1. $0 < a < b$인 실수, a, b에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$
② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$
③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$
⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \cdots$ ㉠

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1$, $\frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \cdots$ ㉡

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. x가 정수일 때, $|x-2| \le 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x의 값을 모두 더하면?

① -7　② -5　③ -3　④ -1　⑤ 0

해설

$|x-2| \le 5 \leftrightarrow -3 \le x \le 7$

x는 $-3 \le x < 3$인 정수

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

3. 이차부등식 $x^2-2x-8<0$의 해가 $a<x<b$일 때, $b-a$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2-2x-8<0$ 에서 $(x-4)(x+2)<0$

$\therefore -2<x<4$

$b-a=6$

4. $5x + 2 > 2x + 8$, $7 > 2x - 3$을 모두 만족하는 x의 값은?

① $2 < x < 5$　　② $3 < x < 5$　　③ $x > 2$
④ $x < 5$　　⑤ 없다.

해설
$3x > 6 \ \rightarrow \ x > 2$
$10 > 2x \ \rightarrow \ 5 > x$
따라서 $2 < x < 5$이다.

5. 부등식 $2(x-1) \leq 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-5x \leq 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$-1 \leq x < \dfrac{3}{2}$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$\therefore\ 1+(-1)=0$

6. x의 범위가 -1, 0, 1, 2일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

① $2x < -4$ ② $x + 3 < 4$ ③ $3x - 2 \le 1$
④ $-x + 6 \ge 7$ ⑤ $2x - 3 \ge -1$

해설

① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \le 1$
④ $x \le -1$
⑤ $x \ge 1$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x-2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$　② $a \leq 10$　③ $a > 5$
④ $a \leq 5$　⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$,　$x < a$, $3(x-2) \geq 2x - 1$,　$x \geq 5$, 해가 없으려면 $a \leq 5$

8. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\frac{a-7}{2}$ 또는 $x>\frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\frac{a-7}{2}=-1,\ \frac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

9. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 2(3x+7) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 3$

해설

i) $2(2x-3) > x+3$

$\Rightarrow\ 4x-6 > x+3$

$\Rightarrow\ x > 3$

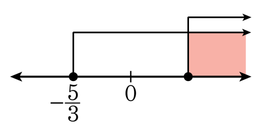
ii) $5x-9 < 2(3x+7)$

$\Rightarrow\ -x < 23$

$\Rightarrow\ x > -23$

$\therefore\ x > 3$

10. 연립부등식 $\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라



▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \le 10 \\ x \ge \frac{5}{3} \end{cases}$

$ax \le 10$ 의 해가 $x \ge -\frac{5}{3}$

$\frac{10}{a} = -\frac{5}{3}$

$\therefore\ a = -6$

11. 부등식 $(a-b)x+(b-2a)>0$의 해가 $x>\frac{3}{2}$일 때, 부등식 $ax^2+(a+2b)x+(a+3b)<0$의 해를 구하면?

① $3<x<7$　② $-3<x<1$　③ $x<2,\ x>3$
④ $-1<x<2$　⑤ $x<-2,\ x>4$

해설

$(a-b)x>2a-b$의 해가 $x>\frac{3}{2}$이려면
$a-b>0,\ \frac{2a-b}{a-b}=\frac{3}{2}$이어야 한다.
$\therefore\ a=-b,\ \ b<0$
준 부등식 $-bx^2+bx+2b<0$에서
$x^2-x-2<0,\ (x-2)(x+1)<0$
$\therefore\ -1<x<2$

12. 부등식 $2[x]^2-9[x]+9<0$ 을 만족하는 x의 값의 범위는? (단,$[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3}<x<\frac{7}{2}$　② $\frac{3}{2}<x\le 3$　③ $2\le x<3$
④ $1\le x<3$　⑤ $1\le x\le 4$

해설

$[x]=t$로 놓으면 $2t^2-9t+9<0$이므로
부등식을 풀면 $(2t-3)(t-3)<0$
$\therefore \frac{3}{2}<t<3$
따라서, $\frac{3}{2}<[x]<3$에서 $[x]=2$
$\therefore 2\le x<3$

13. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=4$이다. 방정식 $f(4x-2)=0$의 두 근의 합은?

