1. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, a+n 의 최솟값을 구하여라. (단, a , n 은 자연수)

답:

▷ 정답: 19

 $\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$ $\therefore a = 16$, n = 3 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

- 2. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?
 - ① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95

⑤99

 $\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 a 는 어떤 수가 되도 유한 소수로 나타낼 수 있다.

따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

3. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a+b의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의합을 구하여라.

답:

➢ 정답: 54

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5

뿐이어야 하므로 $\frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 1보다 작은 유한소수가 되기 위해서는 a는 7의 비스 a 70 미마이 a

배수 중 70 미만인 수 (a, b) = (7, 10), (14, 5), (35, 2) 따라서 a + b는 최대 37, 최소 17이므로 합은 54이다.

~ 여기 # + b 는 기대 51 , 기고 17

분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 부터 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답: ▷ 정답: 227

 $\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개 50 = 6×8+2 이므로 (3+8+4+6+1+5)×8+(3+8) = 227

5. x = 3.452 일 때, $10^3 x - 10x$ 의 값은?

① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

1000x=3452.5252··· -) 10x= 34.5252··· 990x=3418 따라서 10³x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418 이다.

순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라. (단, $a,\ b$ 는 한 자리의 자연수) 6.

▶ 답:

ightharpoonup 정답: $rac{31}{33}$

 $0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$

∴ 10a + b = 39 · · · ①
 a, b 는 한 자리의 자연수이므로 a = 3, b = 9
 ∴ 0.ba = 0.93 = 93/99 = 31/33

7. $\frac{1}{2} < 0.\dot{A} < \frac{2}{3}$ 인 자연수 A 를 구하여라.

답:

▷ 정답: 5

 $\frac{1}{2} < \frac{1}{9}A < \frac{2}{3}, \frac{9}{2} < A < 6$ $\therefore A = 5$

8. $1.\dot{2} + 0.\dot{1}$ 을 계산하여 분수로 나타내어라.

답:

ightharpoonup 정답: $rac{4}{3}$

$$1.\dot{2} + 0.\dot{1} = \frac{11}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{3}$$

9. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설
$$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9} \qquad \therefore \ a = 15$$

$$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15} \qquad \therefore \ b = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \ ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$$

10. $x = \frac{k}{24}$ (단, x는 자연수가 아니고, k는 100 이하의 자연수) 일 때, x가 유한소수가 되기 위한 k의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 29

 $\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3} :$ 유한소수이려면 k = 3의 배수 따라서, 33 - 4 = 29

11. 다음 보기 중 가장 큰 수를 골라라.

답:▷ 정답: □

© $5^2 \times 3^3 = 25 \times 27 = 675$ © $2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 504$

따라서 가장 큰 수는 ⓒ이다.

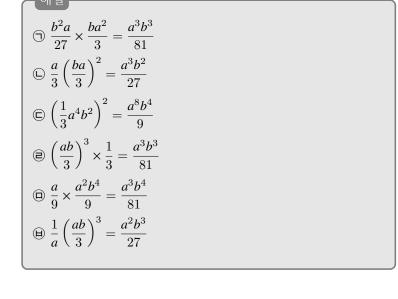
12. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

▶ 답:

▶ 답:

 ▷ 정답: ⑤

 ▷ 정답: ⑥



13. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$$

 \bigcirc $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, $n \stackrel{\circ}{\leftarrow}$ 짝수) \bigcirc $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$

해설

② ¬, ©

1 🦳

 $\bigcirc 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$ \bigcirc $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$

② n이 홀수일 때, $(-1)\div 1 = -1$ 이고, n이 짝수일 때, $1\div (-1) =$ -1 이므로 -1이다.

이므로 옳은 것은 ①, ⓒ이 답이다.

14. 2¹⁰ ≒ 1000이라 할 때, 5¹⁰의 값은?

