

1. 다음은 철호네 반 학생들이 일차방정식 x, y 가 자연수일 때, $3x + 2y = 19$ 의 해를 구해 칠판에 쓴 것이다. 다음 중 잘못 구한 사람을 모두 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 철호

▷ 정답 : 상정

해설

주어진 식의 x, y 의 값을 표로 나타내면

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	11	$\frac{17}{2}$	8	$\frac{13}{2}$	5	$\frac{7}{2}$	2	$\frac{1}{2}$

이므로 x, y 값이 자연수가 되는 쌍을 찾으면

(1, 8), (3, 5), (5, 2) 이다.

철호 : (-1, 11) 자연수가 아니다.

상정 : (4, 7) 해가 아니다.

2. 10 보다 작은 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = a - 2b + 6$ 이라고 할 때, $(a * 4) * 1 = (3 * b)$ 의 해 (a, b) 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(a - 8 + 6) * 1 = (3 - 2b + 6)$$

$$(a - 2) * 1 = (9 - 2b)$$

$$a - 2 - 2 + 6 = 9 - 2b$$

$$a + 2b = 7$$

$$a = 1 \text{ 일 때, } b = 3$$

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 2$$

$$a = 5 \text{ 일 때, } b = 1$$

따라서 (a, b) 의 개수는 3 개이다.

3. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x + 2y - 1}{4} = \frac{2x + y + 2}{3}$ 의 한 해가 $(5, k)$ 일 때, k 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

식의 양변에 12 를 곱하면

$$3(3x + 2y - 1) = 4(2x + y + 2), \quad x + 2y = 11$$

$(5, k)$ 를 대입하면

$$5 + 2k = 11, \quad \therefore k = 3$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 2x + y - 2a = 4 \\ 4x + 3y + 2a = 8 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$$

① (2, 3)

② (2, -3)

③ (4, 3)

④ (4, -3)

⑤ (3, -2)

해설

$$\begin{cases} 2x + y - 2a = 4 & \dots \textcircled{1} \\ 4x + 3y + 2a = 8 & \dots \textcircled{2} \text{에서} \\ 3x + y = 9 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ②를 하면

$$6x + 4y = 12 \text{에서 } 3x + 2y = 6 \dots \textcircled{4}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 9 & \dots \textcircled{3} \\ 3x + 2y = 6 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ - ④를 하면

$$x = 4, y = -3$$

5. 두 일차방정식 $0.4x + 3(0.5y - 0.1) = 0$, $\frac{3x-1}{2} + ay = 2$ 의 그래프의 교점이 일차방정식 $6x + 2y = -16$ 의 그래프 위의 점일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$0.4x + 3(0.5y - 0.1) = 0$ 의 양변에 $\times 10$ 하면

$$4x + 15y = 3 \cdots \textcircled{A}$$

$6x + 2y = -16$ 의 양변을 $\div 2$ 를 하면

$$3x + y = -8 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} \times 3 - \textcircled{B} \times 4$ 를 하면 $y = 1, x = -3$

$\frac{3x-1}{2} + ay = 2$ 에 점 $(-3, 1)$ 을 대입하면

$$\frac{-9-1}{2} + a = 2, a = 2 + 5, a = 7$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 10x - y = 14 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3x + ay = 3a & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $1 : 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$x : y = 1 : 3$, $y = 3x$ 를 ㉠식에 대입하면

$10x - 3x = 14$, $x = 2$, $y = 6$

㉡식에 대입하면 $-6 + 6a = 3a$, $\therefore a = 2$

7. 다음 연립방정식을 만족하는 $10x + 10y$ 의 값은?

