

1. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
- ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
- ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
- ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
- ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,

$$D' = k^2 - (2k + 4) > 0 \text{ 이므로}$$

$$k^2 - 2k - 4 > 0$$

$$k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } k > 1 + \sqrt{5} \quad \dots \text{ ①}$$

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면

$$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0 \text{ 이므로 } (k + 2)(k - 6) \leq 0$$

$$-2 \leq k \leq 6 \quad \dots \text{ ②}$$

①, ②의 공통범위는

$$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } 1 + \sqrt{5} < k \leq 6$$

2. $x^2 - 2ax + 1 = 0$, $x^2 - 2ax + 2a = 0$ 중에서 한 개의 방정식만 허근을 갖도록 양수 a 의 범위를 정할 때, $\alpha \leq a < \beta$ 이다. 이때 $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

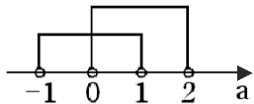
④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - 1 < 0 \text{에서 } -1 < a < 1$$

$$\frac{D_2}{4} = a^2 - 2a < 0 \text{에서 } 0 < a < 2$$



그림에서 $a > 0$ 이므로 $1 \leq a < 2$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

3. 두 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0, x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$ 중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < \frac{1}{2}, 2 < a$

② $a \leq 1, 3 \leq a$

③ $a \leq \frac{1}{2}, 3 < a$

④ $a \leq \frac{1}{2}, 2 < a$

⑤ $a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - (a+2) \geq 0 \text{에서}$$

$$(a-2)(a+1) \geq 0, a \leq -1, a \geq 2 \cdots \text{①}$$

$$\text{또, } D_2 = (a-1)^2 - 4a^2 \geq 0 \text{에서}$$

$$(3a-1)(a+1) \leq 0, -1 \leq a \leq \frac{1}{3} \cdots \text{②}$$

따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 a 의 범위는 ① 또는 ②이므로

$$a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$$

4. x, y, z 는 실수이고, 두 관계식 $x+y+z = 2, 2x^2 - yz = 4$ 를 만족시킨다.
이 때 $xy + yz + zx$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$y + z = 2 - x, yz = 2x^2 - 4$ 에서
 y, z 를 두근으로 하는 이차방정식은
 $t^2 - (2 - x)t + 2x^2 - 4 = 0$ 이므로

$$D = (2 - x)^2 - 4(2x^2 - 4) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{10}{7}$$

따라서 $xy + yz + zx = yz + (y + z)x$
 $= (2x^2 - 4) + (2 - x)x$
 $= (x + 1)^2 - 5$ 에서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -5

5. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x - 3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$$

$$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 4) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 4$$

6. 부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

부등식 $0 \leq x \leq 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) \leq 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$ 에서

$-2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

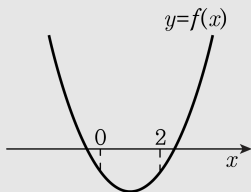
$f(2) = a^2 - 2a \leq 0$ 에서

$0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 \leq a \leq 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



7. $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2 + px + 1 > 2x + p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

① $x \leq -3, x = -1, x \geq 1$

② $x \leq -1, x = 1, x \geq 3$

③ $x \leq -3, x \geq 1$

④ $x \leq -1, x \geq 3$

⑤ $-3 \leq x \leq -1$

해설

$$x^2 + px + 1 > 2x + p, (x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면

$-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은

$f(-2) \geq 0$ 이고 $f(2) \geq 0$ 이어야 한다.

$$f(-2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\therefore (x-1)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 1, x \geq 3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 1 \geq 0$$

$$\therefore (x+1)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } \therefore x \leq -1, x = 1, x \geq 3$$

그런데 $x = 1$ 일 때,

$$f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \leq -1, x \geq 3$

8. $-1 < x < 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2ax + 2a + 3 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

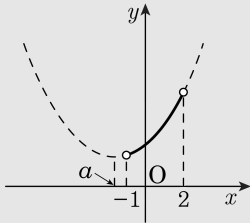
④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 3$ 이라 하면

$$f(x) = (x - a)^2 - a^2 + 2a + 3$$



$-1 < x < 2$ 에서

부등식 $f(x) > 0$ 이 항상 성립하려면

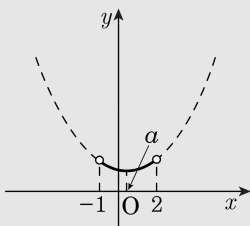
(i) $a < -1$ 일 때,

다음 그림에서 $f(-1) > 0$

$$4a + 4 > 0 \quad \therefore a > -1$$

그런데 $a < -1$ 이므로 이를 만족시키는 a 의 값은 없다.