해설

① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5 ④ 10^7 ⑤ 10^8

 $2^{10} = 10^3 = 2^3 \times 5^3$ 이므로 $5^3 = 2^{10} \div 2^3 = 2^7$ 따라서 $5^{10} = 5^3 \times 5^7 = 2^7 \times 5^7 = 10^7$

- **15.** 3^x 의 일의 자리의 숫자가 $1, 3^y$ 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 x > y 인 자연수)
 - ① 1 ② 3 ④ 7
 ⑤ 2

해설 3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

39

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$

 $(단, k_2 \le k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.) $81^x \div 9^y = 3^{4x - 2y}$

 $=3^{16k_1-8k_2+6}$ $=3^{2(8k_1-4k_2+3)}$

 $=9^{8k_1-4k_2+3}$

 k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다. 따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

 $9^k~(k$ 는 자연수)의 일의 자리는 $9,\,1,\,9,\,1,\,\cdots$

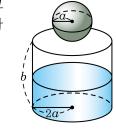
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

16.
$$(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \left\{-(a^2b)^3\right\}$$
 을 계산하면?

① $-4a^4b^5$ ② $-2a^6b^3$ ③ $4a^5b^4$ ④ $-4a^6b^3$ ⑤ $2a^4b^5$

(준시) = $16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3)$ = $16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right)$ = $-4a^4b^5$

- 17. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그 릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 $h = \frac{($ 쇠공의 부피 $)}{($ 원기둥의 밑면의 넓이 $)}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다. $(쇠공의 부피) = \frac{4}{3}\pi a^3 이므로$

$$h = rac{4a^3\pi}{rac{3}{4a^2\pi}} = rac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = rac{1}{3}a$$
 만큼 높아진다.

18. 두 식
$$x$$
, y 에 대하여 $*$, \triangle 를 $x*y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x \triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x*y) - (x \triangle y)}{(x*y) + (x \triangle y)}$ 의 값은?

$$\begin{array}{c}
0 \\
\hline
6y + \\
6y + \\
\end{array}$$

$$4 \frac{6y+x}{6y-x}$$

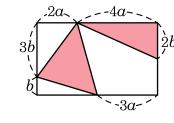
①
$$\frac{6y+x}{6y+x}$$
 ② $\frac{6y-x}{6y-x}$ ② $\frac{6y-x}{6y+x}$ ③ $\frac{3y-x}{3y+x}$

$$x * y = (8xy^{2} + 4xy^{2}) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x \triangle y = (12x^{2}y - 8x^{2}y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x \triangle y)}{(x * y) + (x \triangle y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

 $\mathbf{19}$. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



- ① 6ab ② 8ab ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab$$
이므로 $\frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab$ 이

- **20.** 자연수 a, b 에 대하여 $(x^a y)^4 = x^{12} y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2} x^2 y\right)^a \div \left(\frac{1}{4} x^b y^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?
 - ① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설
$$(x^a y)^4 = x^{12} y^b \text{ 에서 } a = 3, b = 4 \text{ 이므로}$$

$$\left(-\frac{1}{2} x^2 y \right)^a \div \left(\frac{1}{4} x^b y^2 \right)^a \times (xy)^b$$

$$= \left(-\frac{1}{2} x^2 y \right)^3 \div \left(\frac{1}{4} x^4 y^2 \right)^3 \times (xy)^4$$

$$= \frac{x^6 y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12} y^6} \times \frac{x^4 y^4}{1}$$

21.
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3$$
 일 때, $\frac{a + 3ab + b}{a - ab + b}$ 의 값은?

- -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3, \frac{a+b}{ab} = 3$$

$$\therefore 3ab = a+b$$

$$\frac{a+3ab+b}{a-ab+b} = \frac{3ab+3ab}{3ab-ab}$$

$$= \frac{6ab}{2ab}$$

$$= 3$$

22.
$$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$$
 일 때, $y = x$ 에 관하여 풀어라.

