

1. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

2. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2 - b, b = 2a - 4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

3. 점 P (3, -4)를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 할 때, 선분 PP' 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

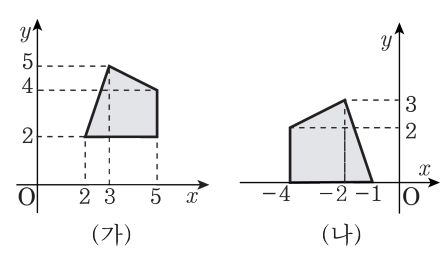
해설

점 P(3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점

P' 의 좌표는 (3, 4)이므로

$$PP' = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$$

4. 그림 (가)의 도형은 평행이동 및 대칭이동에 의해 그림 (나)로 이동한다. 그림 (가)의 도형의 방정식이 $f(x, y) = 0$ 일 때, 그림 (나)의 도형의 방정식은?



- ① $f(x + 1, y + 2) = 0$ ② $f(x + 1, y - 2) = 0$
 ③ $f(-x - 1, y - 2) = 0$ ④ $f(-x + 1, y - 2) = 0$
 ⑤ $f(-x + 1, y + 2) = 0$

해설

그림 (가)의 도형이 y 축에 대해 대칭되고
 x 축의 방향으로 1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 이동되었으므로
 그림 (나)의 도형의 방정식은
 $f(-x + 1, y + 2) = 0$ 이 된다.

5. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3, 2) 와 대칭인 점을 B (-1, 0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3, 2) , B (-1, 0) 에 대하여
 $\overline{AB}$ 의 중점 (1, 1) 이
직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로
 $2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$
직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,
즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로
$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$
$$\therefore a = 1$$
이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$
$$\therefore ab = -3$$

6. 두 점 A (1,3), B (4,1) 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A (1,3) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면
A' (1,-3)
이 때, 다음 그림에서
 $\overline{AP} = \overline{A'P}$
또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은
 $\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$