(ii) $-1 \leq a < 2$ 일 때,



다음 그림에서 $f(a) > 0$

$$-a^2 + 2a + 3 > 0 \text{ 에서}$$

$$(a + 1)(a - 3) < 0$$

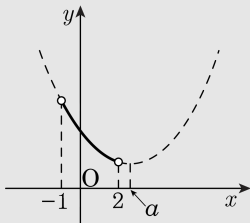
$$\therefore -1 < a < 3$$

그런데 $-1 \leq a < 2$ 이므로 $-1 < a < 2$

그런데 $a = -1$ 인 경우 $f(a) = 0$ 이어도

$-1 < x < 2$ 에서는 $f(x) > 0$ 이므로 성립한다.

따라서 $-1 \leq a < 2$



(iii) $a \geq 2$ 일 때, 다음 그림에서

$$f(2) > 0 \quad -2a + 7 > 0 \quad \therefore a < \frac{7}{2}$$

그런데 $a \geq 2$ 이므로 $2 \leq a < \frac{7}{2}$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는

$$-1 \leq a < \frac{7}{2}$$

따라서, 정수 a 는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5개다.

9. x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} (x+a)(x-4) < 0 \\ (x-a)(x-3) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x < 4$ 가

되도록 하는 실수 a 의 값의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,
 $M - m$ 의 값을 구하면?

㉠ 3

㉡ -3

㉢ 4

㉣ -4

㉤ -7

해설

$$(x+a)(x-4) < 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x-a)(x-3) > 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통해가 $3 < x < 4$ 이므로

$-a < 4$, $a < 3$ 이어야 한다.

$$\therefore \textcircled{㉠} \text{의 해는 } -a < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{의 해는 } x < a \text{ 또는 } x > 3 \dots\dots \textcircled{㉣}$$

㉢, ㉣의 공통 범위가 $3 < x < 4$ 이려면

$$-a \leq 3, a \leq -a$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0$$

$$\therefore M = 0, m = -3 \therefore M - m = 3$$

10. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

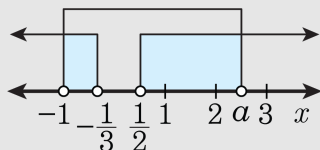
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

(i) $a > -1$ 이면 $-1 < x < a \dots\dots \textcircled{㉡}$

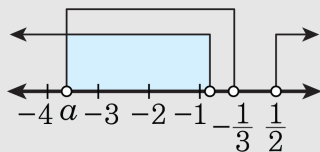


㉠과 ㉡의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

(ii) $a = -1$ 이면 해가 없다.

(iii) $a < -1$ 이면 $a < x < -1 \dots\dots \textcircled{㉢}$



㉠, ㉢의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

(i), (ii), (iii)에서 $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$

11. 부등식 $x^2 - 4x + 3 > 0$ 과 $2x^2 + (a - 8)x - 4a < 0$ 을 동시에 만족하는 정수인 x 의 값이 0뿐 일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a \leq 2$

② $0 \leq a < 2$

③ $0 < a \leq 2$

④ $-1 < a \leq 0$

⑤ $-1 \leq a < 0$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) > 0$$

$$\therefore x > 3 \text{ 또는 } x < 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x^2 + (a - 8)x - 4a$$

$$= (2x + a)(x - 4) < 0$$

한편, 만족하는 해가 0뿐이므로

$$-\frac{a}{2} < 4$$

$$\therefore -\frac{a}{2} < x < 4 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{과 } \textcircled{2} \text{에 의하여 } -1 \leq -\frac{a}{2} < 0$$

$$\therefore 0 < a \leq 2$$

12. 두 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$, $x^2 + x + a > 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $1 < x \leq 2$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② -1

③ -2

④ -3

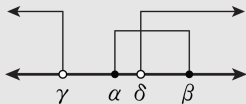
⑤ -4

해설

$x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해를 $\alpha \leq x \leq \beta$

$x^2 + x + a > 0$ 의 해를 $x < \gamma$, $x > \delta$

라 하고



조건에 맞게끔 수직선 위에 나타내면 다음과 같다. 공통범위가 $1 < x \leq 2$ 이므로

$\delta = 1, \beta = 2$ 가 되어야 한다.

