일 때, $x^2 + 4y^2 - 8x + 16y - 4 = 0$ 을 만족하는 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

준식을 x 에 관하여 정리하면

$$x^2 - 8x + 4y^2 + 16y - 4 = 0$$

이것은 x 에 대한 이차 방정식으로 볼 때

x 가 실수이므로 실근을 갖는다.

$$\therefore D/4 = (-4)^2 - (4y^2 + 16y - 4) \geq 0$$

$$\rightarrow 4y^2 + 16y - 20 \leq 0$$

$$\rightarrow y^2 + 4y - 5 \leq 0$$

$$\rightarrow (y + 5)(y - 1) \leq 0$$

$$\therefore -5 \leq y \leq 1$$

$\therefore y$ 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -5

29. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -2 이다. 다항식 $xf(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 적은 것은?

① $2xQ(x) - 2, -1$

② $2xQ(x) - 1, -1$

③ $\frac{1}{2}xQ(x) - 2, 1$

④ $\frac{1}{2}xQ(x) - 1, 1$

⑤ $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, 2$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 2$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2Q(x) - 2$$

$$xf(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2x$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)\{2xQ(x) - 2\} - 1$$

30. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)$, x^2+2x+2 로 나눈 나머지가 각각 16, $-11x+2$ 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $(x+2)(x-1)(x^2+2x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라고 하면 $R(0)$ 의 값은?

① 6

② 8

③ -2

④ 1

⑤ -4

해설

$R(x)$ 는 삼차 이하의 다항식이므로

$R(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 라 하면

$$f(x) = (x+2)(x-1)Q_1(x) + 16 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(x) = (x^2+2x+2)Q_2(x) - 11x + 2$$

$$f(x) = (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$= (x+2)(x-1)(x^2+2x+2)Q_3(x) + (ax+k)(x^2+2x+2) - 11x + 2$$

$$= (x^2+2x+2)\{(x+2)(x-1)Q_3(x) + ax+k\}$$

$$- 11x + 2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서

$$f(1) = 16 = 5(a+k) - 11 + 2$$

$$\therefore a+k = 5 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$f(-2) = 16 = 2(-2a+k) + 22 + 2$$

$$\therefore -2a+k = -4 \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

㉢, ㉣에서 $a=3$, $k=2$

따라서

$$R(x) = (3x+2)(x^2+2x+2) - 11x + 2$$

$$\therefore R(0) = 6$$

31. 다음 중에서 $2x^3 - (4a + 3)x^2 + 2(3a - 1)x + 4a$ 의 인수인 것은?

① $2x + 1$

② $x + 2$

③ $x + 2a$

④ $x + a$

⑤ $2x - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 - (4a + 3)x^2 + 2(3a - 1)x + 4a \\ &= 2x^3 - 4ax^2 - 3x^2 + 6ax - 2x + 4a \\ &= (2x^3 - 3x^2 - 2x) - 2a(2x^2 - 3x - 2) \\ &= x(2x^2 - 3x - 2) - 2a(2x^2 - 3x - 2) \\ &= (2x^3 - 3x - 2)(x - 2a) \\ &= (x - 2a)(2x + 1)(x - 2) \end{aligned}$$

32. 정수 n 을 3으로 나눈 나머지를 a 라 할 때, $f(n) = 3 + ai$ 로 나타내기로 한다. 이 때, $f(n-1) \cdot f(n) \cdot f(n+1)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $21 - 27i$

② $21 + 27i$

③ $27 + 21i$

④ $27 - 21i$

⑤ $30 + 25i$

해설

a 는 0, 1, 2 중 어느 한 값이다.

n 을 3으로 나눈 나머지를 0이라 생각하면

$n-1$, $n+1$ 을 3으로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로

$$f(n) = 3, f(n-1) = 3 + 2i, f(n+1) = 3 + i$$

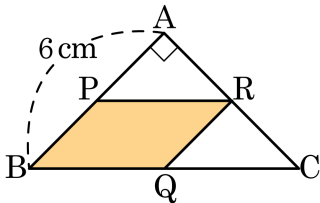
$$\therefore f(n-1) \cdot f(n) \cdot f(n+1)$$

$$= (3 + 2i) \cdot 3 \cdot (3 + i)$$

$$= 21 + 27i$$

(n 을 3으로 나눈 나머지를 1이나 2로 생각하여도 $f(n-1) \cdot f(n) \cdot f(n+1)$ 의 결과는 같다.)

33. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$$\begin{aligned}
 \square PBQR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle RQC) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{2} \times (6-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\} \\
 &= 18 - (x^2 - 6x + 18) \\
 &= -x^2 + 6x \\
 &= -(x-3)^2 + 9
 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{BP} = 3\text{cm}$ 일 때, $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 된다.

34. x 에 관한 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - 2i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1, b = -2$

② $a = -1, b = -10$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = 1, b = 6$

⑤ $a = 2, b = 6$

해설

$x = 1 - 2i$ 에서 $x - 1 = -2i$

양변을 제곱하면 $x^2 - 2x + 1 = -4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$

$x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b = 0$ 의 좌변을 $x^2 - 2x + 5$ 로 나누면 나누어 떨어진다.

실제로 나눗셈을 하여 정리하면

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - 2x + 5)(x^2 - x - 2) + (a + 1)x + b + 10 = 0$$

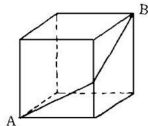
$$x^2 - 2x + 5 = 0 \text{ 이므로}$$

$$(a + 1)x + b + 10 = 0$$

$$\therefore a + 1 = 0, b + 10 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -10$$

35. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 합이 28 cm, 겉넓이가 28cm^2 , 부피가 8cm^3 인 직육면체가 있다. 이 직육면체에서 면을 따라 꼭지점 A에서 꼭짓점 B에 이르는 가장 짧은 거리는?



- ① 5cm ② 6cm ③ $2\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{37}\text{cm}$

해설

각 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 28$$

$$2(ab + bc + ca) = 28$$

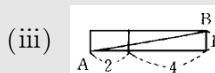
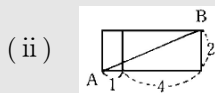
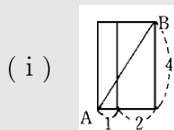
$$abc = 8$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

$$ab + bc + ca = 14$$

$$abc = 8$$

이 때, a, b, c 를 세 근으로 하는 x 에 대한 삼차방정식은 $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ $(x-1)(x-2)(x-4) = 0$ 그러므로 모서리의 길이는 각각 1cm, 2cm, 4cm 이다. 이제 꼭짓점 A 에서 꼭지점 B 에 이르는 거리를 전개도를 이용하여 구해 보자.



(i) 에서 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

(ii) 에서 $\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}(\text{cm})$

(iii) 에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}(\text{cm})$

따라서 A 에서 B 에 이르는 가장 짧은 거리는 5cm