① 2　② -2　③ 4　④ -4　⑤ 0

해설

$f(x)=0 \ \Leftrightarrow\ x=\alpha$ 또는 $x=\beta$가 성립하면
$f(4x-2)=0 \ \Leftrightarrow\ 4x-2=\alpha$ 또는 $4x-2=\beta$
$\Leftrightarrow\ x=\dfrac{\alpha+2}{4}$ 또는 $x=\dfrac{\beta+2}{4}$
즉 $f(4x-2)=0$의 두 근은 $\dfrac{\alpha+2}{4}$, $\dfrac{\beta+2}{4}$이다.
$\therefore\ \dfrac{\alpha+2}{4}+\dfrac{\beta+2}{4}=\dfrac{\alpha+\beta+4}{4}=\dfrac{8}{4}=2$

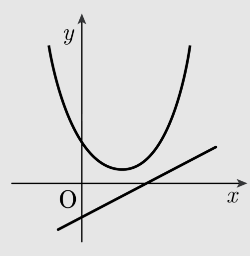
14. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

① $k < -1$　　② $-1 < k < 0$　　③ $k > 0$

④ $0 < k < 1$　　⑤ $k > 1$

해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면



위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$가 항상 성립해야 한다.

즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서 판별식이 0 보다 작아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$$

$\therefore\ k < -1$

15. $-2 \le x \le 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2-6x \ge a^2-6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \le a \le 0$ ② $-2 \le a \le 2$ ③ $0 \le a \le 4$
④ $2 \le a \le 4$ ⑤ $4 \le a \le 6$

해설

$f(x)=x^2-6x-a^2+6a$ 라 놓고
$-2 \le x \le 2$ 에서
$f(x)>0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.
$f(x)=(x-3)^2-a^2+6a-9$ 이므로
$-2 \le x \le 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x=2$ 일 때,
$f(2)=4-12-a^2+6a \ge 0$
$a^2-6a+8 \le 0 \Rightarrow (a-2)(a-4) \le 0$
$\therefore\ 2 \le a \le 4$

16. 다음 연립부등식을 만족하는 정수 x의 개수는?

$$\begin{cases} |x+3| > 1 & \cdots ㉠ \\ x^2 + 4x - 3 \le 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개　　④ 4 개　　⑤ 5 개

해설

$$\begin{cases} |x+3| > 1 & \cdots ㉠ \\ x^2 + 4x - 3 \le 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ : $x + 3 > 1, x + 3 < -1$

$x > -2$ 　 또는 　 $x < -4$

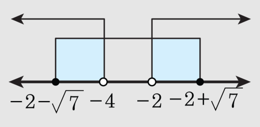
② : $x^2 + 4x - 3 = 0$ 에서

$x = -2 \pm \sqrt{4+3} = -2 \pm \sqrt{7}$

∴ 부등식의 해는

$-2 - \sqrt{7} \le x \le -2 + \sqrt{7}$

㉠과 ㉡의 공통 범위는



$-2 - \sqrt{7} \le x < -4,$ 　 $-2 < x \le -2 + \sqrt{7}$

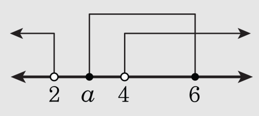
정수 x : -1, 0 (2 개)

17. 다음 연립방정식의 해가 $4 < x \le 6$이 되도록 실수 a의 값의 범위를 정할 때, a의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 - (a+6)x + 6a \le 0 \end{cases}$$

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설



$x^2 - 6x + 8 > 0$에서

$(x-2)(x-4) > 0$

$\therefore x < 2$ 또는 $x > 4$

$x^2 - (a+6)x + 6a \le 0$에서

$\Rightarrow (x-a)(x-6) \le 0$

$\therefore$ 두 부등식의 공통부분이 $4 < x \le 6$ 이 되려면

$(x-a)(x-6) \le 0$의 해가 $a \le x \le 6$이어야 하고,

$2 \le a \le 4$ 이어야 한다

$\therefore a$의 최솟값 : 2, 최댓값 : 4

18. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$　② $m > 1$　③ $m > -2$

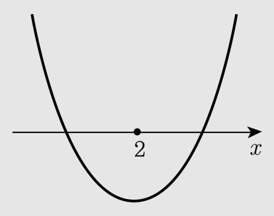
④ $m > 2$　⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$



19. 십의 자리 숫자가 일의 자리 숫자의 두 배인 어떤 두 자리 자연수가 21 보다 크고 60 보다 작다고 한다. 처음 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $2x$ 이다.