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} - \frac{3}{y+1} = 16 \\ \frac{3}{x-1} + \frac{5}{y+1} = 5 \end{cases}$$

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\frac{1}{x-1} = A, \frac{1}{y+1} = B \text{ 라고 하면}$$

$$\begin{cases} 2A - 3B = 16 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3A + 5B = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times 3 - \textcircled{㉡} \times 2$ 를 하면 $-19B = 38$

$$\therefore B = -2$$

$B = -2$ 를 $\textcircled{㉠}$ 식에 대입하면 $2A + 6 = 16$

$$\therefore A = 5$$

$$\frac{1}{x-1} = 5, x-1 = \frac{1}{5} \quad \therefore x = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{y+1} = -2, y+1 = -\frac{1}{2} \quad \therefore y = -\frac{3}{2}$$

$$10x + 10y = 12 + (-15) = -3$$

8. 연립방정식 $\frac{10}{x+y} - \frac{4}{x-y} = \frac{2}{x-y} - \frac{6}{x+y} = 2$ 의 해를 $x = a, y = b$ 라 할 때, $48(a-2b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\frac{10}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 2, \frac{2}{x-y} - \frac{6}{x+y} = 2$$

$$\frac{1}{x+y} = A, \frac{1}{x-y} = B \text{ 로 치환하면}$$

$$10A - 4B = 2, 5A - 2B = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$2B - 6A = 2, -3A + B = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } A = -3, B = -8$$

$$A = \frac{1}{x+y}, B = \frac{1}{x-y} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{x+y} = -3, x+y = -\frac{1}{3} \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\frac{1}{x-y} = -8, x-y = -\frac{1}{8} \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{를 연립하여 풀면}$$

$$x = -\frac{11}{48}, y = -\frac{5}{48}$$

$$\therefore 48(a-2b) = 48 \times \left(-\frac{11}{48} + \frac{10}{48} \right) = -1$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ ax - by = 4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 일차방정식

$y = ax + b$ 는 점 $(0, p)$, $(q, 0)$ 을 지난다고 한다. $p + q$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$

② $-\frac{5}{2}$

③ 1

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ ax - by = 4 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \frac{2}{a} = \frac{3}{-b} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{4}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\frac{3}{-b} = \frac{2}{4}, \quad 12 = -2b$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$x = 0 \text{ 일 때, } y = -6 \text{ 이므로 } p = -6$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } x = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } q = \frac{3}{2}$$

$$\therefore p + q = -\frac{9}{2}$$

10. A 반 25 명, B 반 35 명, C 반 30 명이 공턴지기 시합을 하여, 공이 날아간 거리의 평균을 비교하였다. A 반의 평균 거리는 B 반의 평균 거리보다 20m 가 더 길고 C 반의 평균 거리의 1.2 배였다. B 반의 평균 거리는 C 반의 평균 거리보다 15m 가 더 짧다면, A, B, C 반 전체의 공이 날아간 거리의 평균을 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{185}{9}$ m

해설

A, B, C 반의 평균 거리를 각각 x m, y m, z m 라 하면

$$x = y + 20 \cdots \textcircled{1}$$

$$y = z - 15 \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 1.2z \cdots \textcircled{3}$$

①에 ③을 대입한 후, ②와 연립하여 풀면

$$\therefore z = 25, y = 10, x = 30$$

전체 평균은

$$\frac{30 \times 25 + 10 \times 35 + 25 \times 30}{90} = \frac{1850}{90} = \frac{185}{9} (\text{m})$$

11. 500원짜리 공책과 700원짜리 수첩을 합하여 13개를 샀더니 8300원이었다. 수첩을 몇 개 샀는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

500 원짜리 공책의 개수를 x , 700 원짜리 수첩의 개수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 500x + 700y = 8300 \end{cases}$$

$$\therefore x = 4, y = 9$$

공책 : 4 권, 수첩 : 9 개

12. 속리산 일대를 며칠 동안 38인승 관광버스 1대를 빌려 여행을 하려고 하는데 현재 신청한 사람 중에서 4명이 취소하면 나머지 사람들이 버스 대여료로 1만원씩 더 내고, 현재 신청한 사람보다 6명이 더 신청하면 1만원씩 적게 낸다고 한다. 현재 신청한 사람은 모두 몇 명인가?