답:

해설
$$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{y-1}{y}}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1)-y}{y-1}}$$
$$= \frac{y-1}{-1} = -y+1$$
$$x = -y+1 \text{ 에서 } y 를 x \text{ 에 관하여 풀면 } y = -x+1 \text{ 이다.}$$

23.
$$x + \frac{1}{y} = 1$$
, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설
$$x + \frac{1}{y} = 1, \ y + \frac{1}{2z} = 1 \stackrel{\circ}{=} x 와 z \stackrel{=}{=} y \text{에 관하여 풀면, } x = \frac{y-1}{y} ,$$

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$$z + \frac{1}{2x} \text{에 대입하면}$$

$$z + \frac{1}{2x} = \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)}$$

$$= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)}$$

$$= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2}$$

- **24.** a > b, ac > bc, ac = 0일 때, a, b, c의 값 또는 부호를 구하면?
 - ① a > 0, b < 0, c = 0
- ② a < 0, b > 0, c = 0
- ③ a = 0, b > 0, c < 0⑤ a = 0, b < 0, c < 0

ac=0이므로 a=0 또는 c=0, 그런데 ac>bc이므로 $c\neq 0$,

해설

a>b이므로 b<0, ac>bc, a=0이므로 bc<0, 그런데 b<0

이므로 c > 0 $\therefore a = 0, b < 0, c > 0$

- **25.** 부등식 $\frac{x}{5} \frac{x-a}{4} < 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수가 6 일 때, 정수 a의 값은?
 - ②5 3 7 4 9 5 11 ① 3

해설 $\frac{x}{5} - \frac{x-a}{4} < 1 , 4x - 5(x-a) < 20 , x > 5a - 20$ $5 \le 5a - 20 < 6 , 5 \le a < \frac{26}{5}$

26. $(4^2)^a = 256$ 일 때, 부등식 3(x-2) < ax + 1 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

 $(4^2)^a = (2^4)^a = 2^{4a} = 256 = 2^8$ $4a = 8, \ a = 2$

3(x-2) < 2x + 1

3x - 6 < 2x + 1

∴ x < 7따라서 자연수 x 는 6 개이다.

27. a < 0이고 다음 보기의 두 부등식이 해가 같을 때, 구한 상수 a의 값이 $\frac{17c}{d}$ 이다. 2c+d의 값을 구하여라. (단, c>d)

$$\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3}, \ \frac{2}{5} \left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2)$$

답:▷ 정답: 0

. . . .

 $\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}x-1\right) < 0.7(3x+2) 의 양변에 <math>10 \stackrel{\circ}{=} \text{ 곱하면}$ 2x-4 < 21x+14 $\therefore x > -\frac{18}{19}$ $\frac{-5x+6}{2a} < \frac{2x}{3} \stackrel{\circ}{=} 9 양변에 <math>6a \stackrel{=}{=} \text{ 곱하면}$ -15x+18 > 4ax 18 > (4a+15)x 두 부등식의 해가 같으므로 <math>4a+15 < 0이고 $x > \frac{18}{4a+15}$ $\frac{18}{4a+15} = -\frac{18}{19}$ 4a+15=-19 $a = -\frac{17}{2}$ $-\frac{17}{2} = \frac{17c}{d}$ c = 1, d = -2(c > d) $\therefore 2c+d=2-2=0$

28. 부등식 $\frac{x}{4} - a \ge \frac{3x - 2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

부등식 $\frac{x}{4} - a \ge \frac{3x - 2}{5}$ 를 정리하면 $5x - 20a \ge 12x - 8$ 에서 $-7x \ge 20a - 8$ $\therefore x \le \frac{-20a + 8}{7}$ 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로 $\frac{-20a + 8}{7} = -16$ -20a + 8 = -112 -20a = -120 $\therefore a = 6$

29. 부등식 $-x+7 \ge 2\left(3x-\frac{1}{2}\right)-3a$ 를 만족하는 x의 개수가 n개일 때, 상수 a의 값의 범위는 $2\le a<\frac{13}{3}$ 이다. 이때, n의 값을 구하여라. (단, x는 자연수)

 ► 답:

 ▷ 정답:
 2

, , ,

 $-x + 7 \ge 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a 를 정리하면$ $-x + 7 \ge 6x - 1 - 3a$ $\therefore x \le \frac{8 + 3a}{7}$ 위 부등식을 만족하는 x가 n 개라면 $n \le \frac{8 + 3a}{7} < n + 1$ 이 $2 \le a < \frac{13}{3}$ 이므로 $7n \le 8 + 3a < 7n + 7$ $7n - 8 \le 3a < 7n - 1$ $\frac{7n - 8}{3} \le a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$ $\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$ 7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13 $\therefore n = 2$

