1. 세 점 $(-1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(6,\ 0)$을 지나는 원의 중심의 좌표는?

① $(2, 3)$　② $(-2, 3)$　③ $(2, -3)$
④ $(-2, -3)$　⑤ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

해설

세 점 $(-1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(6,\ 0)$을 지나는 원의 방정식을
$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이라 하면
이 원이 세점을 지나므로
$(-1)^2 + 1^2 - a + b + c = 0$
$\therefore a - b - c = 2 \cdots\cdots$ ㉠
$2^2 + 2^2 + 2a + 2b + c = 0$
$\therefore 2a + 2b + c = -8 \cdots\cdots$ ㉡
$6^2 + 6a + c = 0$
$\therefore 6a + c = -36 \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a = -4,\ b = 6,\ c = -12$
즉, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 이므로
표준형으로 나타내면
$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$
따라서, 원의 중심의 좌표는 $(2,\ -3)$ 이다.

2. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______개

▷ 정답: 0개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

3. 직선 $y = 2x - 3$ 에 평행하고 원$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $y = 2x \pm \sqrt{5}$　② $y = 2x \pm 3\sqrt{3}$　③ $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$

④ $y = x \pm 3\sqrt{5}$　⑤ $y = x \pm 3\sqrt{3}$

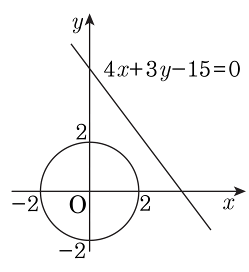
해설

기울기가 2인 직선 $2x - y + k = 0$ 이 원의 중심 $(1, 2)$ 로부터의 거리가 3이 되는 k 를 구하면

$d = \dfrac{|2 - 2 + k|}{\sqrt{4+1}} = 3$ 에서

$\therefore k = \pm 3\sqrt{5}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 원점이 중심이고 반지름의 길이가 2 인 원이 있다. 직선 $4x+3y-15=0$ 위의 한 점 P 에서 이 원까지의 최단거리는?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

직선 위의 한 점 P 에서 원까지의 최단거리는 원점에서 직선까지의 거리에서 원의 반지름의 길이를 뺀 것이다.

따라서 (최단거리) $= \dfrac{|0+0-15|}{\sqrt{4^2+3^2}} - 2$

$= \dfrac{15}{5} - 2 = 3 - 2 = 1$

5. 두 원 $(x-a)^2+(y-1)^2=1$, $(x-2)^2+(y-a)^2=4$이 직교할 때 a의 값의 합은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

두 원의 중심이 각각 $(a,\ 1)$, $(2,\ a)$이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-2)^2+(1-a)^2}$이다.
두 원의 반지름은 각각 1, 2이므로
직교하기 위한 조건은
$(a-2)^2+(1-a)^2=1^2+2^2$
$\therefore\ a^2-3a=0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 3