① 20명

② 24명

③ 26명

④ 30명

⑤ 36명

해설

현재 신청한 사람 수를 x 명, 버스 대여료를 y 원, 1인당 내는 버스 대여료를 a 만원이라 하면

$$y = ax, y = x(a+1) - 4(a+1),$$

$$y = x(a-1) + 6(a-1) \text{ 이므로}$$

$$ax = x(a+1) - 4(a+1) = x(a-1) + 6(a-1)$$

$$\begin{cases} ax = x(a+1) - 4(a+1), & x - 4a = 4 \cdots \textcircled{㉠} \\ ax = x(a-1) + 6(a-1), & -x + 6a = 6 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립

하여 풀면 $x = 24, a = 5$

따라서 현재 신청한 사람은 모두 24명이다.

13. 매일 같은 양의 풀이 자라는 일정한 넓이의 목초지에 양을 방목하려고 한다. 6 일 동안 10 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있고 4 일 동안은 20 마리의 양들에게 풀을 먹일 수 있다. 양을 방목하기 전에 이미 일정한 양의 풀이 목초지에 자라나 있었고, 한 마리의 양이 하루에 소비하는 풀의 양은 모두 같다고 할 때, 이 목초지에서는 양 5 마리를 며칠 동안 키울 수 있는지 구하여라.



답 :

일



정답 : 8일

해설

원래 자라나 있던 풀의 양을 a , 하루에 자라는 풀의 양을 b , 한 마리 양이 하루에 소비하는 풀의 양을 c 라 하자.

6 일 동안 10 마리의 양을 키울 수 있으므로

$$a + 6b = 10 \times 6 \times c \cdots \textcircled{㉠}$$

4 일 동안 20 마리의 양을 키울 수 있으므로

$$a + 4b = 20 \times 4 \times c \cdots \textcircled{㉡}$$

x 일 동안 5 마리의 양을 키울 수 있다고 하면

$$a + xb = 5 \times x \times c \cdots \textcircled{㉢}$$

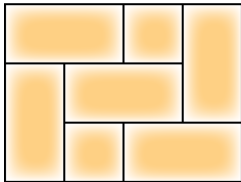
$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2b = -20c \quad \therefore b = -10c$$

$b = -10c$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $a = 120c$

$a = 120c, b = -10c$ 를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면 $x = 8$

따라서 8 일 동안 양들을 키울 수 있다.

15. 다음 그림과 같이 크기가 같은 직사각형 5 개와 직사각형과 한변의 길이가 같은 정사각형 2 개를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여 큰 직사각형 모양을 만들었더니 그 둘레의 길이가 168cm 였다. 직사각형의 긴 모서리의 길이가 짧은 모서리의 길이의 2 배일 때, 큰 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 1728 cm²

해설

작은 직사각형의 긴 모서리의 길이를 x cm, 짧은 모서리의 길이를 y cm 라 하면 정사각형의 한 변의 길이는 y cm 이고, 직사각형의 긴 모서리의 길이가 짧은 모서리의 길이의 2 배이므로

$$x = 2y$$

또, 둘레의 길이가 168cm 이므로

$$2(x + 2y) + 2(x + y) = 168, 2x + 3y = 84$$

연립방정식을 풀면

$$\therefore x = 24, y = 12$$

따라서 큰 직사각형의 넓이는 $(24 + 2 \times 12)(24 + 12) = 1728(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 지윤이네 집에서 할머니댁까지의 거리는 228km 이고, 자전거를 x 시간, 버스를 y 시간 타고 z 시간 동안 걸어서 가면 도착한다. 자전거, 버스, 걷는 속력이 각각 28km/h, 70km/h, 4km/h 일 때, 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 몇 시간이 걸리는지 구하여라. (단, x, y, z 는 모두 10 이하의 자연수이다.)

▶ 답 : 시간

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 6 시간

▷ 정답 : 12 시간

해설

$$28x + 70y + 4z = 228$$

$$14x + 35y + 2z = 114$$

여기서 y 는 2 의 배수이고, y 가 4 이상일 때는 $35y$ 가 114보다 커지므로 $y = 2$ 이다.

$14x + 2z = 44$, $7x + z = 22$ 가 되어 이를 만족하는 10 이하의 자연수 x, z 는 $x = 2$ 일 때, $z = 8$, $x = 3$ 일 때, $z = 1$ 이다.

