

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = -4a + b + 3$ 이라고 할 때, $(3 * a) * 2 = (2 * b)$ 의 해 (a, b) 의 순서쌍의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$(-12 + a + 3) * 2 = (-8 + b + 3)$
 $(a - 9) * 2 = (b - 5)$
 $-4a + 36 + 2 + 3 = b - 5$
 $4a + b = 46$
 $a = 1$ 일 때, $b = 42$
 $a = 2$ 일 때, $b = 38$
 $\vdots$
 $a = 10$ 일 때, $b = 6$
 $a = 11$ 일 때, $b = 2$
따라서 (a, b) 의 개수는 11 개이다.

2. 미지수가 2개인 일차방정식 $\frac{2x+y+3}{2} = \frac{2y-2(x-1)}{3}$ 의 한 해가 $x=k, y=-5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

식의 양변에 6을 곱하면,

$$3(2x+y+3) = 2\{2y-2(x-1)\}$$

$$6x+3y+9 = 4y-4x+4, 10x-y = -5$$

$(k, -5)$ 를 대입하면, $10k+5 = -5 \therefore k = -1$

3. 연립방정식 $4x - 3y - 2z = 0$, $-x + y = z$ 를 만족하는 세 자연수 x, y, z 의 곱이 240 일 때, $\frac{y-z}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$4x - 3y - 2z = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$-x + y - z = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A} - \textcircled{B} \times 2 \text{ 를 하면 } y = \frac{6}{5}x$$

$$y = \frac{6}{5}x \text{ 를 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } z = \frac{1}{5}x$$

$$\text{따라서 } x : y : z = x : \frac{6}{5}x : \frac{1}{5}x = 5 : 6 : 1 \text{ 이므로}$$

$$x = 5k, y = 6k, z = k \text{ 라 하면}$$

$$xyz = 240 \text{ 이므로 } 30k^3 = 240$$

$$k^3 = 8$$

$$\therefore k = 2$$

$$x = 10, y = 12, z = 2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{y-z}{x} = \frac{12-2}{10} = 1$$

4. 정수 x, y 에 대하여 두 정수 x 와 y 를 곱한 값과 x 와 y 를 더한 값보다 2만큼 큰 수는 서로 크기가 같다고 할 때, 아래와 같은 식이 성립하도록 하는 z 값을 모두 구하여라.

$$\frac{16^x}{8^y} = 64^z$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$$\frac{16^x}{8^y} = 64^z \text{ 에서}$$

$$\frac{2^{4x}}{2^{3y}} = 2^{6z}$$

$$2^{4x-3y} = 2^{6z} \text{ 이므로}$$

$$4x - 3y = 6z$$

$$\therefore z = \frac{4x - 3y}{6}$$

한편 $x \times y = x + y + 2$ 의 식이 성립한다.

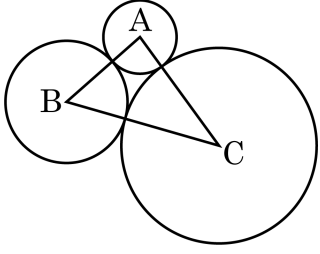
$$xy - x - y - 2 = 0, x(y - 1) - (y - 1) - 3 = 0 \therefore (x - 1)(y - 1) = 3$$

x, y 가 정수이므로 $(x - 1, y - 1)$ 은 $(1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)$

(x, y) 는 $(2, 4), (4, 2), (0, -2), (-2, 0)$

따라서 z 는 $-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 1, -\frac{4}{3}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 세 원 A, B, C가 접해 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$, $\overline{CA} = 11\text{cm}$ 일 때, 세 원의 넓이의 비는?



