1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2　　② x^2y　　③ x^2y^2

④ $-2xy^2$　　⑤ $-3x^2y^2$

해설

$A + 2B$
$= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2)$
$= -3x^2y^2$

해설

2. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

3. 다음 등식이 x에 대한 항등식일 때, $a-b+c$의 값을 구하여라.

$$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$
$=ax^2-(2a-b)x+(a-b+c)$
상수항을 비교해 보면
$\therefore\ a-b+c=1$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면
$1=a-b+c$

4. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$　② $f(-2)$　③ $f(2)+Q(2)$
④ $Q(2)$　⑤ $Q(-2)$

해설

$f(x)=(x-2)Q(x)+R$

$\therefore\ f(2)=R$

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4
④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설
두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. $\sqrt{(-1)^2}+i^2-\dfrac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-i$ ⑤ i

해설

(준식)$=1-1+i=i$

7. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

① $2+i$의 허수 부분은 $2i$ 이다.

② $-5i$는 순허수이다.

③ i^3 은 허수이다.

④ $1+\sqrt{3}i$의 켤레복소수는 $1-\sqrt{3}i$이다.

⑤ $1-\frac{1}{i}$는 실수이다.

해설

① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
② $-5i$ 는 순허수 (○)
③ $i^3=-i$ 허수(○)
④ $\overline{1+\sqrt{3}i}=1-\sqrt{3}i$ (○)
⑤ $1-\frac{1}{i}=1+i$ 복소수 (×)

8. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

① $(x+1)^2 = -3$ ② $(x+1)^2 = 3$ ③ $(x+3)^2 = -1$

④ $(x+3)^2 = 1$ ⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x + a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면

① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

② $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

9. 등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$이 x에 관한 항등식일 때, $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$
$x=1$을 대입하면 $2=a$ ······①
$x=0$을 대입하면 $3=a-b+c$ ······②
$x=2$를 대입하면 $3=a+b+c$ ······③
①을 ②, ③에 대입하여 정리하면
$b-c=-1$, $b+c=1$
두 식을 연립하면 $b=0$, $c=1$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=4+0+1=5$

10. 다음 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$

이것은 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+5=0$

$3x-y-9=0$

연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$

$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

11. 다항식 $x^3 + ax + b$가 다항식 $x^2 - x + 1$로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2 = x - 1$을 대입하면
$ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a = 0,\ b - 1 = 0$
$\therefore\ a = 0,\ b = 1$
$\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
$= (x^2 - x + 1)Q(x)$
$= (x^2 - x + 1)(x + b)$
$\therefore\ b = 1,\ a = 0$

12. 다항식 ax^3+bx^2-4 가 x^2+x-2로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)Q(x)$$
$$=(x-1)(x+2)Q(x)$$

양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면

$a+b-4=0,\ -8a+4b-4=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$

$\therefore\ ab=3$

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)(ax+2)$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$a=1,\ b=3\ \therefore\ ab=3$

13. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$
② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$
④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

14. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a = 12,\ b = 9$　　② $a = -12,\ b = 9$

③ $a = 12,\ b = -9$　　④ $a = -12,\ b = -9$

⑤ $a = 9,\ b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$

$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$

좌변과 계수를 비교하면

$2p = 4,\ p^2 + 2q = -2$

$p = 2,\ q = -3$에서

$a = 2pq = -12,\ b = q^2 = 9$

15. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}$$

$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$

$$=a+1=2000$$

16. $\dfrac{a}{1-i}+\dfrac{b}{1+i}=5$를 만족하는 두 실수 $a,\ b$에 대하여 곱 ab의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\dfrac{a(1+i)}{2}+\dfrac{b(1-i)}{2}=5$

$a(1+i)+b(1-i)=10,$

$(a+b)+(a-b)i=10$

$a+b=10,\ a-b=0$

$2a=10,\ a=5,\ b=5,\ ab=25$

17. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}}\ \frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{-2}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}}\ \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}}\ \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}}\ \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\,\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\,\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

18. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$
$=(x-y+2)(2x+3y+1)$
$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$

19. $a^2 + ab + a - b - 2$의 인수로 적당한 것은?

① $a - b - 2$ ② $a + b - 2$ ③ $a + b + 2$

④ $a + 1$ ⑤ $b + 1$

해설

a에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

(준식) $= a^2 + ab + a - b - 2$

$= a^2 + (b + 1)a - b - 2$

$= (a + b + 2)(a - 1)$

20. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$　　② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$　　④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y+4)x - (y^2 - y - 2) \\
&= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2) \\
&= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\} \\
&= (2x + y - 2)(x - y - 1)
\end{aligned}
$$

21. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$일 때, 상수 k의 값은?

① -8　② -7　③ -6　④ -5　⑤ -4

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x + k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 α, β $(\alpha < \beta)$라고 하면 α, β는 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$의 두 실근이다.
이 때, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = k$이고
x축 위의 두 교점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$에서 $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = (-2)^2 - 4k$, $32 = 4 - 4k$
$\therefore k = -7$

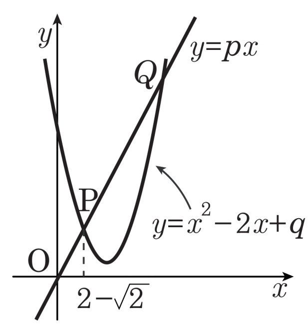
22. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, $f(a) = a^2 - 2a + 2$ 의 최솟값은?

① 1　② 2　③ 3　④ $\sqrt{2}$　⑤ 5

해설

x 축과 만나지 않으려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.
$\Rightarrow D = a^2 - 4 < 0$
$\therefore -2 < a < 2$
$f(a) = (a-1)^2 + 1$
$\therefore\ a = 1$ 일 때, 최솟값 1

23. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수$y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



① 1　　② 4　　③ 6　　④ 9　　⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는
이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.
$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로
한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$
$\therefore\ p = 2$
$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$
$\therefore\ q = 2$
$\therefore\ pq = 4$

24. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times 2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식}) = \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$
$$= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$= x+1$$
$$= 2006$$

25. x에 대한 이차방정식 $x^2+2kx+6k=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^2+\overline{\omega}^2=16$이다. 실수 k의 값은? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

방정식 $x^2+2kx+6k=0$ 이 허근을 가지므로

$\frac{D}{4}=k^2-6k<0,\ \ k(k-6)<0$

$\therefore\ 0<k<6$

한편, ω 가 허근이고 계수가 실수이므로 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $\overline{\omega}$이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-2k,\ \omega\overline{\omega}=6k$이므로

$\omega^2+\overline{\omega}^2=(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\overline{\omega}=(-2k)^2-12k$

$=4k^2-12k$

$4k^2-12k=16,$

즉, $k^2-3k-4=0$ 에서

$(k+1)(k-4)=0\qquad\therefore\ k=-1$ 또는 $k=4$

$0<k<6$ 이므로 $k=4$