∴ x, y, z 의 순서쌍 $(x, y, z) = (2, 2, 8), (3, 2, 1)$

따라서 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 $2 + 2 + 8 = 12$ 시간 또는 $3 + 2 + 1 = 6$ 시간이 걸린다.

17. 10km 떨어진 강의 두 지점을 왕복하는 배가 있다. 강물을 거슬러 올라가다가 고장이 나서 10 분간 떠내려가는 바람에 왕복하는 데 2 시간이 걸렸다. 떠내려 간 시간을 빼면, 올라가는 데 걸린 시간은 내려가는 데 걸린 시간의 $\frac{6}{5}$ 배였다. 정지된 물에서의 배의 속력을 구하여라.

▶ 답 : km/h

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ km/h

해설

정지된 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 흐르는 물의 속력을 시속 y km 라 하면

10 분간 떠내려 간 거리는 $\frac{y}{6}$ km 이다.

또 한, 배 가 총 움 직 인 시 간 은 (왕복 2시간) - (고장나서 떠내려 간 시간 10분) = 110분이고,

(올라갈 때 걸린 시간) : (내려올 때 걸린 시간) = 6 : 5 이므로
올라갈 때 걸린 시간은 60 분(1 시간), 내려올 때 걸린 시간은 50 분($\frac{5}{6}$ 시간)이다.

거리에 관한 식을 세우면

$$\begin{cases} \frac{5}{6}(x+y) = 10 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x-y = 10 + \frac{1}{6}y & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식의 해를 구하면

$$x = \frac{144}{13}, y = \frac{12}{13}$$

따라서 정지된 물에서의 배의 속력은 $\frac{144}{13}$ km/h이다.

18. 3%의 소금물 x g과 6%의 소금물 y g을 섞어서 5%의 소금물 240g을 만들었을 때, x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답: g

▶ 답: g

▷ 정답: $x = 80$ g

▷ 정답: $y = 160$ g

해설

$$\begin{cases} x + y = 240 \\ \frac{3}{100} \times x + \frac{6}{100} \times y = \frac{5}{100} \times 240 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 240 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y = 400 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡}$ 를 하면

$$x = 80, y = 160$$

19. 두 개의 컵 A, B 에 각각 $a\%$ 의 소금물 1000g, $b\%$ 의 소금물 600g 이 들어 있다. A 의 소금물의 20% 를 B 에 넣어 잘 섞은 후, B 의 소금물의 50% 를 A 에 넣고 잘 섞었다. 그 결과 A 는 12%, B 는 8% 의 소금물이 되었다. 이 때, $2a - b$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 28

해설

i) A 의 소금물의 20% 를 B 에 섞은 후

A 의 소금물 : 800(g)

$$\text{소금} : 800 \times \frac{a}{100} = 8a(\text{g})$$

B 의 소금물 : 800(g)

$$\text{소금} : 600 \times \frac{b}{100} + 200 \times \frac{a}{100} = 6b + 2a(\text{g})$$

ii) B 의 소금물의 50% 를 A 에 섞은 후

A 의 소금물 : 800 + 400 = 1200(g)

$$\text{소금} : 8a + \frac{6b + 2a}{2} = 9a + 3b(\text{g})$$

B 의 소금물 : 400(g)

$$\text{소금} : \frac{2a + 6b}{2} = a + 3b(\text{g})$$

$$\text{따라서 A 의 농도는 } \frac{9a + 3b}{1200} \times 100 = 12(\%)$$

$$\text{B 의 농도는 } \frac{a + 3b}{400} \times 100 = 8(\%)$$

$$\begin{cases} 3a + b = 48 \\ a + 3b = 32 \end{cases}$$

$$-8b = -48 \therefore b = 6$$

$$a + 18 = 32 \therefore a = 14$$

$$\therefore 2a - b = 28 - 6 = 22$$

20. 일차함수 $y = ax - 5a$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 이 그래프의 x 절편과 y 절편의 합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$y = ax - 5a$$

$$-2 = 3a - 5a, a = 1$$

$$y = x - 5$$

$$x\text{절편} : 5, y\text{절편} : -5$$

$$\therefore 5 + (-5) = 0$$

21. 양 끝점의 좌표가 $A(9, 25)$, $B(106, 658)$ 인 선분 AB 위에 있는 점 (m, n) 중 m, n 이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