- ① 3 : 5 : 7 ② 12 : 35 : 24 ③ 8 : 13 : 15
 ④ 9 : 25 : 24 ⑤ 15 : 25 : 21

해설

세 원 A, B, C의 반지름의 길이가 각각 a , b , c 라고 하면

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ b+c=13 \\ +) \quad c+a=11 \\ \hline 2(a+b+c)=32 \end{array}$$

$\therefore a+b+c = 16$ 이므로 $a = 3$, $b = 5$, $c = 8$ 이다. 넓이의 비는

$$3^2 : 5^2 : 8^2 = 9 : 25 : 64$$

6. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{7}{x+1} - \frac{3}{y+1} = 10 \\ -\frac{2}{x+1} + \frac{2}{y+1} = -5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{5}$ 또는 0.6

▷ 정답 : $y = -\frac{23}{15}$

해설

$\frac{1}{x+1} = A, \frac{1}{y+1} = B$ 로 놓으면

$$\begin{cases} 7A - 3B = 10 \cdots \textcircled{㉠} \\ -2A + 2B = -5 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 14A - 6B = 20 \\ +) -6A + 6B = -15 \\ \hline 8A = 5 \end{array}$$

$$\therefore A = \frac{5}{8}$$

㉡에 $A = \frac{5}{8}$ 를 대입하면

$$-2 \times \frac{5}{8} + 2B = -5, B = -\frac{15}{8}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{5}{8}, x+1 = \frac{8}{5}, x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{y+1} = -\frac{15}{8}, y+1 = \frac{-8}{15}, y = -\frac{23}{15}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} -\frac{a}{2}x + \frac{1}{3}y = \frac{5}{8} \\ 4x - 2by = -3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{a}{2}}{4} &= \frac{\frac{1}{3}}{-2b} = \frac{\frac{5}{8}}{-3} \\ -\frac{a}{8} &= -\frac{5}{24}, \quad a = \frac{5}{3} \\ -\frac{1}{6b} &= -\frac{5}{24}, \quad b = \frac{4}{5} \\ \therefore ab &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 0.3x + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases} \quad \text{여기서} \quad \begin{cases} ax + 8y = 20 \\ 3x + 2by = 5 \end{cases}$$
$$\frac{a}{3} = \frac{8}{2b} = \frac{20}{5}, \frac{a}{3} = \frac{4}{b} = 4, a = 12, b = 1$$
$$\therefore ab = 12$$

9. 어느 세포는 1 시간 동안 A, B, C, D 단계를 거쳐 두 개로 분해한다. A, B, C 단계에 걸리는 시간은 각각 자기 단계를 제외한 나머지 세 단계를 거치는 데 걸리는 시간의 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 일 때, D 단계에 걸리는 시간은 얼마인지 구하여라.

▶ **답:** 분

▶ 정답 : 13분

해설

A, B, C, D 단계에 걸리는 시간을 각각, x, y, z, w 분이라 하면

$$x + y + z + w = 60 \dots \textcircled{7}$$

$$x = \frac{1}{2} (y + z + w) , y + z + w = 2x \cdots \textcircled{L}$$

$$y = \frac{1}{3}(x + z + w), x + z + w = 3y \cdots \textcircled{E}$$

$$z = \frac{1}{4}(x + y + w) \text{ , } x + y + w = 4z \cdots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡, ㉢을 ㉣에 대입하여 연립방정식을 풀면

$$\therefore x = 20, y = 15, z = 12$$

$$\therefore w = 60 - (20 + 15 + 12) = 13$$

D 단계에 걸리는 시간은 13 분이다.

10. 어떤 전기회사에서 가정 전기의 1 개월 전기요금을 다음과 같이 정하였다.
- 사용 전력량이 15kwh까지는 기본요금 a 원, 사용 전력량이 15kwh를 넘었을 때, 넘어간 양에 대해서는 1kwh 당 b 원의 초과요금과 기본요금을 더한다.
- 사용 전력량이 120kwh를 넘었을 때, 넘어간 양에 대해서는 1kwh 당 b 의 25%가 증가한 초과요금과 120kwh 일 때의 전기요금을 더한다.
- 어떤 가정에서 10 월에는 95kwh를 사용하여 1540 원을, 또 12 월에는 140kwh를 사용하여 2340 원을 전기요금으로 냈다. 기본요금을 a 원, 15kwh를 넘었을 때의 초과요금을 b 원이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

10 월에 낸 요금 : $a + (95 - 15)b = 1540$
12 월에 낸 요금 : $a + (120 - 15)b + (140 - 120) \times 1.25b = 2340$
두 방정식을 연립하여 풀면 $a = 260, b = 16$

11. 농도가 30% 인 알코올 용액과 농도가 20% 인 알코올 용액이 각각 1kg 씩 있다. 이 두 용액을 적당히 섞어서 농도가 24% 인 알코올 용액을 만들려고 할 때, 만들 수 있는 알코올 용액의 양의 최댓값을 구하여라.