$\delta = 1$ 이 $x^2 + x + a = 0$ 의 근이므로

$1 + 1 + a = 0$ 에서 $a = -2$

$\beta = 2$ 가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이므로

$4 + 2a + b = 0 \quad \therefore b = 0$

따라서 $ab = 0$

13. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

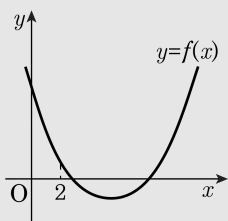
보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

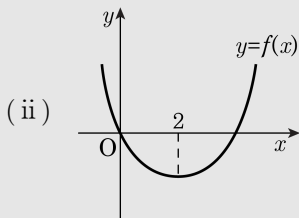
- ① $8 \leq m < 10, m > 10$ ② $8 \leq m < 10, m > 8$
③ $-10 \leq m < 10, m > 10$ ④ $-10 \leq m < 10, m > 8$
⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

해설

- (i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$
축의 위치 $m - 4 > 2$
판별식 $D \geq 0$
 $\therefore 8 \leq m < 10$



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.
 $\therefore m > 10$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 6 - a = 0$ 의 모든 실근이 모두 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 7$

② $-3 \leq a < 7$

③ $-7 < a \leq -3$

④ $a \leq 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $a < -7$ 또는 $a \geq -3$

해설

이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 6 - a$ 의 그래프를
생각하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6 + a \geq 0, \quad (a+3)(a-2) \geq 0$$

$$\therefore a \leq -3, a \geq 2 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(1) = 1 + 2a + 6 - a > 0$$

$$\therefore a > -7 \cdots \cdots \textcircled{\text{L}}$$

대칭축 $x = -a$ 에서 $-a > 1$

$$\therefore a < -1 \cdots \cdots \textcircled{\text{E}}$$

⑦, ㉞, ㉝의 공통범위는 $-7 < a \leq -3$

15. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 1$

② $1 \leq a < 2$

③ $2 \leq a < 3$

④ $3 \leq a < 4$

⑤ $4 \leq a < 5$

해설

$$f(x) = x^2 - 2ax + a + 2 = (x - a)^2 - a^2 + a + 2$$

i) $D/4 = a^2 - a - 2 \geq 0, \quad a \leq -1 \text{ or } a \geq 2$

ii) $f(1) = 1 - 2a + a + 2 > 0 \quad \therefore a < 3$

iii) 대칭축 $x = a > 1$

i), ii), iii)에서 $2 \leq a < 3$

16. 이차방정식 $x^2 - (a+2)bx + (a+1)b = 0$ ($a > 0, b > 0$)이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 두 개의 근이 모두 1보다 크기 위해서 필요한 조건은?

① $b > 1$

② $b < 1$

③ $b > 2$

④ $b < 2$

⑤ $b > 3$

해설

실근을 가질 조건은 $(a+2)^2b^2 - 4(a+1)b > 0$

$$\therefore b > \frac{4(a+1)}{(a+2)^2} \cdots (i)$$

여기서, 두 근이 모두 1 이하라 하면

$$(두\ 근의\ 합) = (a+2)b \leq 2 \cdots (ii)$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \frac{4(a+1)}{a+2} < 2$$

$$\therefore a < 0$$

이것은 문제의 조건에 모순된다.

$\therefore$ 적어도 한 개의 근은 1보다 크다.

그러므로 $f(1) > 0$ 이면 두 근이 모두 1보다 크게 된다.

$$\therefore f(1) = 1 - (a+2)b + (a+1)b > 0 \quad \therefore b < 1$$

17. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$ 이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$

② $m > 1$

③ $m > -2$

④ $m > 2$

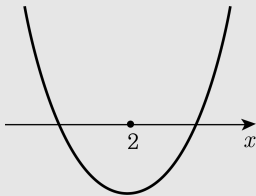
⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크
고 2보다

작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$ 이므로 $m > 3$



18. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

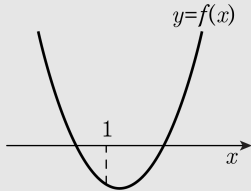
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



19. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1과 2사이에 있도록 k 값의 범위를 구하면?