- 30. 버스요금은 1인당 900 원씩이고, 택시는 기본 2km까지는 요금이 1900 원이고, 이 후로는 200 m당 100 원씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 네 명이 함께 이동할 때, 버스를 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지 인가?
 - 인가? ① 5 km 미만 ② 5.4 km 미만 ③ 4.2 km 이하
 - ④ 4.2 km 미만 ⑤ 5.2 km 미만

 $900 \times 4 > 1900 + 100x$ 1700 > 100x

택시 요금이 100 원씩 올라가는 횟수를 x 회라 하면

x < 17

 $\therefore 2 + 0.2 \times 17 = 2 + 3.4 = 5.4$

해설

따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 5.4 km 미만까지 이다.

 ${f 31.}$ 어떤 연극 공연장의 입장료는 어린이가 6000 원, 어른이 12000 원이고 어른이 30 명 이상일 때, 어른 요금의 20% 를 할인하여 준다. 어른의 수가 30 명 미만이면서 어른과 어린이를 합하여 34 명이 입장하려고 할 때, 어른이 최소 몇 명이면 어른 30 명의 입장료를 내는 것이 유리 한가?

① 21명 ② 22명 ③ 23명 ④ 24명

⑤ 25 명

해설 어른 수를 x 라 하면,

 $12000x > 9600 \times 30$

 $\therefore x > 24$:. 25 명 이상

32. 자동차 판매 사원인 A 는 기본급 60 만 원과 한 달 동안 판매한 자동차 금액의 10% 를 월급으로 받는다. 자동차 한 대의 가격이 1000 만 원이라 할 때, A 가 다음 달 월급을 250 만 원 이상 받으려면 최소한 몇 대의 자동차를 팔아야 하는지 구하여라.

<u>□</u>

➢ 정답: 2<u>대</u>

판매한 자동차 + : x (대)

해설

 $60만 + x \times 1000만 \times \frac{10}{100} \ge 250만$ $60만 + x \times 100만 \ge 250만$

 $100만 \times x \ge 190만$ $x \ge \frac{190만}{100만} = 1.9$

정수 *x* 의 최솟값: 2

 ${f 33.}$ 마라톤을 하는데 반환점까지는 시속 $20{
m km}$, 반환점부터 돌아 올 때까 지는 시속 10km로 걸어서 전체 걸리는 시간을 3시간 이내로 하려고 한다. 반환점을 몇 km 이내로 정하면 되는지 구하여라.

km이내 ▶ 답:
 ▷ 정답:
 20 km이내

반환점까지의 거리를 x라 하면 $\frac{x}{20} + \frac{x}{10} \le 3, \ 3x \le 60$ $\therefore x \le 20(\text{km})$

따라서 반환점을 20km 이내로 정해야 한다.

34. 각설탕 5개를 200g의 끓는 물에 넣었더니 농도가 20%의 설탕물이 되었다. 추가로 최소한 각설탕 몇 개를 더 넣어야 농도가 30% 이상이 되는지 구하여라.

 답:
 <u>개</u>

 ▷ 정답:
 4개

각설탕 한 개의 무게를 x(g)이라 하면 $\frac{20}{100}(200+5x)=5x$ 40+x=5x 4x=40 $\therefore x=10(g)$ 따라서 추가하는 각설탕의 개수를 y개라 하고 식을 세우면 $\frac{20}{100}\times250+10y\geq\frac{30}{100}(250+10y)$ $5000+1000y\geq7500+300y$ $700y\geq2500$ $y\geq\frac{25}{7}$ 따라서 각설탕을 4개를 추가해야 한다.

35. 10%의 소금물 400g 과 6%의 소금물을 섞어서 농도가 8% 이상인 소금물을 만들려고 한다. 이때, 6%의 소금물을 섞은 양의 범위를 구하여라.

 g 이 $\bar{\mathfrak{o}}$ ት 답: ▷ 정답: 400g이하

구하려는 소금물을 x라 하면

 $\frac{10}{100} \times 400 + \frac{6}{100} \times x \ge \frac{8}{100} \times (400 + x)$ $4000 + 6x \ge 3200 + 8x$

 $800 \geq 2x$ $400 \ge x$

 $\therefore \ x \le 400 \ (\mathrm{\,g})$