▶ 답: $\frac{5000}{3}$ g

▷ 정답: $\frac{5000}{3}$ g

해설

30% 농도의 알코올을 x g, 20% 농도의 알코올을 y g 섞어서 24%의 알코올을 만들었다면

	물의 양	알코올의 양	합계
30% 알코올	$\frac{7}{10}x$	$\frac{3}{10}x$	x
20% 알코올	$\frac{8}{10}y$	$\frac{2}{10}y$	y

섞어서 만든 알코올의 농도가 24% 이므로 물과 알코올의 비는 76 : 24 이다.

$$(0.7x + 0.8y) : (0.3x + 0.2y) = 76 : 24$$

$$2y = 3x \quad \therefore x : y = 2 : 3$$

그런데 $0 \leq y \leq 1000$ g 이므로 최대한 만들 수 있는 알코올의

양은 $y = 1000$ g 이고 $x = \frac{2000}{3}$ g 일 때

$$x + y = \frac{2000}{3} + 1000 = \frac{5000}{3} \text{ (g) 이다.}$$

12. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 두 계단씩 올라가고 진 사람은 한 계단씩 내려가기로 하였다. 이 게임이 끝났을 때, 처음보다 A 는 25 계단, B 는 4 계단 올라가 있었다. B 가 이긴 횟수는? (단, 비긴 경우는 없다.)

① 11회 ② 12회 ③ 13 회 ④ 14 회 ⑤ 15 회

해설

A 가 진 횟수를 x , 이긴 횟수를 y 라고 하면 B 가 이긴 횟수는 x , 진 횟수는 y 이다.

$$\begin{cases} -x + 2y = 25 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\therefore x = 11, y = 18$$

13. A 도시의 인구를 조사했더니 현재 남자와 여자의 비가 11 : 10 이고, 작년의 인구 수와 비교했더니 남자는 10% 증가하였고, 여자는 20% 감소하였다. 현재 인구가 210000 명이라고 할 때, 전체 도시 인구는 얼마나 변화했는지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 15000 명

해설

현재 도시의 남녀 인구수의 비가 11 : 10 이므로 현재 남자 인구 수는 $210000 \times 11 \div 21 = 110000$ 이고, 여자 인구 수는 $210000 - 110000 = 100000$ 이다.

작년에 비해 남자 인구 수는 10% 증가했고, 여자 인구 수는 20% 감소했으므로 작년 남녀 인구 수는 각각

모든 것의 시작은 이로부터 시작된다.

$$110000 \div 1.1 = 100000 \text{ (명)}$$
$$110000 \div 1.1 = 100000 \text{ (명)}$$
$$100000 \times 1.25 = 125000 \text{ (元)}$$

5000 (명)

$$\begin{aligned} 100000 \times 1.25 &= 125000 \text{ (명)} \\ (\text{작년 전체 인구 수}) &= 100000 + 125000 \\ &= 225000 \text{ (명)} \end{aligned}$$

14. 속력이 일정한 배가 강물을 거슬러 올라가서 5km 를 가는데 1 시간이 걸렸고, 강물을 따라 같은 거리를 내려오는 데 15 분이 걸렸다. 정지한 물에서의 배의 속력을 구하여라.

▶ 답 : km/h

▷ 정답 : 12.5 km/h

해설

정지한 물에서 배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라 하면

$$\frac{5}{x-y} = 1, x-y = 5$$

$$\frac{5}{x+y} = \frac{1}{4}, x+y = 20$$

$$\therefore x = \frac{25}{2}, y = \frac{15}{2}$$

따라서 정지한 물에서 배의 속력은 12.5km/h

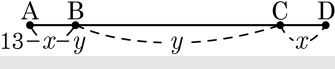
15. 학교에서 13km 떨어진 체육관으로 시합을 하러 가는 데 두 조로 나누어서 1 조는 시속 4km 의 속력으로 걸어가고 2 조는 시속 40km 로 달리는 버스를 타고 동시에 출발하였다. 도중에 2조가 버스에서 내려서 걸어가고 버스는 바로 되돌아가 걸어오던 1 조를 태우고 가서 1 조와 2 조가 동시에 도착하였다. 2 조가 걸은 거리를 구하여라. (단, 두 조가 걸은 거리와 속력은 같고, 버스를 타고 내리는 데 걸린 시간은 무시한다.)

