

1. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x + y = 17$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 5 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$(1, 14) , (2, 11) , (3, 8) , (4, 5), (5, 2)$

2. 미지수가 2개인 일차방정식 $\frac{2x+y+3}{2} = \frac{2y-2(x-1)}{3}$ 의 한 해가 $x=k, y=-5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

양변에 6을 곱한다.

$$3(2x+y+3) = 2\{2y-2(x-1)\}$$

$$6x+3y+9 = 4y-4x+4$$

$$10x-y = -5$$

$(k, -5)$ 를 대입하면

$$10k+5 = -5 \quad \therefore k = -1$$

3. A,B,C 세 사람은 다음과 같은 속도로 책을 읽고 있다.
A : 1 분당 5 쪽
B : 처음 10 분 동안 30 쪽, 그 후 1 분당 X 쪽
C : 처음 5 분 동안 Y 쪽, 그 후 1 분당 7 쪽
A 와 B 가 읽은 책의 쪽수가 같아지는 것은 30 분 후이고 A 와 C 가
읽은 책의 쪽수가 같아지는 것은 11 분 30 초 후이다. A 가 읽은 책의
쪽수가 100 쪽일 때, B 와 C 가 읽은 책의 쪽수의 차를 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 27쪽

해설

A 와 B 가 읽은 책의 쪽 가 같아지는 때가 책을 읽기 시작하고
30 분이 지났을 때이므로
 $5 \times 30 = 30 + (30 - 10) \times X$
 $\therefore X = 6$
A 와 C 가 읽은 책의 쪽수가 같아지는 때가 책을 읽기 시작하고
11 분 30 초가 지났을 때이므로
 $5 \times 11.5 = Y + (11.5 - 5) \times 7$
 $\therefore Y = 12$
A 가 읽은 책의 쪽수가 100 쪽이면 $5 \times 20 = 100$ 이기 때문에 20
분이 지났을 때이다.
20 분이 지났을 때 B 가 읽은 책의 쪽 수는 $30 + (20 - 10) \times 6 = 90$
(쪽)
20 분이 지났을 때 C 가 읽은 책의 쪽 수는 $12 + (20 - 5) \times 7 = 117$
(쪽)
따라서 두 쪽수의 차는 $117 - 90 = 27$ (쪽)

4. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases}$ 의 해를 x, y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

- ① $\frac{36}{11}$ ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 0.2x - 0.3y = 0.7 \\ \frac{x}{2} - \frac{2}{3}(x-y) = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x - 4(x-y) = -1 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ -x + 4y = -1 \end{cases} \text{ 을 풀면}$$
$$\therefore x = 5, y = 1$$
$$\therefore x + y = 6$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ ax + 2y = 4 \end{cases}$ 의 해가 $x = m, y = n$ 일 때, 일차방정식 $12m - 5n = 14$ 를 만족시킨다. 이 때, $am - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$3x + 4y = -7$ 의 해가 $x = m, y = n$ 이므로 $3m + 4n = -7$

$$\begin{cases} 3m + 4n = -7 \cdots ① \\ 12m - 5n = 14 \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 4 -$ ② 를 하면

$$m = \frac{1}{3}, \quad n = -2$$

$ax + 2y = 4$ 에 $x = \frac{1}{3}, y = -2$ 를 대입

$$\frac{1}{3}a - 4 = 4$$

$$\frac{1}{3}a = 8$$

$$a = 24$$

$$\therefore am - n = 24 \times \frac{1}{3} + 2 = 10$$

6. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{1}{3} \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{1}{7} \end{cases}$ 에서 xyz 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{6}$ ② -12 ③ -3 ④ $-\frac{1}{12}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

준식의 역수를 취하면

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2,$$

$$\frac{y+z}{yz} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3,$$

$$\frac{x+z}{xz} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 7$$

위 세 식의 합을 구하면

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \times 2 = 12 \text{ 이고,}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6 \text{ 이다.}$$

각각의 식을 빼서 역수를 취하면

$$x = \frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{1}{4} \text{ 이고,}$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{12}$$

7. 연립방정식 $x + y = 4x + 2y + 1 = 3x + y + 2$ 의 해는?

