

1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$A + 2B$$

$$= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2)$$

$$= -3x^2y^2$$

해설

2. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a + b) = ma + mb$

② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

3. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x-1)^2 + b(x-1) + c \\ &= ax^2 - (2a-b)x + (a-b+c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3

② ab^2c^4

③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$

⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a , b^2 , c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

7. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으려면?

① $2 + i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.

② $-5i$ 는 순허수이다.

③ i^3 은 허수이다.

④ $1 + \sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1 - \sqrt{3}i$ 이다.

⑤ $1 - \frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

① $2 + i$ 의 허수부분 : i (×)

② $-5i$ 는 순허수 (○)

③ $i^3 = -i$ 허수 (○)

④ $\overline{1 + \sqrt{3}i} = 1 - \sqrt{3}i$ (○)

⑤ $1 - \frac{1}{i} = 1 + i$ 복소수 (×)

8. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

① $(x+1)^2 = -3$

② $(x+1)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 = -1$

④ $(x+3)^2 = 1$

⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면

① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

② $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

9. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

$$\text{두 식을 연립하면 } b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

10. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

11. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

12. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$

13. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

$$\text{공통인수 } \frac{1}{3}(k+1)(k+2) \text{ 로 묶으면}$$

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

14. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

15. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

16. $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

17. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\sqrt{-2} \sqrt{-2} = \sqrt{2}i \sqrt{2}i = 2i^2 = -2$$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

18. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

19. $a^2 + ab + a - b - 2$ 의 인수로 적당한 것은?

① $a - b - 2$

② $a + b - 2$

③ $a + b + 2$

④ $a + 1$

⑤ $b + 1$

해설

a 에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 + ab + a - b - 2 \\ &= a^2 + (b + 1)a - b - 2 \\ &= (a + b + 2)(a - 1)\end{aligned}$$

20. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

21. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① -8

② -7

③ -6

④ -5

⑤ -4

해설

이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라고 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 두 실근이다.

이 때, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = k$ 이고 x 축 위의 두 교점 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 이므로 $\beta - \alpha = 4\sqrt{2}$

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 에서 $(4\sqrt{2})^2 = (-2)^2 - 4k$, $32 = 4 - 4k$
 $\therefore k = -7$

22. 이차함수 $y = x^2 - ax + 1$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, $f(a) = a^2 - 2a + 2$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ $\sqrt{2}$

⑤ 5

해설

x 축과 만나지 않으려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.

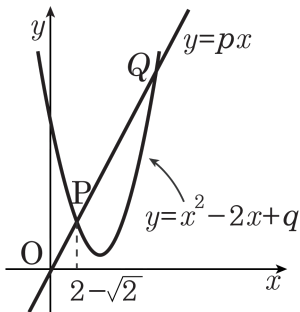
$$\Rightarrow D = a^2 - 4 < 0$$

$$\therefore -2 < a < 2$$

$$f(a) = (a - 1)^2 + 1$$

$\therefore a = 1$ 일 때, 최솟값 1

23. 다음 그림과 같이 직선 $y = px$ 와 이차함수 $y = x^2 - 2x + q$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만나고 점 P 의 x 좌표가 $2 - \sqrt{2}$ 이다. 이 때, 유리수 p, q 의 곱 pq 의 값은?



① 1

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 2x + q = px$ 의 두 실근이다.

$x^2 - (p+2)x + q = 0$ 에서 p, q 는 유리수이므로

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(2 - \sqrt{2}) + (2 + \sqrt{2}) = p + 2$$

$$\therefore p = 2$$

$$(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = q$$

$$\therefore q = 2$$

$$\therefore pq = 4$$

24. $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 = x 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\&= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2kx + 6k = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = 16$ 이다. 실수 k 의 값은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

방정식 $x^2 + 2kx + 6k = 0$ 이 허근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 6k < 0, \quad k(k-6) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 6$$

한편, ω 가 허근이고 계수가 실수이므로 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\omega + \bar{\omega} = -2k, \quad \omega\bar{\omega} = 6k \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \omega^2 + \bar{\omega}^2 &= (\omega + \bar{\omega})^2 - 2\omega\bar{\omega} = (-2k)^2 - 12k \\ &= 4k^2 - 12k \end{aligned}$$

$$4k^2 - 12k = 16,$$

$$\text{즉, } k^2 - 3k - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k+1)(k-4) = 0 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = 4$$

$$0 < k < 6 \text{ 이므로 } k = 4$$