

1. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. x 가 정수일 때, $|x - 2| \leq 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 x 의 값을 모두 더하면?

① -7

② -5

③ -3

④ -1

⑤ 0

해설

$$|x - 2| \leq 5 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 7$$

x 는 $-3 \leq x < 3$ 인 정수

-3, -2, -1, 0, 1, 2

3. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$b - a = 6$$

4. $5x + 2 > 2x + 8$, $7 > 2x - 3$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

① $2 < x < 5$

② $3 < x < 5$

③ $x > 2$

④ $x < 5$

⑤ 없다.

해설

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

$$10 > 2x \rightarrow 5 > x$$

따라서 $2 < x < 5$ 이다.

5. 부등식 $2(x-1) \leq 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-5x \leq 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$-1 \leq x < \frac{3}{2}$$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$$\therefore 1 + (-1) = 0$$

6. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

① $2x < -4$

② $x + 3 < 4$

③ $3x - 2 \leq 1$

④ $-x + 6 \geq 7$

⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

① $x < -2$

② $x < 1$

③ $x \leq 1$

④ $x \leq -1$

⑤ $x \geq 1$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$, $x < a$, $3(x - 2) \geq 2x - 1$, $x \geq 5$, 해가 없으려면
 $a \leq 5$

8. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \text{ 또는 } 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \text{ 또는 } x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

9. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2(2x - 3) > x + 3 \\ 5x - 9 < 2(3x + 7) \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x > 3$

해설

$$\text{i) } 2(2x - 3) > x + 3$$

$$\Rightarrow 4x - 6 > x + 3$$

$$\Rightarrow x > 3$$

$$\text{ii) } 5x - 9 < 2(3x + 7)$$

$$\Rightarrow -x < 23$$

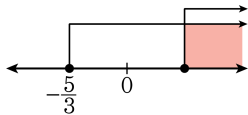
$$\Rightarrow x > -23$$

$$\therefore x > 3$$

10.

연립부등식 $\begin{cases} ax + 2 \leq 12 \\ 3x + 4 \geq 9 \end{cases}$ 의 해가 다음과

같을 때, a 의 값을 구하여라



▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$\begin{cases} ax + 2 \leq 12 \\ 3x + 4 \geq 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \leq 10 \\ x \geq \frac{5}{3} \end{cases}$$

$ax \leq 10$ 의 해가 $x \geq -\frac{5}{3}$

$$\frac{10}{a} = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore a = -6$$

11. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

12. 부등식 $2[x]^2 - 9[x] + 9 < 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수)

① $\frac{2}{3} < x < \frac{7}{2}$

② $\frac{3}{2} < x \leq 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 3$

⑤ $1 \leq x \leq 4$

해설

$[x] = t$ 로 놓으면 $2t^2 - 9t + 9 < 0$ 이므로
부등식을 풀면 $(2t - 3)(t - 3) < 0$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 3$$

따라서, $\frac{3}{2} < [x] < 3$ 에서 $[x] = 2$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

13. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 4$ 이다. 방정식 $f(4x - 2) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 2

② -2

③ 4

④ -4

⑤ 0

해설

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \alpha \text{ 또는 } x = \beta \text{가 성립하면}$$

$$f(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = \alpha \text{ 또는 } 4x - 2 = \beta$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\alpha + 2}{4} \text{ 또는 } x = \frac{\beta + 2}{4}$$

$$\text{즉 } f(4x - 2) = 0 \text{의 두 근은 } \frac{\alpha + 2}{4}, \frac{\beta + 2}{4} \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{\alpha + 2}{4} + \frac{\beta + 2}{4} = \frac{\alpha + \beta + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

14. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 0$

③ $k > 0$

④ $0 < k < 1$

⑤ $k > 1$

해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면

위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여

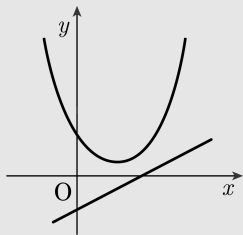
부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 가 항상 성립해야 한다.

즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서

판별식이 0 보다 작아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$$

$$\therefore k < -1$$



15. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x - 3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$$

$$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 4) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 4$$

16. 다음 연립부등식을 만족하는 정수 x 의 개수는?

$$\begin{cases} |x+3| > 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + 4x - 3 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\begin{cases} |x+3| > 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + 4x - 3 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} : x+3 > 1, x+3 < -1$$

$$x > -2 \quad \text{또는} \quad x < -4$$

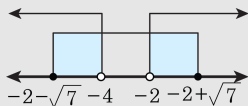
$$\textcircled{㉡} : x^2 + 4x - 3 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{4+3} = -2 \pm \sqrt{7}$$

$\therefore$ 부등식의 해는

$$-2 - \sqrt{7} \leq x \leq -2 + \sqrt{7}$$

$\textcircled{㉠}$ 과 $\textcircled{㉡}$ 의 공통 범위는



$$-2 - \sqrt{7} \leq x < -4, \quad -2 < x \leq -2 + \sqrt{7}$$

정수 x : $-1, 0$ (2 개)