① $x = 2, y = -1$

② $x = -1, y = 2$

③ $x = -1, y = -2$

④ $x = -2, y = 1$

⑤ $x = 1, y = -2$

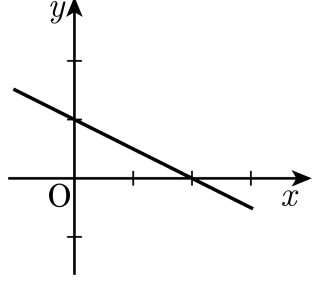
해설

$$\begin{cases} x + y = 4x + 2y + 1 \\ x + y = 3x + y + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + y = -1 \\ 2x = -2 \end{cases}$$

$$\therefore x = -1, y = 2$$

8. 다음 연립방정식 중 그 그래프가 다음 그래프와 비슷한 것은?



- ① $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} -x + \frac{y}{2} = \frac{1}{4} \\ -12x + 4y = 2 \end{cases}$
- ② $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2(x + y) - 1 = 3 - 2y \end{cases}$

④ $\begin{cases} 0.1x - 0.3y = -1 \\ 2x - 6y = 20 \end{cases}$

해설

해가 무수히 많은 것을 찾는다.

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2(x + y) - 1 = 3 - 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$$

이므로 해가 무수히 많다.

9. 두 방정식 $2x + 3y = 1$, $\frac{x+5}{6} = \frac{3-y}{4}$ 를 동시에 만족하는 x 의 값의 개수를 구하면?

- ㉠ 0 ㉡ 1 ㉢ 2
㉣ 3 ㉤ 무수히 많다.

해설

$$\frac{x+5}{6} = \frac{3-y}{4}, 2x+3y=1$$

$$2x+3y=-1$$

∴ 두 방정식을 동시에 만족하는 x 의 값은 없다.

10. 두 자리의 정수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 9이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 두 자리의 수는 처음 수보다 9만큼 크다. 처음 정수를 구하면?

① 54 ② 45 ③ 36 ④ 63 ⑤ 56

해설

두 자리 정수를 $10x + y$ 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 9 & \dots ① \\ 10y + x = (10x + y) + 9 & \dots ② \end{cases}$$

이것을 간단히 정리하면

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

이므로 $x = 4, y = 5$ 이다.

따라서 처음 정수는 $10x + y = 45$ 이다.

11. 천희와 효리가 계단 중턱에서 가위바위보 놀이를 하였다. 가위를 내서 이기면 한 칸 올라가고 지면 두 칸 내려가고, 바위를 내서 이기면 두 칸 올라가고 지면 네 칸 내려가고, 보를 내서 이기면 네 칸 올라가고 지면 한 칸 내려간다. 효리가 가위바위보를 4 번 연속으로 이겼더니 두 사람 사이에 26 칸의 계단이 있게 되었다고 할 때, 효리가 가위를 낸 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 1 회

해설

효리가 4 번 연속 이길 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 x, y, z 라 하고,
천희가 4 번 질 동안 가위, 바위, 보를 낸 횟수를 각각 a, b, c 라 하면

$$\begin{cases} x+y+z=4\cdots\textcircled{1} \\ a+b+c=4\cdots\textcircled{2} \end{cases} \quad (x, y, z, a, b, c \text{ 는 } 0\text{이상 } 4\text{이하인 정수})$$

$$(\text{효리가 올라간 계단의 칸 수})=x+2y+4z$$

$$(\text{천희가 내려간 계단의 칸 수})=2a+4b+c$$

$$(x+2y+4z)+(2a+4b+c)=26\cdots\textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $x=4-y-z$, $\textcircled{2}$ 에서 $c=4-a-b$ 이므로 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$y+3z+a+3b=18, (a+y)+3(b+z)=18$$

정수 a, b, y, z 가 $0\leq a+y\leq 8, 0\leq b+z\leq 8$ 와 $a+b\leq 4, y+z\leq 4$ 를 동시에 만족하는 순서쌍 (a, b, c, x, y, z) 는