▶ 답 : km

▷ 정답 : 2km

해설

출발 지점을 A , 1 조와 버스가 만난 지점을 B , 2 조가 내린 지점을 C , 체육관을 D 라 하고 2 조가 내려서 걸은 거리를 x , 버스가 1 조를 만날 때까지 되돌아 온 거리를 y 라 하고 그림으로 나타내 보면 다음과 같다.



(1 조가 걸은 시간)=(버스가 되돌아 올 때까지 걸린 시간)

$$\frac{13-x-y}{4} = \frac{13-x+y}{40} \quad \dots \textcircled{1}$$

(버스가 C 에서 되돌아와 1 조를 태우고 체육관에 도착할 때까지 걸린 시간)=(2 조가 C 에서 내려 걸어간 시간)

$$\frac{y+(y+x)}{40} = \frac{x}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

①의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$$9x+11y=117 \quad \dots \textcircled{3}$$

②의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$$9x-2y=0 \quad \dots \textcircled{4}$$

③-④하면 $13y=117$

$$y=9$$

$$\therefore x=2$$

16. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$$f^n\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 는 } \frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2} \text{ 의 값을 순환한다.}$$

$$99 \div 4 = 24 \cdots 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

17. x 의 값은 $0 \leq x \leq 3$ 이면서 유리수이다. 함수 $f(x)$ 가 x 가 정수일 때 $f(x) = 0$, x 가 정수가 아닐 때 $f(x) = 1$ 의 함숫값을 갖는다. 서로 다른 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 0$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(a) + f(b) + f(c) + f(d) = 0$ 이므로 a, b, c, d 는 모두 정수이다.
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 정수가 될 수 있는 값은 $0, 1, 2, 3$ 이므로
 $\therefore a + b + c + d = 6$

18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동하였더니 $y = -3x - 7$ 의 그래프와 일치하였다. 이때, 상수 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
 $y = a(x - 3) + b + 1 = ax - 3a + b + 1$
이것이 $y = -3x - 7$ 의 그래프와 일치하므로
 $a = -3, b = -17$
 $\therefore a - b = 14$

19. 직선 $y = m(2 - x) + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지나는 직선이 될 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

$y = m(2 - x) + 3$ 을 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하므로

$$y = -mx + 2m + 3 + 2 = -mx + 2m + 5$$

또한, 이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동하면 y 대신 $-y$ 를 대입하므로

$$-y = -mx + 2m + 5$$

$$\therefore y = mx - 2m - 5$$

이 직선이 원점을 지나는 직선이 되려면 y 절편이 0 이어야 하므로

$$-2m - 5 = 0$$

$$\therefore m = -\frac{5}{2}$$

20. 일차함수 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 을 x 축 방향으로 4만큼 평행이동한 직선을 l 이라 하고 직선 l 과 y 축에 대하여 대칭인 직선을 m 이라 할 때, 직선 l, m 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

직선 l 은

$$\begin{aligned} y &= -\frac{3}{2}(x-4) + 3 \\ &= -\frac{3}{2}x + 9 \end{aligned}$$

직선 m 은 $y = \frac{3}{2}x + 9$ 이다.

직선 l, m 은 y 절편이 모두 9이고, x 절편은 각각 6, -6이다.

$$\therefore (\text{넓이}) = (6+6) \times 9 \times \frac{1}{2} = 54$$

21. 일차함수 $y = ax + b$ 는 점 $(5, 3)$ 을 지나고 $\frac{f(m) - f(n)}{m - n} = \frac{2}{5}$ 이다. 이 때, $f(-2) + f(7)$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

기울기 $a = \frac{2}{5}$ 이므로

$y = \frac{2}{5}x + b$ 에 점 $(5, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b, b = 1$$

