

1. $\frac{12}{a}$ 를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 더한 것은? (단, $a > 12$)

① 142

② 146

③ 150

④ 154

⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \times \times \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

2. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$ 라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

- i) $11 \leq a \leq 55$, a 는 정수
 ii) A 는 3의 배수
 iii) B 는 2의 배수

▶ 답 :

▶ 정답 : 53

해설

- i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이고,
 $11 \leq a \leq 55$ 를 만족하는 a 의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a = 18$ 이면 $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$ 이면 $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$ 이면 $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$ 이면 $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$ 이면 $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$ 에서 A 가 3의 배수, B 가 2의 배수를 만족하는 a 의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

3. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉤ $5 \div 4$

㉦ $1 \div 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉦

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉦ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

4. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20 번째 자리의 수를 a , 99 번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

5. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 571428

해설

$$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots \text{이고}$$

$$10^6x = 571428.571428 \dots \text{이므로}$$

$$10^6x - x = 571428 \text{이다.}$$

6. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15

② 16

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

7. $\frac{1}{250} < 0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} < \frac{1}{200}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$0.\dot{a}b\dot{c}0 - 0.ab0\dot{c} = \frac{1000a + 100b + 10c - a}{9990} -$$

$$\frac{1000a + 100b + c - a}{9990} = \frac{9c}{9990} = \frac{c}{1110} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{250} < \frac{c}{1110} < \frac{1}{200}$$

$4.44 < c < 5.55$ 를 만족하는 한 자리 자연수 c 는 5 이다.

8. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

9. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

10. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19 \text{ 이므로 } a = 19, b = 6$$

$$\therefore a + b = 19 + 6 = 25$$

11. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$

② $\frac{1}{2}a$

③ $\frac{3}{4}a$

④ $\frac{3}{2}a$

⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned}4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\&= 2^{100} - 2^{98} \\&= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\&= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\&= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\&= \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

12. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

13. 등식 $(-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3 y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3 y = Cxy$$

$$\frac{-4x^A y^3}{2xy^B} \times 2x^3 y = -4x^{A+2} y^{4-B} = Cxy$$

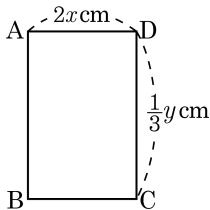
$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C = -1+3-4 = -2 \text{ 가 된다.}$$

14.

다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

15. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

16. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

17. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

18. $b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2$ 일 때, $abc - 3$ 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$b + \frac{6}{c} = c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{에서}$$

$$b + \frac{6}{c} = 2 \text{를 } b \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$b = 2 - \frac{6}{c} = \frac{2(c-3)}{c}$$

$$c - \frac{1}{a} - 1 = 2 \text{를 } a \text{에 관한 식으로 풀면}$$

$$-\frac{1}{a} = 3 - c$$

$$\frac{1}{a} = c - 3$$

$$a = \frac{1}{c-3}$$

$$\therefore abc - 3 = \frac{1}{(c-3)} \times \frac{2(c-3)}{c} \times c - 3 = 2 - 3 = -1$$

19. 부등식 $\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3} \text{의 양변에 6을 곱한다.}$$

$$2x + 2 + 21 > 4x$$

$$-2x > -23$$

$$x < \frac{23}{2}$$

따라서 $a = 11$ 이다.

$$\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2 \text{의 양변에 3을 곱하면}$$

$$x + 4 - 3x \leq 2 + x + 6$$

$$-3x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

따라서 $b = -1$ 이다.

$$\therefore a - b = 11 - (-1) = 12$$

20. $\frac{3+2x}{4} - 0.2 < 0.3(x+6)$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 20 을 곱한다.

$$5(3+2x) - 4 < 6(x+6)$$

$$10x + 11 < 6x + 36$$

$$4x < 25$$

$$x < 6.25$$

따라서 가장 큰 정수 x 의 값은 6 이다.

21. $2x + 7 \leq 5x + 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a ,
 $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 b
라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

22. 부등식 $\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$ 을 참이 되게 하는 자연수 x 의 개수가 8개다. 이때, 정수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 18

해설

$$\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$$

$$x < \frac{3}{5}a - 2$$

$$8 < \frac{3}{5}a - 2 \leq 9$$

$$\frac{50}{3} < a \leq \frac{55}{3}$$

따라서 a 는 정수이므로 17, 18 이다.

23. 전체 길이가 110km인 강을 배를 타고 10시간 이내에 왕복하려고 한다. 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력이 시속 30km일 때, 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 몇 km 이상이어야 하는지 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, 강물의 속력은 시속 3km로 일정하다.)

▶ 답 : km

▷ 정답 : 19.5 km

해설

강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력을 x 라 하면

$$\frac{110}{33} + \frac{110}{x-3} \leq 10$$

$$\frac{110}{x-3} \leq 10 - \frac{110}{33} = \frac{330-110}{33} = \frac{220}{33} = \frac{20}{3}$$

$$110 \leq \frac{20}{3}(x-3)$$

$$330 \leq 20(x-3)$$

$$39 \leq 2x$$

$$\therefore 19.5 \leq x \text{ (km)}$$

따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 시속 19.5km 이상이어야 한다.

24. 관식이는 5% 소금물 200g 과 10% 소금물을 섞어 8% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 10%의 소금물을 얼마만큼 넣어 주어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g이하

▷ 정답 : 300g이하

해설

5% 의 소금물 200g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{5}{100} \times 200 = 10(\text{g})$ 이다.

10% 의 소금물 x g 에 들어있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{x}{10}(\text{g})$ 이다.

5% 의 소금물 200g 과 10% 의 소금물 x g 이 섞여 8% 의 농도일 때, 들어있는 소금의 양은 $\frac{8}{100} \times (200 + x)(\text{g})$ 이다.

$$10 + \frac{x}{10} \leq \frac{8 \times (200 + x)}{100}$$

$$1000 + 10x \leq 1600 + 8x$$

$$2x \leq 600$$

$$x \leq 300$$

10% 의 소금물을 300g 이하로 넣어주어야 한다.

25. 8%의 설탕물을 6%의 설탕물 200g 과 섞어서 7% 이상의 설탕물을 만들려고 할 때, 8%의 설탕물을 몇 g 이상 섞어야하는가?

① 100g 이상

② 120g 이상

③ 140g 이상

④ 180g 이상

⑤ 200g 이상

해설

구하려는 설탕물을 x 라 하면

$$\frac{8}{100} \times x + \frac{6}{100} \times 200 \geq \frac{7}{100}(x + 200)$$

$$\therefore x \geq 200 \text{ (g)}$$

26. 농도가 7% 인 설탕물 200g 이 있다. 여기에 농도를 모르는 설탕물 100g 더 넣어서 농도를 5% 이하가 되게 하려고 할 때, 추가로 넣어준 설탕물 농도의 범위는?

- ① 1% 이하 ② 2% 이하 ③ 3% 이하
④ 4% 이하 ⑤ 5% 이하

해설

모르는 설탕물의 농도를 x 라 하면

$$\frac{7}{100} \times 200 + \frac{x}{100} \times 100 \leq \frac{5}{100} \times 300$$

$$\therefore x \leq 1 (\%)$$