① $k < 0, k > 1$

② $k \leq 0, k \geq 2$

③ $0 < k < 1$

④ $0 \leq k \leq 1$

⑤ $0 < k < 2$

해설

$$x^2 - 2x + k = f(x) \text{ 라 하면}$$

$$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$$

$$\therefore k > 0, k < 1$$

$$\therefore 0 < k < 1$$

20. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

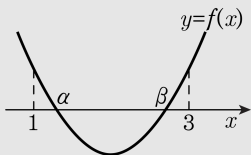
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

21. 두 방정식 $x^2+x-p=0$, $x^2-3x-q=0$ 의 각각의 한 근은 반올림하면 1 이 된다고 한다. 이 때, $p-q$ 값의 범위는?

- ① $2 < p-q < 5$ ② $3 \leq p-q < 5$ ③ $3 < p-q \leq 6$
 ④ $5 \leq p-q \leq 6$ ⑤ $2 \leq p-q < 6$

해설

$f(x) = x^2 + x - p$, $g(x) = x^2 - 3x - q$ 라 하면 방정식 $f(x) = 0$ 과 $g(x) = 0$ 이 $\frac{1}{2}$ 이상 $\frac{3}{2}$ 미만인 근을 가져야 한다.

(i) $f(x) = x^2 + x - p$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) - p \leq 0$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right) - p > 0$$

$$\therefore \frac{3}{4} \leq p < \frac{15}{4} \quad \dots\dots\textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) $g(x) = x^2 - 3x - q$ 의 그래프의 대칭축은 직선 $x = \frac{3}{2}$ 이므로

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} - q \geq 0$$

$$g\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{2} - q < 0$$

$$\therefore -\frac{9}{4} < q \leq -\frac{5}{4} \quad \dots\dots\textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ - ㉡ 에서 $2 \leq p-q < 6$

22. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

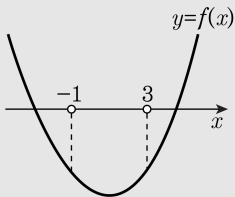
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

23. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{13}{3} < a < -1$

② $-\frac{10}{3} < a < 0$

③ $-\frac{7}{3} < a < 1$

④ $-\frac{5}{3} < a < 2$

⑤ $-\frac{2}{3} < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 + ax - 2$ 로 놓으면 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 3$ 이므로

$f(-2) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(3) > 0$ 이어야 한다.

$f(-2) = -2a + 2 > 0$ 에서 $a < 1$

$f(0) = -2 < 0$

$f(1) = a - 1 < 0$ 에서 $a < 1$

$f(3) = 3a + 7 > 0$ 에서 $a > -\frac{7}{3}$

$\therefore -\frac{7}{3} < a < 1$

24. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근이 1 과 2 사이에 있을 때, 상수 a 의 범위는?

① $a > 3$

② $0 < a < 3$

③ $a \geq \frac{1}{2}$

④ $a \geq 1$

⑤ $-1 < a < 3$

해설

주어진 조건을 만족시키려면 $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$ 이어야 한다.

따라서 $f(-1) = a + (a+1) - 4 > 0$ 에서

$$2a > 3 \quad \therefore a > \frac{3}{2} \cdots \textcircled{㉠}$$

$f(2) = 4a - 2a - 2 - 4 > 0$ 에서

$$2a > 6 \quad \therefore a > 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 모두 만족해야 하므로
구하는 a 의 값의 범위는 $a > 3$

25. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서
 $(x-2)(x-5) = 0 \therefore x = 2$ 또는 $x = 5$

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓으면 함수 $y = f(x)$ 의

그래프는 다음 그림과 같아야 한다.

따라서 $f(2) < 0$, $f(5) < 0$ 이므로

$$f(2) = -8 + k < 0 \text{에서 } k < 8$$

$$f(5) = -5 + k < 0 \text{에서 } k < 5$$

$\therefore k < 5 \therefore$ 정수 k 의 최댓값은 4 이다.