$(4, 0, 0, 0, 1, 3), (3, 1, 0, 0, 2, 2), (2, 2, 0, 0, 3, 1), (1, 3, 0, 0, 4, 0), (0, 2, 2, 0, 2, 2),$

$(1, 3, 0, 1, 2, 1), (0, 4, 0, 2, 2, 0), (1, 1, 2, 0, 1, 3), (1, 2, 1, 1, 1, 2),$

$(1, 3, 0, 2, 1, 1), (2, 0, 2, 0, 0, 4), (2, 1, 1, 1, 0, 3), (2, 2, 0, 2, 0, 2),$

$(0, 3, 1, 1, 0, 3)$

위의 경우 중 효리가 4 번 연속으로 이길 수 있는 상황은

$$(a, b, c, x, y, z) = (1, 2, 1, 1, 1, 2), (0, 3, 1, 1, 0, 3)$$

따라서 효리가 가위를 낸 회수는 $x=1$ (회)이다.

12. A 중학교 작년의 총 학생수는 1200 명이었다. 올해는 작년보다 남학생은 5% 증가하고, 여학생은 4% 감소하여 전체적으로 0.5% 증가하였다. 이 학교의 올해의 남학생 수는?

- ① 610 명 ② 615 명 ③ 620 명
④ 625 명 ⑤ 630 명

해설

작년 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 0.05x - 0.04y = 0.005 \times 1200 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 600$, $y = 600$ 이다.

따라서 올해의 남학생 수는 $600 \times (1 + 0.05) = 630$ (명)이다.

13. 길이가 83 cm 인 철사로 정삼각형 1 개와 정사각형 1 개를 만들고 3 cm 가 남았다. 정삼각형의 한 변의 길이는 정사각형의 한 변의 길이의 2 배일 때, 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 64 cm²

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 x cm, 정사각형의 한 변의 길이를 y cm라 하면

$$3x + 4y + 3 = 83 ,$$

$$x = 2y$$

연립방정식을 풀면 $x = 16, y = 8$

따라서 정사각형의 넓이는 $8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 길이가 100m 인 열차 A 는 터널 C 를 지나기 시작하여 완전히 다 지나갈 때까지 45 초가 걸리고, 길이 70m 인 열차 B 는 터널 D 를 지나기 시작하여 완전히 다 지나갈 때까지 30 초가 걸린다. 기차 A 와 B 의 속력의 비는 10 : 7 이고, 터널 C, D 의 길이의 비는 5 : 2 일 때, 터널 C, D 의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답 : 490 m

해설

열차 A, B 의 속력을 $10x$ (m/s), $7x$ (m/s) 라 하고 터널 C, D 의 길이를 $5y$ (m), $2y$ (m) 라 하면

$$100 + 5y = 45 \times 10x$$

$$70 + 2y = 30 \times 7x$$

$$\therefore x = 1 \quad y = 70$$

따라서 터널 C의 길이는 350m, 터널 D의 길이는 140m, 터널 C와 D의 길이의 합은 490m이다.

15. 강의 하류 지점 A 와 상류 지점 B 에 부표를 달아 표시한 후, 배를 타고 A 에서 B 지점까지 30 분을 이동한 후, 다시 A 로 돌아오기로 하였다. 그런데 A 에 달아 놓은 부표의 끈이 출발과 동시에 끊어져서 실제 A 지점보다 한참 하류 쪽까지 더 가야 부표를 만날 수 있었다. 배의 속도는 5km/h , 강물의 속도는 2km/h 일 때, 실제 배를 타고 이동한 시간은 원래 계획보다 몇 시간 더 걸렸는지 소수점 첫째 자리까지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답 : 0.3 시간