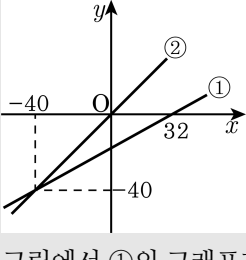
$$y = \frac{2}{5}x + 1$$

$$\therefore f(-2) + f(7) = -\frac{4}{5} + 1 + \frac{14}{5} + 1 = 4$$

22. 보통 온도를 말할 때 섭씨(°C) 또는 화씨(°F)로 나타낸다. 두 표현 방식에는 $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9}(^{\circ}\text{F} - 32)$ 의 관계식이 성립한다. 섭씨로 나타낸 숫자가 화씨로 나타낸 온도의 숫자보다 크게 되는 것은 화씨 몇 도 미만인가?
- ① 영하 10도 ② 영하 20도 ③ 영하 30도
④ 영하 40도 ⑤ 영하 50도

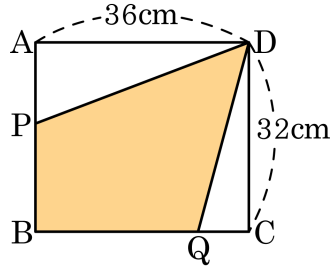
해설

섭씨를 y , 화씨를 x 라 하면
관계식은 $y = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} \cdots \textcircled{1}$



그림에서 ①의 그래프가 직선 $y = x \cdots \textcircled{2}$ 보다 위에 있을 경우의 x 의 값의 범위를 구하면 된다. 직선 ①과 ②의 교점이 $(-40, -40)$ 이므로 $x < -40$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 P는 초속 2cm의 속력으로 점 B에서 A를 향하여 움직이고 점 Q는 초속 3cm의 속력으로 C를 향하여 움직인다. x 초 후의 $\square PBQD$ 의 넓이를 y 라고 할 때 y 를 x 의 식으로 나타내고, y 가 $\square ABCD$ 넓이의 $\frac{2}{3}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 84x$

▷ 정답 : $x = \frac{64}{7}$

해설

$$36 \times 32 \times \frac{2}{3} = 768$$

$$\overline{PB} = 2x, \overline{BQ} = 3x$$

$$\triangle PBD = \frac{1}{2} \times 2x \times 36 = 36x$$

$$\triangle DBQ = \frac{1}{2} \times 3x \times 32 = 48x$$

$$y = \triangle PBD + \triangle DBQ = 36x + 48x = 84x$$

$$84x = 768 \text{ 에서}$$

$$\therefore x = \frac{64}{7}$$

24. 용량이 600ml 의 욕조에 물을 500ml 까지 채우고 목욕을 한 후 욕조의 물을 모두 빼내려 한다. 1 분에 100ml 씩 욕조에 물을 채우고 물이 다 찬 상태에서 10 분간 목욕을 한 후 2 분에 50ml 씩 물을 빼낸다. 욕조에 물을 채우기 시작할 때부터 물을 모두 빼낼 때 까지의 시간을 x (분) 라 하고 욕조에 들어있는 물의 양을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11250

해설

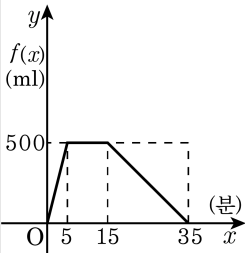
욕조에 500ml 의 물을 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{500}{100} = 5$ (분) 이다.

즉, $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $f(x) = 100x$

목욕시간이 10 분이므로 $5 \leq x \leq 15$ 일 때, $f(x) = 500$

욕조에 있는 500ml 의 물을 빼내는데 걸리는 시간은 $\frac{500}{25} = 20$ (분) 이므로

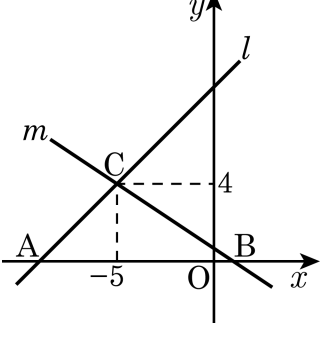
$15 \leq x \leq 35$ 일 때, $f(x) = -25x + 875$



$f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$5 \times 500 \times \frac{1}{2} + (15 - 5) \times 500 + (35 - 15) \times 500 \times \frac{1}{2} = 11250$ 이다.

