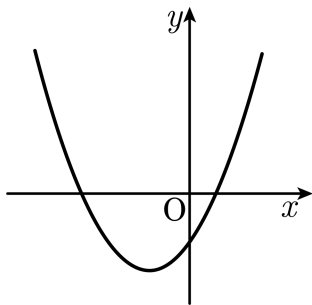


1. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



① 제1 사분면

② 제2 사분면

③ 제3 사분면

④ 제4 사분면

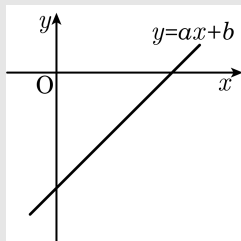
⑤ 없다.

해설

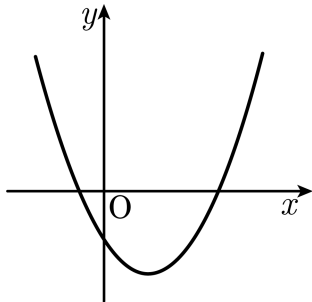
아래로 볼록이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

$y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



2. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a

② b

③ c

④ a, b

⑤ a, c

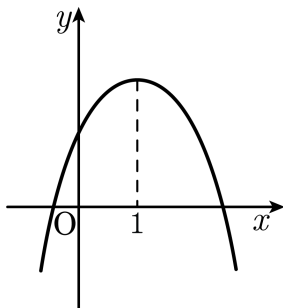
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

3. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?



- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
- ② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

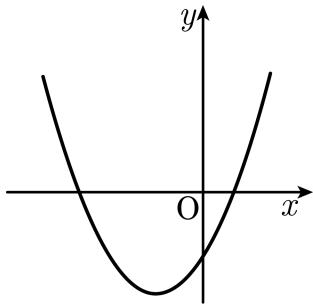
해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.

$x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

4. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 :

0

▷ 정답 : $abc < \underline{0}$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

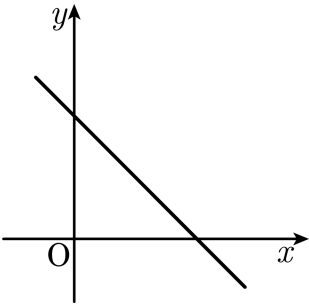
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

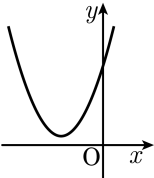
$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

$\therefore abc < 0$

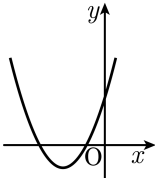
5. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



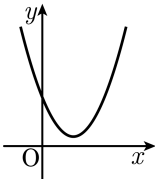
①



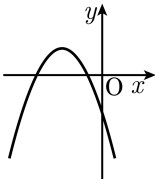
②



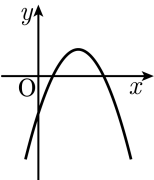
③



④

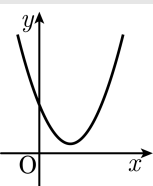


⑤



해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

6. 다음 중 보기의 주어진 식의 대소 관계가 알맞은 것은?

$$A = \sqrt{6} - 3, B = \sqrt{6} - \sqrt{5}, C = 3 - \sqrt{5}$$

① $A > B$

② $A > C$

③ $B > C > A$

④ $C > A > B$

⑤ $C > B > A$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt{6} - 3 - (\sqrt{6} - \sqrt{5}) &= -3 + \sqrt{5} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{5} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A < B$$

$$\text{ii) } \sqrt{6} - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 3 = \sqrt{6} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore B < C$$

따라서 $C > B > A$

7. 이차방정식 $(x+1)(x-2) = -2x+4$ 의 두 근 a, b ($a > b$) 에 대하여 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근은?

① $x = -3$ 또는 $x = 1$

② $x = 3$ 또는 $x = -1$

③ $x = 2$ 또는 $x = -3$

④ $x = 3$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = -3$ 또는 $x = -1$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + x - 6 = 0$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

두 근이 a, b ($a > b$) 이므로 $a = 2, b = -3$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

8. $\frac{3}{5}x^2 = \frac{2}{3}x - a$ 의 근이 $x = \frac{b \pm \sqrt{7}}{9}$ 일 때, $3ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$9x^2 - 10x + 15a = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}x &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{10^2 - 4 \times 9 \times 15a}}{2 \times 9} \\&= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 540a}}{18} \\&= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 135a}}{9}\end{aligned}$$

따라서 $25 - 135a = 7$ 이므로 $a = \frac{2}{15}$, $b = 5$ 이다.

$$\therefore 3ab = 3 \times \frac{2}{15} \times 5 = 2$$

9. 학교에서 매달 1 째, 3 째 주 금요일에만 야외 수업을 한다. 5 월에 야외 수업을 한 금요일의 날짜의 곱이 95 일 때, 이 달의 1 째 주 일요일의 날짜는?

① 5 월 6 일

② 5 월 7 일

③ 5 월 8 일

④ 5 월 9 일

⑤ 5 월 10 일

해설

야외 수업을 한 날짜를 x , $x + 14$ 일이라 하면

$$x(x + 14) = 95$$

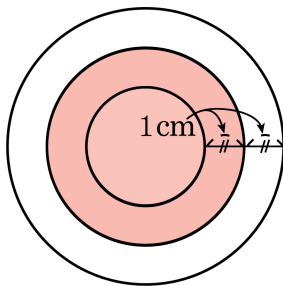
$$x^2 + 14x - 95 = 0$$

$$(x - 5)(x + 19) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 5$$

따라서 1 째 주 일요일은 2 일 뒤인 5 월 7 일이다.

10. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$
 ④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\text{cm}$ 이 된다.

$$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$$

$$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3 \text{ 에서}$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 3$$

색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.

따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 이차함수 중 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{2}{3}x^2$

② $y = 3x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$

④ $y = -5x^2 + 7$

⑤ $y = -4x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 이차함수를 고른다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(-3, 9)$ 을 지난다.
- ② 아래로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ⑤이 답이다.

13. 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2$

㉡ $y = 3x^2$

㉢ $y = -3x^2$

㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉠과 ㉢이다.
- ② x 축 위쪽에 나타나지 않는 그래프는 ㉡, ㉣이다
- ③ ㉡와 ㉢의 그래프는 y 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ④ 폭이 가장 좁은 그래프는 ㉠이다.
- ⑤ 폭이 가장 넓은 그래프는 ㉣이다.

해설

- ⑤ a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

14. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

15. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 만큼, y 축으로 -5 만큼 평행이동한 그래프는 점 $(-3, a)$ 를 지난다고 할 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$y = 3(x + 1)^2 - 5$ 가 점 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = 3(-3 + 1)^2 - 5 = 7$ 이다.

16. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?

① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

④ 위로 볼록한 그래프이다.

⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2$ 이므로 $y = -3(x - 2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

17. 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = ax^2 + q$ ($a \neq 0$)의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $y = a(x + p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.

③ $y = a(x - p)^2 + q$, $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이 된다.

④ $y = ax^2$ 의 그래프는 원점을 꼭짓점, y 축을 대칭축으로 하는 포물선이다.

⑤ $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 일 때, $p > 0$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

② $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 $-p$ 만큼 평행이동한 것이다.

18. $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 3x + 2$ 의 그래프와 일치하겠는가?

- ① x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
- ② x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{5}{4}$
- ③ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $-\frac{1}{4}$
- ④ x 축으로 $\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$
- ⑤ x 축으로 $-\frac{3}{2}$, y 축으로 $\frac{3}{4}$

해설

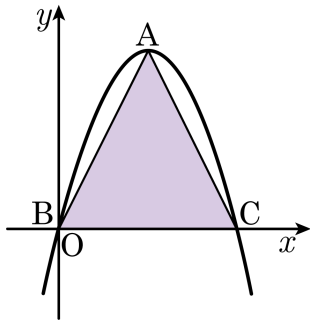
$y = x^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 1)$

$y = x^2 + 3x + 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

이므로

x 축 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이다.

19. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



① 32

② 16

③ 8

④ 4

⑤ 2

해설

$y = -(x-2)^2 + 4$ 에서 $A(2, 4)$ 이므로 삼각형의 높이는 4이다.

$y = x(x-4)$ 에서 $B(0, 0)$, $C(4, 0)$ 이므로 $\overline{BC} = 4$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

21. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

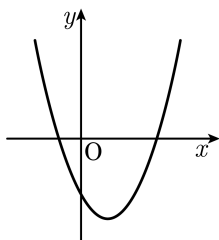
해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

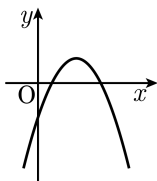
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

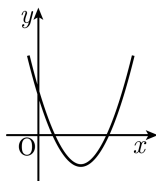
22. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



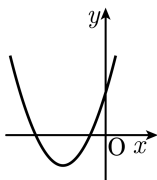
①



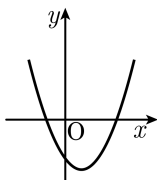
②



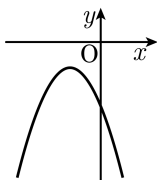
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

23. 다음의 두 식 A , B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

24. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ ① \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\begin{aligned} b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ ② \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$\begin{aligned} ③ \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ ⑤ \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore a + 1 > 0$$

25. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,
 $\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

26. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $N(x)$ 로 나타내면 $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(x) = 42$ 가 성립되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

해설

$$N(1) + \cdots + N(3) = 1 \times 3 = 3$$

$$N(4) + \cdots + N(8) = 2 \times 5 = 10$$

$$N(9) + \cdots + N(15) = 3 \times 7 = 21$$

$$N(16) + N(17) = 4 \times 2 = 8$$

$x = 17$ 일 때, 성립

27. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

28. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ 의 값을 구하여라.(단, 소수 넷째 자리까지 구한다.)

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241

▶ 답 :

▶ 정답 : 0.0472

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) &= \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2.236}{5} - 0.4 \\ &= 0.4472 - 0.4 = 0.0472\end{aligned}$$

29. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

①

12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

30. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

31. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

32. $x^2 = 2$ 일 때, $(x+1)^8(x-1)^{12}$ 을 간단히 하면 $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + 1$ 이 된다. 이때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}(x+1)^8(x-1)^{12} &= (x+1)^8(x-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x^2-1)^8(x-1)^4 \\ &= (x-1)^4 \quad (\because x^2 = 2)\end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned}(x-1)^4 &= (x-1)^2(x-1)^2 \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$

이고, $A = -4$, $B = 4$, $C = -4$ 이므로
 $A + B + C = -4$ 이다.

33. 이차방정식 $x^2 - 6x - n = 0$ 의 해가 정수가 되도록 하는 두 자리의 정수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$x = 3 \pm \sqrt{9+n}$ 이므로 해가 정수가 되기 위해서는
 $9+n = (\text{완전제곱수})$ 이고 n 은 두 자리의 정수이므로
 $9+n = 25, 36, 49, \dots, 100$
 $n = 16, 27, 40, 55, 72, 91$ 의 6 개이다.