

1.  $\frac{12}{a}$  를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수  $a$  의 값을 모두 더한 것은? (단,  $a > 12$ )

① 142      ② 146      ③ 150      ④ 154      ⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

2.  $\frac{a}{450}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면  $\frac{A}{B}$  라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때,  $A + B$  의 값을 구하여라.

- i)  $11 \leq a \leq 55$ ,  $a$  는 정수  
ii)  $A$  는 3의 배수  
iii)  $B$  는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i)  $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$  가 유한소수이므로  $a$  는 9의 배수이고,  $11 \leq a \leq 55$  를 만족하는  $a$  의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii)  $a = 18$  이면  $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$  이면  $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$  이면  $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$  이면  $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$  이면  $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸  $\frac{A}{B}$  에서  $A$  가 3의 배수,  $B$  가 2의 배수를 만족하는  $a$  의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

3. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠  $3 \div 25$

㉡  $3 \div 11$

㉢  $13 \div 50$

㉣  $5 \div 4$

㉤  $1 \div 3$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

㉡  $\frac{3}{11} = 0.27$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤  $\frac{1}{3} = 0.3$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

4. 분수  $\frac{6}{7}$  을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를  $a$ , 99번째 자리의 수를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142$  이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$  이므로  $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$  이므로  $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

5.  $x = \frac{4}{7}$  일 때,  $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$  이고  
 $10^6x = 571428.571428 \dots$  이므로  
 $10^6x - x = 571428$  이다.

6. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자  $a, b, c, d, e$  의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15      ② 16      ③ 18      ④ 21      ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

7.  $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}bc\dot{0} - 0.ab\dot{0}c < \frac{1}{200}$  를 만족하는 한 자리 자연수  $c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$0.\dot{a}bc\dot{0} - 0.ab\dot{0}c = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990}$$

$$\frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$$

$4.44 < c < 5.55$  를 만족하는 한 자리 자연수  $c$  는 5 이다.

8. 순환소수  $0.3\bar{8}$  에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\bar{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90}$  에서  $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$  가 유한소수가 되기 위해서는  $x$  가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

9.  $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$  일 때,  $x + y + z$  값을 구하면?

- ① 10      ② 15      ③ 20      ④ 25      ⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

10.  $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$  일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19 \text{ 이므로 } a = 19, b = 6$$

$$\therefore a + b = 19 + 6 = 25$$

11.  $2^{100} = a$ 일 때,  $4^{50} - 4^{49}$ 을  $a$ 에 관한 식으로 나타내면?

- ①  $\frac{1}{4}a$       ②  $\frac{1}{2}a$       ③  $\frac{3}{4}a$       ④  $\frac{3}{2}a$       ⑤  $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned}4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

12. 자연수  $a$  에 대하여  $a^{a+3} = a^{3a-1}$  를 만족하는  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

**해설**

$a^{a+3} = a^{3a-1}$  에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉,  $a = 1$  일 때,  $1^4 = 1^2$  이다.  $\therefore a = 1$

따라서  $a$  의 값은 1 과 2 이다.

13. 등식  $(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$  일 때,  $A+B+C$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$$

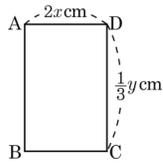
$$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$$

$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C = -1+3-4 = -2 \text{ 가 된다.}$$

14. 다음 그림과 같이  $\overline{AD} = 2x\text{cm}$ ,  $\overline{CD} = \frac{1}{3}y\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다.  $\overline{AD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는  $\overline{CD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ①  $\frac{y}{5x}$  배    ②  $\frac{y}{6x}$  배    ③  $\frac{y}{7x}$  배    ④  $\frac{y}{8x}$  배    ⑤  $\frac{y}{9x}$  배

**해설**

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.  
 (원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로  
 $\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2 y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2 y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2 y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

15. 다음 식에서  $P$ 의 값은? (단,  $a \neq b \neq c$ )

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

16.  $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$ ,  $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$  일 때,  
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$  을 만족하는 식  $C$  를 구하면?

①  $C = ab$

②  $C = ab^2$

③  $C = -3ab^2$

④  $C = 3ab^2$

⑤  $C = -ab$

해설

주어진 식  $A$ ,  $B$  를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$2C = 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1$$

$$= -6ab^2$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

17.  $x + \frac{1}{y} = 1$ ,  $y + \frac{1}{z} = 1$  일 때,  $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$ ,  $y + \frac{1}{z} = 1$ 을  $x$ 와  $z$ 를  $y$ 에 관하여 풀면  $x = \frac{y-1}{y}$ ,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

18.  $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때,  $abc - 3$ 의 값은?