25. 다음 그림에서 직선 ℓ, m 의 기울기는 각각 $1, -\frac{2}{3}$ 이고, 교점의 좌표가 $C(-5, 4)$ 이다. ℓ, m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$\ell : y = x + b$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = -5 + b$ 에서 $b = 9$
 $\therefore y = x + 9$
점 A는 이 식의 x 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = x + 9 \quad \therefore x = -9$
 $m : y = -\frac{2}{3}x + c$ 에 점 $(-5, 4)$ 를 대입하면
 $4 = \frac{10}{3} + c$ 에서 $c = -\frac{2}{3}$
 $\therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$
점 B는 이 식의 y 절편이므로 $y = 0$ 일 때,
 $0 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$ 에서 $\therefore x = 1$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-9)\} \times 4 = 20$

26. 일차함수 $f(x) = -x + 9$ 에서 $f(a) = 2a, f(2b) = -b, f(ab) = c$ 일 때, $f\left(\left|\frac{c}{2}\right|\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(a) = 2a$ 에서 $-a + 9 = 2a, a = 3$ 이다.

$f(2b) = -b$ 에서 $-2b + 9 = -b, b = 9$ 이다.

$f(ab) = f(27) = -27 + 9 = -18 = c$ 이다.

$\therefore f\left(\left|\frac{c}{2}\right|\right) = f\left(\left|\frac{-18}{2}\right|\right) = f(9) = -9 + 9 = 0$

27. 직선 $y = 3$ 과 수직으로 만나고 $(-1, 5)$ 를 지나는 직선의 그래프가 $(a-3)x + (2b+2)y - 4 = 0$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 3$ 과 수직으로 만나려면 주어진 일차방정식의 y 계수가 0 이 되어야 하고 $(-1, 5)$ 를 지나므로

$$2b + 2 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$(a-3)(-1) - 4 = 0 \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore a - b = 0$$

28. 세 직선 $2x + 3y = 4$, $3x + y - 13 = 0$, $x - ay + 7 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 & \cdots \textcircled{A} \\ 3x + y - 13 = 0 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 과 $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면 $x = 5$, $y = -2$

즉, 세 직선은 점 $(5, -2)$ 에서 만난다.

$x - ay + 7 = 0$ 에 점 $(5, -2)$ 를 대입하면

$$5 + 2a + 7 = 0, 2a = -12, a = -6$$

29. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{1}{2}$

▷ 정답 : 최댓값 = $\frac{5}{2}$

해설

좌표평면에
 $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 의
그래프를 나타내면

$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여
만들어지는 삼각형 ABC 와
만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프
가 어두운 부분의 범위가 된다.

$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점A $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$ 을 대입하면

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$$

또, B(-1, 0) 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$
이다.

30. 좌표평면에서 두 직선 $y = 2x + 4$ 와 $y = -x + 7$ 의 교점을 A, 직선 $y = 2x + 4$ 와 y 축이 만나는 점을 B, 직선 $y = -x + 7$ 과 x 축이 만나는 점을 C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2x + 4 = -x + 7$ 에서

$3x = 3, x = 1, y = 6$

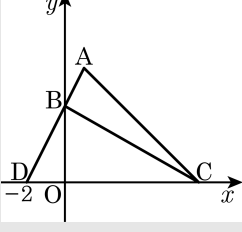
점 A의 좌표 : (1, 6)

$y = 2x + 4$ 에서 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

점 B의 좌표 : (0, 4)

$y = -x + 7$ 에서 $y = 0$ 일 때 $x = 7$ 이므로

점 C의 좌표 : (7, 0)



$$\triangle ABC = \triangle ADC - \triangle BDC$$

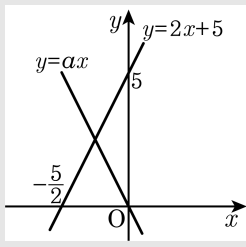
$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 4 \right)$$

$$= 9$$

31. 직선 $y = ax$ 의 그래프가 $y = 2x + 5$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분한다고 할 때, 상수 a 의 값은?

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설



$y = 2x + 5$ 에서

x 절편 : $0 = 2x + 5, x = -\frac{5}{2}$

y 절편 : $y = 5 \quad \therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$

$y = ax$ 가 넓이를 이등분하려면 $y = 2x + 5$ 와 $y = \frac{5}{2}$ 일 때 만나야한다.

$\frac{5}{2} = 2x + 5, x = -\frac{5}{4}$

$y = ax$ 에 점 $\left(-\frac{5}{4}, \frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면

$\frac{5}{2} = a \times \left(-\frac{5}{4}\right) \quad \therefore a = -2$