17. 다음 연립방정식의 해가 $4 < x \leq 6$ 이 되도록 실수 a 의 값의 범위를 정할 때, a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 - (a + 6)x + 6a \leq 0 \end{cases}$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$x^2 - 6x + 8 > 0 \text{에서}$$

$$(x - 2)(x - 4) > 0$$

$$\therefore x < 2 \text{ 또는 } x > 4$$

$$x^2 - (a + 6)x + 6a \leq 0 \text{에서}$$

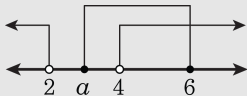
$$\Rightarrow (x - a)(x - 6) \leq 0$$

$\therefore$ 두 부등식의 공통부분이 $4 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x - a)(x - 6) \leq 0$ 의 해가 $a \leq x \leq 6$ 이어야 하고,

$2 \leq a \leq 4$ 이어야 한다

$\therefore a$ 의 최솟값 : 2, 최댓값 : 4



18. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

④ $m > 2$

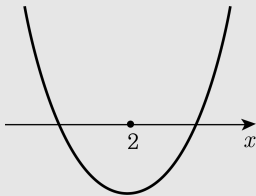
⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크
고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



19. 십의 자리 숫자가 일의 자리 숫자의 두 배인 어떤 두 자리 자연수가 21보다 크고 60보다 작다고 한다. 처음 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

일의 자리 숫자를 x 라 하면 십의 자리 숫자는 $2x$ 이다.

즉, 이 두 자리 자연수는 $(10 \times 2x) + x = 21x$ 이다.

$$21 < 21x < 60$$

$$1 < x < \frac{20}{7}, \quad \frac{20}{7} = 2.857142 \dots$$

$$\therefore x = 2$$

처음 두 자리 자연수는 42 이다.

20. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.

볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야 하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{이를 간단히 하면 } \begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.

그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.

따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.

$$\therefore 16 \times 24 = 384$$

22. 임의의 실수 x 에 대하여 $\sqrt{ax^2 + ax + b}$ 가 실수일 때, 계수 a, b 가 만족하는 조건을 구하면?

① $0 \leq a \leq 4b$

② $0 < a \leq 4b$

③ $0 \leq a < 4b$

④ $0 < a < 4b$

⑤ $0 < a < 4b$

해설

모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + ax + b \geq 0$ 을 만족해야 하므로

i) $a = 0$ 일 때, $b \geq 0 \dots \textcircled{1}$

ii) $a > 0$ 일 때,

$$D = a^2 - 4ab \leq 0$$

$$a - 4b \leq 0 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $0 \leq a \leq 4b$

23. 이차부등식 $ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0$ 의 해가 $|x| < |a|$ 과 일치하도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a - b$ 의 값은 ?

① -1

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 1

해설

$$|x| < |a| \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow x^2 - a^2 < 0 \cdots ①$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (a^2 - 1)x + b > 0 \cdots ②$$

$$\therefore a < 0, a^2 - 1 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$a = -1 \text{ 일 때 } ① \text{ 은 } x^2 - 1 < 0, ② \text{ 는 } -x^2 + b > 0$$

$$\therefore b = 1 \therefore a - b = -2$$

24. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

① $\frac{2}{3} < a < 1$

② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

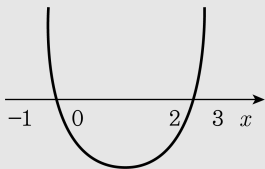
$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의
그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서
 $a > 0 \dots \textcircled{\Gamma}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \textcircled{\text{L}}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \textcircled{\text{E}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



25. $(x+1)(x-2)$ 의 소수 첫째 자리를 반올림한 것이 $1+5x$ 와 같을 때, 양수 x 를 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{16}{5}$

⑤ $\frac{32}{5}$

해설

조건에서 소수 첫째 자리를 반올림했으므로

$1+5x$ 는 정수①

$$(1+5x) - 0.5 \leq (x+1)(x-2) < (1+5x) + 0.5 \dots\dots ②$$

$$②\text{를 풀면 } 11.5 \leq (x-3)^2 < 12.5 \dots\dots ③$$

$$①\text{에서 } 5x\text{는 정수이므로 } x-3 = \frac{n}{5} \text{ (} n\text{은 정수)}$$

이것을 ③에 대입하면 $25 \times 11.5 \leq n^2 < 25 \times 12.5$

$$\therefore 287.5 \leq n^2 < 312.5$$

이를 만족시키는 정수는 $n = \pm 17$

$$\therefore x = 3 \pm \frac{17}{5} = -\frac{2}{5}, \frac{32}{5}$$

$$\therefore x = \frac{32}{5} \text{ (}\because x\text{는 양수)}$$