- ① 1      ② 0      ③ -1      ④ 2      ⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

19. 부등식  $\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$  을 만족하는 정수 중 최댓값을  $a$ , 부등식  $\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$  을 만족하는 정수 중 최솟값을  $b$  라고 할 때,  $a-b$  의 값은?

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

해설

$\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$  의 양변에 6을 곱한다.

$$2x + 2 + 21 > 4x$$

$$-2x > -23$$

$$x < \frac{23}{2}$$

따라서  $a = 11$  이다.

$\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$  의 양변에 3을 곱하면

$$x + 4 - 3x \leq 2 + x + 6$$

$$-3x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

따라서  $b = -1$  이다.

$$\therefore a - b = 11 - (-1) = 12$$

20.  $\frac{3+2x}{4} - 0.2 < 0.3(x+6)$  을 만족하는  $x$  의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 20 을 곱한다.

$$5(3+2x) - 4 < 6(x+6)$$

$$10x + 11 < 6x + 36$$

$$4x < 25$$

$$x < 6.25$$

따라서 가장 큰 정수  $x$  의 값은 6 이다.

21.  $2x + 7 \leq 5x + 1$  을 만족하는  $x$  의 값 중에서 가장 작은 정수를  $a$ ,  $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$  를 만족하는  $x$  의 값 중에서 가장 큰 정수를  $b$  라고 할 때,  $a - b$  의 값은?

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

22. 부등식  $\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$ 을 참이 되게 하는 자연수  $x$ 의 개수가 8

개다. 이때, 정수  $a$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 17

▷ 정답: 18

해설

$$\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$$

$$x < \frac{3}{5}a - 2$$

$$8 < \frac{3}{5}a - 2 \leq 9$$

$$\frac{50}{3} < a \leq \frac{55}{3}$$

따라서  $a$ 는 정수이므로 17, 18이다.

23. 전체 길이가 110km인 강을 배를 타고 10시간 이내에 왕복하려고 한다. 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력이 시속 30km일 때, 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 몇 km 이상이어야 하는지 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, 강물의 속력은 시속 3km로 일정하다.)

▶ 답:                      km

▷ 정답: 19.5 km

해설

강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력을  $x$  라 하면

$$\frac{110}{33} + \frac{110}{x-3} \leq 10$$

$$\frac{110}{x-3} \leq 10 - \frac{110}{33} = \frac{330-110}{33} = \frac{220}{33} = \frac{20}{3}$$

$$110 \leq \frac{20}{3}(x-3)$$

$$330 \leq 20(x-3)$$

$$39 \leq 2x$$

$$\therefore 19.5 \leq x(\text{km})$$

따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 19.5km 이상이어야 한다.

24. 관식은 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라.

▶ 답: g이하

▷ 정답: 300g이하

해설

5%의 소금물 200g에 들어있는 소금의 양은  $\frac{5}{100} \times 200 = 10$ (g)이다.

10%의 소금물  $x$ g에 들어있는 소금의 양은  $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}$ (g)이다.

5%의 소금물 200g과 10%의 소금물  $x$ g이 섞여 8%의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은  $\frac{8}{100} \times (200 + x)$ (g)이다.

$$10 + \frac{x}{10} \leq \frac{8 \times (200 + x)}{100}$$

$$1000 + 10x \leq 1600 + 8x$$

$$2x \leq 600$$

$$x \leq 300$$

10%의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.

25. 8%의 설탕물을 6%의 설탕물 200g 과 섞어서 7% 이상의 설탕물을 만들려고 할 때, 8%의 설탕물을 몇 g 이상 섞어야하는가?

- ① 100g 이상      ② 120g 이상      ③ 140g 이상  
④ 180g 이상      ⑤ 200g 이상

해설

구하려는 설탕물을  $x$ 라 하면

$$\frac{8}{100} \times x + \frac{6}{100} \times 200 \geq \frac{7}{100}(x + 200)$$

$$\therefore x \geq 200 \text{ (g)}$$

26. 농도가 7% 인 설탕물 200g 이 있다. 여기에 농도를 모르는 설탕물 100g 더 넣어서 농도를 5% 이하가 되게 하려고 할 때, 추가로 넣어준 설탕물 농도의 범위는?

- ① 1% 이하      ② 2% 이하      ③ 3% 이하  
④ 4% 이하      ⑤ 5% 이하

해설

모르는 설탕물의 농도를  $x$ 라 하면

$$\frac{7}{100} \times 200 + \frac{x}{100} \times 100 \leq \frac{5}{100} \times 300$$

$$\therefore x \leq 1 (\%)$$