(m, n) 을 점 C 라고 하면 점 A, B, C 는 모두 한 직선 위에 있고

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{658 - 25}{106 - 9} = \frac{633}{97}$ 이므로

$\overline{AC}$ 의 기울기는 $\frac{n - 25}{m - 9} = \frac{633}{97}$

이때, $n - 25 = 633k$, $m - 9 = 97k$ 로 놓으면

(단, $k \neq 0$)

$m = 97k + 9$ 에서 $m = 9, 106$

$n = 633k + 25$ 에서 $n = 25, 658$

따라서 조건을 만족하는 $C(m, n)$ 은 $(9, 25)$, $(106, 658)$ 의 2 개이다.

22. x 절편이 $3p$, y 절편이 $-p$ 인 일차함수의 그래프가 점 $(p, 4)$ 를 지날 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{-p-0}{0-3p} = \frac{1}{3}$$

일차함수를 $y = \frac{1}{3}x - p$ 로 놓으면 이 그래프는 점 $(p, 4)$ 를 지나므로

$$4 = \frac{1}{3}p - p$$

$$\therefore p = -6$$

23. 세 점 $(a, 3)$, $(4, 6)$, $(8, 9)$ 를 지나는 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

세 점이 일직선 위에 있으므로

$$\frac{6-3}{4-a} = \frac{9-6}{8-4}$$

$$\frac{3}{4-a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore a = 0$$

$y = \frac{3}{4}x + 3$ 에서 x 절편이 -4 , y 절편이 3 이므로 넓이는

$$b = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 6$$

24. 두 직선 $y = ax + 2b$, $y = -(a + 2)x + 4(b + 1)$ 의 교점이 A(2, 6) 일 때, 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 직선의 교점이 A(2, 6) 이므로 각각 (2, 6) 을 대입하면

$$y = ax + 2b, 6 = 2a + 2b, a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = -(a + 2)x + 4(b + 1), 6 = -2(a + 2) + 4(b + 1), \\ -a + 2b = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡ 을 연립해서 풀면 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

두 직선이 x 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 하고 좌표를 구하면 B(-4, 0), C(4, 0) 이다.

두 직선과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 삼각형 ABC 의 넓이와 같으므로 $\frac{1}{2}(4 + 4) \times 6 = 24$ 이다.

25. $ab > 0$, $a - b \neq 0$ 인 상수 a , b 에 대하여 두 일차함수 $y = ax + b$, $y = bx + a$ 의 교점이 제 4 사분면에 있을 때, 직선 $aby + ax + b = 0$ 이 지나가지 않는 사분면을 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 4 사분면

해설

$y = ax + b$, $y = bx + a$ 를 연립하여 풀면

$$x = \frac{a-b}{a-b} = 1 \quad (\because a-b \neq 0)$$

따라서 교점의 좌표는 $(1, a+b)$ 이고 이것은 제 4 사분면에 있으므로 $a+b < 0$ 이다.

그런데 $ab > 0$ 이므로 $a < 0$, $b < 0$ 이다.

$$aby + ax + b = 0, y = -\frac{1}{b}x - \frac{1}{a} \text{ 이다.}$$

$$-\frac{1}{b} > 0, -\frac{1}{a} > 0 \text{ 이므로}$$

$\therefore aby + ax + b = 0$ 는 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제 4 사분면은 지나지 않는다.