즉, 이 두 자리 자연수는 $(10 \times 2x) + x = 21x$ 이다.

$21 < 21x < 60$

$1 < x < \frac{20}{7}$, $\frac{20}{7} = 2.857142\cdots$

$\therefore x = 2$

처음 두 자리 자연수는 42 이다.

20. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.
볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.
위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases}$$ 이다.

이를 간단히 하면 $\begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases}$ 이다.

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.
그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.
따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.
$\therefore 16 \times 24 = 384$

21. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

문제에서 구하고자 하는 바구니의 개수를 x 라고 놓자.
10 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바구니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{150}{11} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\dfrac{150}{11} < x < 15$ 이다.

$\dfrac{150}{11} = 13.6363\cdots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

22. 임의의 실수 x에 대하여 $\sqrt{ax^2+ax+b}$가 실수일 때, 계수 a, b가 만족하는 조건을 구하면?

① $0 \le a \le 4b$　② $0 < a \le 4b$　③ $0 \le a < 4b$
④ $0 < a < 4b$　⑤ $0 < a < 4b$

해설

모든 실수 x에 대하여
$ax^2+ax+b \ge 0$을 만족해야 하므로
ⅰ) $a=0$일 때, $b \ge 0 \cdots$①
ⅱ) $a>0$일 때,
$D=a^2-4ab \le 0$
$a-4b \le 0 \cdots$②
①, ②에서 $0 \le a \le 4b$

23. 이차부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 의 해가 $|x| < |a|$ 과 일치하도록 실수 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은 ?

① -1 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 1

해설

$|x| < |a| \ \Leftrightarrow\ x^2 < a^2 \ \Leftrightarrow\ x^2 - a^2 < 0 \cdots$ ①

$\Leftrightarrow\ ax^2 + (a^2 - 1)x + b \ > \ 0 \cdots$ ②

$\therefore a < 0,\ a^2 - 1 = 0$

$\therefore a = -1$

$a = -1$ 일 때 ①은 $x^2 - 1 < 0$, ②는 $-x^2 + b > 0$

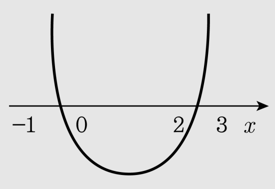
$\therefore b = 1 \therefore a - b = -2$

24. 이차방정식 $ax^2-(a+1)x-1=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $-1<\alpha<0$, $2<\beta<3$이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a>0$)

① $\frac{2}{3}<a<1$ ② $\frac{2}{3}<a<\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}<a<2$
④ $\frac{3}{2}<a<\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}<a<3$

해설

$f(0)=-1<0$ 이므로 $y=ax^2-(a+1)x-1$의
그래프는 다음 그림과 같다.



$f(-1)=a+(a+1)-1>0$에서
$a>0$ ⋯ ㉠
$f(2)=4a-2(a+1)-1<0$에서 $a<\frac{3}{2}$ ⋯ ㉡
$f(3)=9a-3(a+1)-1>0$에서 $a>\frac{2}{3}$ ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에서 $\frac{2}{3}<a<\frac{3}{2}$

25. $(x+1)(x-2)$ 의 소수 첫째 자리를 반올림한 것이 $1+5x$ 와 같을 때, 양수 x를 구하면?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{8}{5}$　④ $\frac{16}{5}$　⑤ $\frac{32}{5}$

해설

조건에서 소수 첫째 자리를 반올림했으므로

$1+5x$ 는 정수 ······①

$(1+5x)-0.5 \le (x+1)(x-2) < (1+5x)+0.5$ ······②

②를 풀면 $11.5 \le (x-3)^2 < 12.5$ ······③

①에서 $5x$ 는 정수이므로 $x-3=\frac{n}{5}$ (n 은 정수)

이것을 ③에 대입하면 $25 \times 11.5 \le n^2 < 25 \times 12.5$

$\therefore 287.5 \le n^2 < 312.5$

이를 만족시키는 정수는 $n = \pm 17$

$\therefore x = 3 \pm \frac{17}{5} = -\frac{2}{5},\ \frac{32}{5}$

$\therefore x = \frac{32}{5}$ ($\because$ x 는 양수)