

1. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
- (ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
- (i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

2. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을

y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$$

$$\text{즉, } x^2 + y^2 - ax + by = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과

같으므로 계수를 비교하면

$$-a = 2 - b, \quad b = 2a - 4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$

$$\therefore a + b = 6 + 8 = 14$$

3. 점 P (3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 할 때, 선분 PP' 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

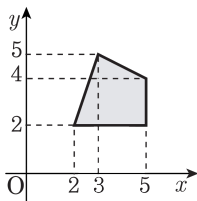
▷ 정답 : 8

해설

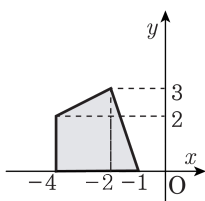
점 P(3, -4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점 P' 의 좌표는 (3, 4) 이므로

$$\overline{PP'} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$$

4. 그림 (가)의 도형은 평행이동 및 대칭이동에 의해 그림 (나)로 이동한다. 그림 (가)의 도형의 방정식이 $f(x, y) = 0$ 일 때, 그림 (나)의 도형의 방정식은?



(가)



(나)

① $f(x + 1, y + 2) = 0$

② $f(x + 1, y - 2) = 0$

③ $f(-x - 1, y - 2) = 0$

④ $f(-x + 1, y - 2) = 0$

⑤ $f(-x + 1, y + 2) = 0$

해설

그림 (가)의 도형이 y 축에 대해 대칭되고
 x 축의 방향으로 1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 이동되었으므로
 그림 (나)의 도형의 방정식은
 $f(-x + 1, y + 2) = 0$ 이 된다.

5. 직선 $2x + ay + b = 0$ 에 대하여 점 A (3,2) 와 대칭인 점을 B (-1,0) 이라고 할 때, 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 점 A (3,2) , B (-1,0) 에 대하여

$\overline{AB}$ 의 중점 (1,1) 이

직선 $2x + ay + b = 0$ 위에 있으므로

$$2 + a + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

직선 AB 와 직선 $2x + ay + b = 0$,

즉 $y = -\frac{2}{a}x - \frac{b}{a}$ 가 수직이므로

$$\frac{2-0}{3-(-1)} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = 1$$

이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = -3$

$$\therefore ab = -3$$

6. 두 점 $A(1,3), B(4,1)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $A(1,3)$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$A'(1,-3)$

이 때, 다음 그림에서

$$\overline{AP} = \overline{A'P}$$

또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$$