해설

배의 처음 위치를 A, 상류로 올라가다가 배를 돌린 지점을 B 이고, 부표와 마주친 지점을 C 라 하면
부표가 떠내려간 시간을 x 시간, A 와 C 사이의 거리를 $y\text{km}$ 라 하면

$$y = (\text{배가 30분 동안 올라간 거리}) + (\text{부표가 } x \text{시간 동안 떠내려간 거리})$$

$$= (5 - 2) \times \frac{1}{2} + 2x = 2x + \frac{3}{2} \cdots \textcircled{7}$$
$$y = (\text{배가 } x - \frac{1}{2} \text{ 시간 동안 내려간 거리})$$

$$= (5 + 2) \times \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7x - \frac{7}{2} \cdots \textcircled{4}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 1, y = \frac{7}{2}$

따라서 배를 타고 이동한 시간은 부표가 떠내려간 거리를 가는 시간만큼 계획보다 더 걸린 것이므로

$$\frac{1 \times 2}{5 + 2} = \frac{2}{7} = 0.285 \dots = 0.3(\text{시간}) \text{ 이 더 걸렸다.}$$

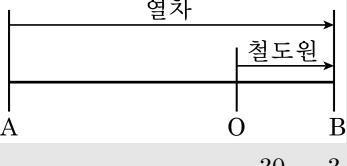
16. 철로를 따라 3km/h 의 속도로 걷고 있는 철도원은 30 분마다 같은 방향으로 가는 기차에 추월을 당하고 27 분마다 반대 방향에서 오는 기차와 마주친다. 모든 기차의 속도는 일정하고, 기차는 동일한 시간 간격으로 출발한다고 할 때, 기차의 속도를 구하여라.

▶ 답 : km/h

▷ 정답 : 57 km/h

해설

열차의 속도를 x km/h , 열차가 지나가는 간격을 y km 라 하면
(1) 열차와 같은 방향으로 갈 때
다음 그림과 같이 열차와 철도원이 만난 지점을 O , 이때의 다음 열차의 위치를 A , 30 분 후의 철도원의 위치를 B 라 하면



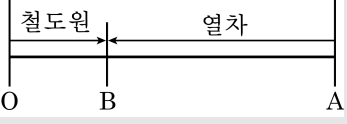
$\overline{OA} = y$ km , $\overline{OB} = 3 \times \frac{30}{60} = \frac{3}{2}$ (km) 이고 열차의 속력은 x km/h

이므로

$$y + \frac{3}{2} = x \times \frac{30}{60}$$

$$\therefore x - 2y = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

(2) 열차와 반대 방향을 갈 때



$\overline{OA} = y$ km , $\overline{OB} = 3 \times \frac{27}{60} = \frac{27}{20}$ (km) 이고 열차의 속력은

x km/h 이므로

$$y - \frac{27}{20} = x \times \frac{27}{60}$$

$$\therefore 9x - 20y = -27 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 57, y = 27$

따라서 기차의 속도는 57km/h

17. 함수 $f(x) = ax$ 에 대해 $f(2) = 1$ 이고, 함수 $g(x) = \frac{b}{x}$ 에 대해 $g(-1) = 3$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ -3

해설

$$2a = 1, a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{-1} = 3, b = -3$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (-3) = -\frac{3}{2}$$

18. 두 함수 $f(x) = -2x + 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $f(2) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값은?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$$f(x) = -2x + 1, g(x) = x - 3 \text{에서}$$

$$f(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$$

$$g(a) = g(-3) = -3 - 3 = -6$$

19. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f(x) - f(x-2) = -3$, $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{11}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) - f(x-2) &= -3 \text{에서} \\ ax + b - \{a(x-2) + b\} &= -3 \\ 2a &= -3 \quad \therefore a = -\frac{3}{2} \\ f\left(-\frac{1}{3}\right) &= \frac{11}{2} \text{에서} \\ \frac{11}{2} &= -\frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) + b \\ \frac{11}{2} &= \frac{1}{2} + b, \quad \therefore b = 5 \\ \therefore a + b &= -\frac{3}{2} + 5 = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

20. 일차함수 $y = -2x + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 $-b$ 만큼 평행이동하면 $y = -2x$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때, $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = -2(x - a) + 4 - b$$

$$y = -2x + 2a + 4 - b \text{는 } y = -2x \text{와 같으므로}$$

$$\therefore 2a + 4 - b = 0$$

$$\therefore 2a - b = -4$$

21. 일차함수 $y = 3x - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 x 절편이 $\frac{3a + b - 4}{3}$, y 절편이 $a - b$ 일 때, a 와 b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 9$

해설

$y = 3x - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 방정식은

$y = 3(x - 2) - 5 + 3$ 이다.