26. 직선 $ax - y - 2b = 0$ 는 x 의 값이 1만큼 증가할 때 y 의 값은 4만큼 증가하고, 점 $(3, 4)$ 를 지난다. 일차함수 $y = bx - a$ 의 x 절편은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$ax - y - 2b = 0 \text{에서 } y = ax - 2b$$

$$(\text{기울기}) = \frac{4}{1} = 4 \quad \therefore a = 4$$

점 $(3, 4)$ 를 지나므로 $y = 4x - 2b$ 에서

$$4 = 12 - 2b \quad \therefore b = 4$$

따라서 $y = bx - a = 4x - 4$ 에서 $y = 0$ 일 때, $0 = 4x - 4 \quad \therefore$
 $x = 1$

27. 일차함수 $ax - 5y + b = 0$ 의 그래프가 한 점 $(3, 3)$ 을 지나고 x 절편이 -2 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$ax - 5y + b = 0$ 이 두 점 $(3, 3)$, $(-2, 0)$ 을 지나므로

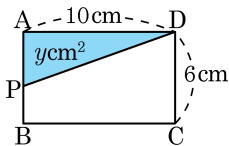
$$3a - 15 + b = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-2a + b = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = 3$, $b = 6$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 36 = 45$$

28. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 가로가 10 cm, 세로가 6 cm인 직사각형이다. 점 P가 점 A를 출발하여 매초 2 cm의 속력으로 직사각형의 둘레를 따라 점 D까지 시계 반대 방향으로 움직일 때, x 초 후 $\triangle APD$ 의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 이라고 한다. x 와 y 의 관계를 그래프로 나타냈을 때, 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



- ① 60 cm^2 ② 120 cm^2 ③ 150 cm^2
 ④ 180 cm^2 ⑤ 240 cm^2

해설

i) $0 \leq x \leq 3$ 일 때 : $y = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = 10x$

ii) $3 \leq x \leq 8$ 일 때 : $y = 30$

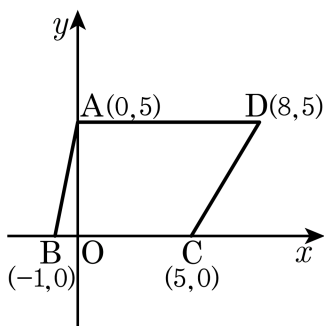
iii) $8 \leq x \leq 11$ 일 때 :

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times (22 - 2x) = 110 - 10x$$

그래프의 넓이를 구하면

$$(5 + 11) \times \frac{1}{2} \times 30 = 240$$

29. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $A(0, 5)$, $B(-1, 0)$, $C(5, 0)$, $D(9, 5)$ 로 이루어진 사각형 $ABCD$ 가 점 B 를 지나는 직선에 의해 나뉘는 두 부분의 넓이의 비가 $2 : 3$ 일 때, 이 직선의 방정식을 모두 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

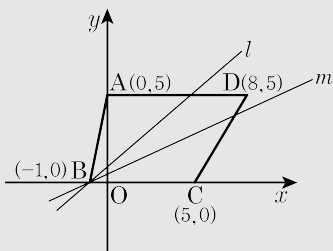
▷ 정답 : $y = \frac{25}{33}x + \frac{25}{33}$

▷ 정답 : $y = \frac{35}{66}x + \frac{35}{66}$

해설

$$(\text{사각형 } ABCD \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (8 + 6) \times 5 = 35$$

이 사각형의 넓이를 $2 : 3$ 으로 나누는 직선은 다음 그림과 같이 두 개이다.



직선 l 과 $\overline{AD}$ 의 교점을 $L(a, 5)$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times a \times 5 = 35 \times \frac{2}{5} \quad \therefore a = \frac{28}{5}$$

$$\therefore L\left(\frac{28}{5}, 5\right)$$

두 점 C , D 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{25}{3} \quad \therefore x = \frac{3}{5}y + 5$$

직선 m 과 $\overline{CD}$ 의 교점을 $M\left(\frac{3}{5}b + 5, b\right)$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times b = 35 \times \frac{2}{5} \quad \therefore b = \frac{14}{3}$$

$$\therefore M\left(\frac{35}{66}, \frac{14}{3}\right)$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = \frac{25}{33}x + \frac{25}{33}, y = \frac{35}{66}x + \frac{35}{66} \text{ 이다.}$$