$y = 3x - 8$ 이므로

y 절편은 $-8 = a - b \cdots \textcircled{㉠}$

x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 값이므로 $0 = 3x - 8$ 에서 $x = \frac{8}{3}$

$$\frac{8}{3} = \frac{3a + b - 4}{3}$$

$3a + b = 12 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 연립방정식을 풀면,

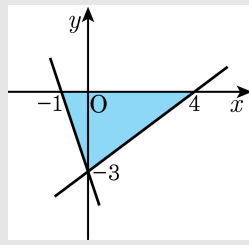
$\therefore a = 1, b = 9$

22. 두 일차함수 $y = -3x - 3$, $y = \frac{3}{4}x - 3$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

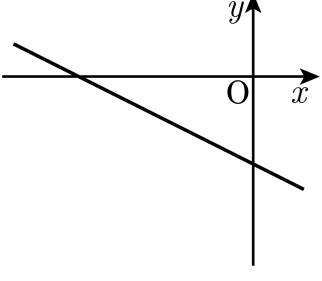
▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설



$$\therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$$

23. 직선 $y = ax - \frac{b}{a}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \frac{1}{b}x + ab$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1 사분면
- ② 제2 사분면
- ③ 제3 사분면
- ④ 제4 사분면
- ⑤ 제1, 3 사분면

해설

$y = ax - \frac{b}{a}$ 에서 $a < 0, -\frac{b}{a} < 0$ 이므로 $b < 0$
 $y = \frac{1}{b}x + ab$ 에서 $\frac{1}{b} < 0, ab > 0$ 이므로 제3 사분면을 지나지 않는다.

24. 두 일차함수 $y = ax + 7a + 5$ 와 $y = -\frac{4}{7}x + b$ 의 그래프가 일치할 때, $y = ax - b$ 의 그래프의 x 절편을 p , y 절편을 q 라 할 때, $4p + q$ 의 값은?

① -5

② -6

③ -7

④ -8

⑤ -9

해설

$$a = -\frac{4}{7}, 7a + 5 = b \text{ 에서 } b = 1$$

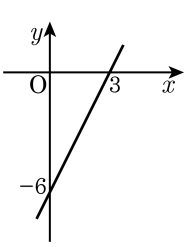
$$y = ax - b = -\frac{4}{7}x - 1$$

$$x \text{ 절편 : } 0 = -\frac{4}{7}x - 1 \quad \therefore x = -\frac{7}{4}$$

$$y \text{ 절편 : } -1$$

$$\therefore 4p + q = 4 \times \left(-\frac{7}{4}\right) - 1 = -8$$

25. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 그래프와 일차함수 $mx + y = 1$ 의 그래프가 서로 평행할 때, m 의 값은?



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 직선은 y절편이 -6이므로 $y = ax - 6$
또 두 점 $(0, -6)$, $(3, 0)$ 을 지나므로

$$\text{기울기 } a = \frac{0 - (-6)}{3 - 0} = 2$$

따라서 $y = 2x - 6$ 이다.

한편 $mx + y = 1$ 을 y 에 관해 풀면

$$y = -mx + 1 \text{이다.}$$

일차함수 $y = 2x - 6$ 와 $y = -mx + 1$ 의 그래프가
서로 평행하면 기울기가 같으므로 $-m = 2$

$$m = -2 \text{이다.}$$

26. 직선 $ax + y + b = 0$ 의 그래프가 두 점 $(1, 1)$, $(4, q)$ 를 지나고 기울기가 -2 일 때, q 의 값은?

① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

해설

$$ax + y + b = 0, y = -ax - b$$

$$-a = -2 \quad \therefore a = 2$$

$$y = -2x - b \text{ 가 점 } (1, 1) \text{ 을 지나므로 } 1 = -2 - b \therefore b = -3$$

$$y = -2x + 3 \text{ 이 점 } (4, q) \text{ 를 지나므로 } q = -8 + 3 = -5$$

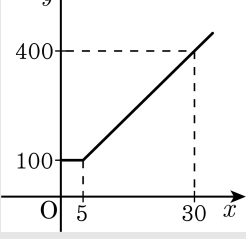
27. 어느 공장에서 장난감 자동차를 생산하는 데 드는 비용을 조사했더니 처음 5개까지는 고정적으로 100 원의 비용이 들고 그 이후에는 개당 12 원의 비용이 든다고 한다. 이 공장에서 하루에 생산 가능한 장난감 자동차의 개수는 30 개이다. 공장에서 하루 동안 만든 장난감 자동차의 개수를 x 개, 만드는 데 드는 비용을 y 원로 하는 식을 좌표평면의 그래프로 나타낼 때, 이 그래프와 x 축, $x = 30$ 이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6750

해설

(1) $0 \leq x \leq 5$ 일 때, $y = 100$
(2) $5 < x \leq 30$ 일 때, $y = 100 + 12(x - 5)$
 $\therefore y = 12x + 40$
이 그래프와 x 축과 $x = 30$ (x 의 최대값) 이루는 도형은 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $5 \times 100 + \frac{1}{2} \times \{(100 + 400) \times 25\} = 6750$ 이다.

28. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0, 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6, 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2, 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6, -1)$

따라서 $(-2, 4)$ 과 $(6, -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$$y - 4 = \frac{-1 - 4}{6 - (-2)}(x + 2)$$

$$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$$

$$a = -\frac{5}{8}, b = \frac{11}{4} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = \frac{17}{8}$$

29. 한 점 $(-5, 3)$ 을 지나면서 직선 $3x - 1 = 5$ 에 평행한 직선의 방정식이 $ax - 5 = 10$ 일 때, a 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

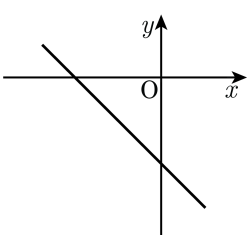
$$3x = 6 \quad \therefore x = 2$$

y 축과 평행하며 점 $(-5, 3)$ 을 지나므로 $x = -5$

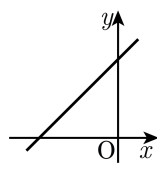
$$ax - 5 = 10, ax = 15, x = \frac{15}{a}$$

$$\frac{15}{a} = -5 \quad \therefore a = -3$$

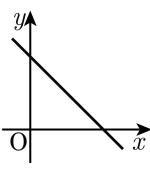
30. 일차방정식 $ax - by + c = 0$ 의 그래프가 다음
보기와 같을 때, 일차방정식 $cx - ay - b = 0$
의 그래프는?



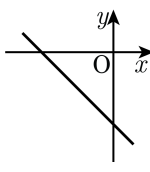
①



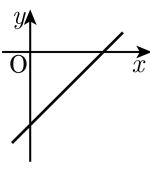
②



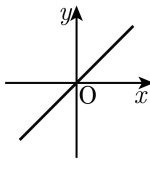
③



④



⑤



해설

$ax - by + c = 0$ 은 $y = \frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ 이므로

$\frac{a}{b} < 0$, $\frac{c}{b} < 0$ 이다.

$\therefore a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ 또는 $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ 이다.

$cx - ay - b = 0$ 은 $ay = cx - b$, $y = \frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$ 이다.

따라서 $\frac{c}{a} > 0$, $\frac{b}{a} < 0$ 이므로

①번 그래프이다.