30. 직선 $7x + 5y = 1$ 과 직선 $7ax + 5by = 1$ 이 평행하고 점 (a, b) 는 직선 $7x + 5y = 1$ 위의 점일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{7}$

해설

평행일 조건 : $\frac{7}{7a} = \frac{5}{5b} \neq \frac{1}{1}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}, a = b \cdots \textcircled{㉠}$

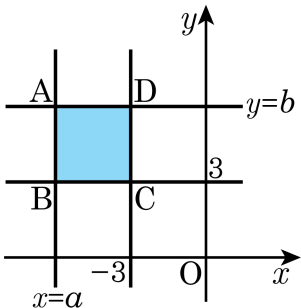
$7x + 5y = 1$ 에 점 (a, b) 를 대입하면

$7a + 5b = 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$a = b$ 이므로 $7a + 5a = 1, 12a = 1$

$\therefore a = b = \frac{1}{12}, a + b = \frac{1}{6}$

31. 네 직선 $x = -3, x = a, y = 3, y = b$ 의 그래프로 둘러싸인 $\square ABCD$ 의 넓이가 9 이고 $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 1$ 일 때, ab 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

i) $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{AB} = k, \overline{AD} = k$ 라고 하면 $k^2 = 9$, $k = 3$ ($\because k > 0$) 이다.

ii) $a = -3 - 3 = -6$, $b = 3 + 3 = 6$ 이다.

따라서 $ab = -36$ 이다.

32. $x + ay + b = 0$ 의 그래프가 $2x + 8y - 5 = 0$ 의 그래프와 평행하고 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 그래프와 y 축 위에서 만날 때, $y = ax - b$ 의 그래프가 $x - y = 0$ 의 그래프와 만나는 점의 좌표는?

① $(-7, -7)$

② $(4, 4)$

③ $(-1, -1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(5, 5)$

해설

i) $x + ay + b = 0$ 과 $2x + 8y - 5 = 0$ 이 평행하므로 $\frac{2}{1} = \frac{8}{a}$, $2a =$

$8 \quad \therefore a = 4$

ii) $x + ay + b = 0$ 과 $4x + 3y + 9 = 0$ 의 y 절편이 같으므로

$-\frac{b}{a} = -\frac{9}{3} \quad \therefore b = 3a = 12$

iii) $y = ax - b$ 에서 $y = 4x - 12 \cdots \textcircled{㉠}$

$x - y = 0$ 에서 $y = x \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $x = 4$, $y = 4$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(4, 4)$

33. 세 직선 $x - 2y = -4$, $x + y = -1$, $ax - 5y + 1 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

① $-\frac{9}{2}$

② 5

③ 10

④ $\frac{11}{2}$

⑤ 15

해설

i) $ax - 5y + 1 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{1}{a} = \frac{-2}{-5} \neq \frac{4}{1} \text{ 에서 } a = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{-5} \neq \frac{1}{1} \text{ 에서 } a = -5$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{cases} x - 2y = -4 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x + y = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -2$, $y = 1$

$ax - 5y + 1 = 0$ 에 $x = -2$, $y = 1$ 을 대입하면

$$-2a - 5 + 1 = 0, a = -2$$

모든 a 값의 합은

$$\therefore \frac{5}{2} + (-5) + (-2) = -\frac{9}{2}$$

34. 연립방정식 $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 적어도 한 쌍 존재하기
위한 a 의 조건은?

① $a = -5$

② $a \neq -6$

③ $a \neq \frac{3}{2}$

④ $a = \frac{3}{2}$

⑤ $a = 1$

해설

$$\frac{a}{3} \neq \frac{2}{-1}$$

35. 세 점 $A(-3, 4)$, $B(0, 5)$, $C(-4, 1)$ 로 이루어진 삼각형은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 라고 한다. 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로, 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 일차함수는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

$\overline{BC}$ 의 기울기가 $\frac{5-1}{0-(-4)} = 1$ 이므로 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의

기울기는 -1 이다.

따라서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -x + b \cdots \textcircled{1}$ 으로 놓을 수 있다.

점 $A(-3, 4)$ 를 지나므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 1$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 식은 $y = -x + 1$ 이다.