31. 두 직선 $3x + 2y - 9 = 0, 7x + 3y - 11 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $y = \frac{3}{2}x + 4$ 와 y 축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ 7x + 3y - 11 = 0 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $x = -1, y = 6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y = ax + 4$ 라 놓고 $x = -1, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = -a + 4 \quad \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -2x + 4$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -2x + 4 \quad \therefore x = 2$$

32. 세 직선 $3x - y - 1 = 0$, $7x + ay - 4 = 0$, $5x + y - 15 = 0$ 이 한 점에서 만날 때, a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 & \dots \textcircled{A} \\ 5x + y - 15 = 0 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

①과 ②을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 5$

즉, 세 직선은 점 $(2, 5)$ 에서 만난다.

$7x + ay - 4 = 0$ 에 점 $(2, 5)$ 를 대입하면

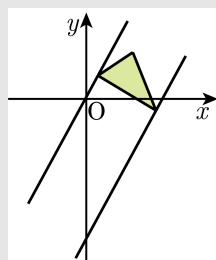
$14 + 5a - 4 = 0$ 에서 $a = -2$

33. 일차함수 $y = 3x - k$ 의 그래프가 세 점 $(1, 2)$, $(6, -1)$, $(4, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형과 만날 때, k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설



위 그림과 같이 k 는 일차함수 $y = 3x - k$ 의 그래프가 $(6, -1)$ 를 지날 때 최댓값을 가지므로

$y = 3x - k$ 에 $x = 6$, $y = -1$ 을 대입하면

$-1 = 18 - k$ 이다. $\therefore k = 19$

따라서 k 의 최댓값은 19 이다.

34. x 절편이 -3 , y 절편이 $\frac{3}{4}$ 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

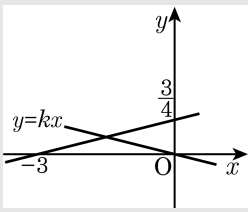
해설

x, y 절편이 각각 $-3, \frac{3}{4}$ 이므로 넓이를 구하면

$$3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{ 이다.}$$

두 직선의 교점의 x 좌표를 m 이라고 하면

$$\frac{3}{4} \times (-m) \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } m = -\frac{3}{2}$$

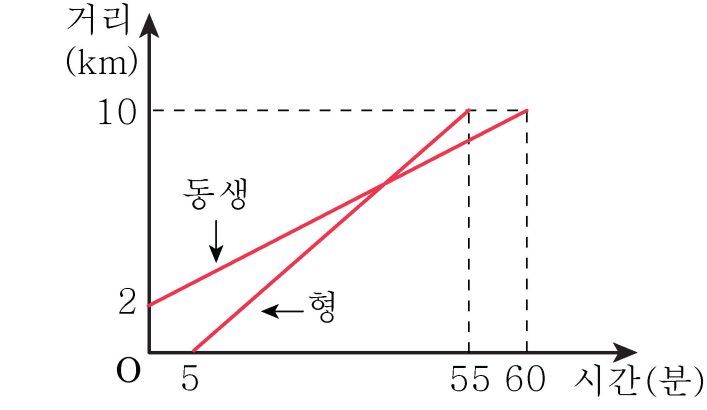


교점의 y 좌표를 n 이라고 하면

$$3 \times n \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } n = \frac{3}{8}$$

$$k = \frac{\frac{3}{8}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}$$

35. 형과 동생이 집에서 10km 떨어진 영화관에 가기로 하였다. 동생이 먼저 자전거를 타고 집에서 출발하여 오후 1시에 2km 떨어진 지점까지 도착했고, 이로부터 5분 후에 형은 동생이 간 길을 따라 집에서 자전거를 타고 출발하였다. 다음 그림은 오후 1시부터 형과 동생이 이동한 거리를 그래프로 나타낸 것이다. 형과 동생이 만나는 시각은?



- ① 오후 1시 35분 ② 오후 1시 40분 ③ 오후 1시 45분
 ④ 오후 1시 0분 ⑤ 오후 1시 5분

해설

오후 1시부터 x 분 동안 이동한 거리를 y km라 하자.

$$\text{동생 : } y = \frac{2}{15}x + 2$$

$$\text{형 : } y = \frac{1}{5}x - 1$$

$$\frac{2}{15}x + 2 = \frac{1}{5}x - 1 \quad \therefore x = 45$$

따라서 형과 동생은 오후 1시 45분에 만난다.